



ISSN 2410-2547
DOI: 10.32347/2410-2547.2022.108

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
БУДІВНИЦТВА І АРХІТЕКТУРИ

KYIV NATIONAL UNIVERSITY OF CONSTRUCTION AND
ARCHITECTURE

ОПР МАТЕРІАЛІВ І ТЕОРІЯ СПОРУД

STRENGTH OF MATERIALS AND THEORY OF STRUCTURES

Науково-технічний збірник
Scientific-and-technical collected articles

Випуск **108**
Issue

Заснований у 1965 р.
Founded in 1965

КИЇВ 2022

Головний редактор П.П. Лізунов, д-р техн. наук
Заступник головного редактора С.О. Пискунов, д-р техн. наук
Відповідальний секретар О.В. Герашенко, канд. техн. наук

Редакційна колегія:

Алявдін П.В., д-р техн. наук (Польща)	Лобанов Л.М., д-р техн. наук, академік НАН України
Аткочиунас Ю., д-р техн. наук (Литва)	Максим'юк Ю.В., д-р техн. наук (Україна)
Белостоцький О.М., д-р техн. наук (Росія)	Перельмуґер А.В., д-р техн. наук (Україна)
Вабіщевич М.О., д-р техн. наук (Україна)	Солодей І.І., д-р техн. наук (Україна)
Гайдайчук В.В., д-р техн. наук (Україна)	Фіалко С.Ю., д-р техн. наук (Польща)
Дашенко О.Ф., д-р техн. наук (Україна)	Чан Дик Тінґ, д-р техн. наук (В'єтнам)
Елішаков І., д-р техн. наук (США)	Ясній П.В., д-р техн. наук (Україна)
Іванченко Г.М., д-р техн. наук (Україна)	
Кривошапко С.Н., д-р техн. наук (Росія)	
Лук'яненко О.О., д-р техн. наук (Україна)	

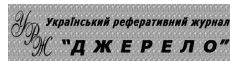
Рекомендовано до випуску Вченою радою Київського національного університету будівництва і архітектури 30 травня 2022 р. (протокол № 50).

Опір матеріалів і теорія споруд: Науково-технічний збірник. – Вип. 108 / Голов. ред. П.П. Лізунов. –К.: КНУБА, 2022. – 402 с. – Укр. та англ. мовами.

У збірнику наведено статті з результатами досліджень у галузі опору матеріалів, будівельної механіки, теорії пружності і пластичності. Особливу увагу приділено розробці й розвитку методів розрахунку міцності, стійкості, динаміки просторових конструкцій з урахуванням геометричної нелінійності, пластичних властивостей руйнування матеріалів; питанням чисельної реалізації рішень; дослідженню напружено-деформованого стану тіл складної структури при сталих і змінних у часі навантаженнях, включаючи випадкові впливи.

Призначений для наукових працівників, викладачів, виробничників, докторантів, аспірантів та студентів.

Індексація і партнери



<http://opir.knuba.edu.ua/>
<http://omtc.knuba.edu.ua/>
Адреса редакційної колегії:
КНУБА, Повітрофлотський пр., 31.
м. Київ, 03037
Тел.: (044) 248-3040
E-mail: omtc@knuba.edu.ua
E-mail: olg_guera@ukr.net

УДК 539.3/6
ББК 30.121+38.112
О-61
© КНУБА, 2022

UDK 624.024.046.5+006.036

THEORY OF STRUCTURES AND DESIGN CODES**A.V. Perelmuter,**

Doctor of Technical Science, Senior Staff Scientist

*Kyiv National University of Construction and Architecture
Povitroflotskyj av., 31, Kyiv, 03680**SCAD Soft Ltd
Office 1, 3a Osvity street, Kyiv, 03037, Ukraine*

DOI: 10.32347/2410-2547.2022.108.3-16

Building structures should correspond to the reliability requirements which are implemented with the help of design codes. The latter are based on the method of limit states. In order to simplify the verifications, the design codes often deliberately deviate from the scientifically based theoretical provisions of such fundamental disciplines as the theory of elasticity and the theory of plasticity, replacing them with so-called working practices. The paper presents that there are inaccurately formulated recommendations in the design codes. The paper also specifies on some important problems that are not reflected in the design codes. This applies to the choice of failure probability values, the use of partial reliability factors, the calculation methodology in case of an emergency, the problems of using the results of nonlinear calculation, etc.

The paper presents some considerations on these issues, with the main attention being paid to the analysis of the existing design tradition and guidance to unresolved issues. The problems of recommended reliability parameters, clarification of the limit state concepts, analysis of accidental situations, the safety factors values and possible relationship between the safety factors for load and the safety factors for materials, loads and load effects, vulnerability assessment as well as reliability of protected systems have been considered.

The considerations presented by the paper give only a partial idea of the range of issues that arise when comparing working practices used in the design codes with the theoretical fundamentals they should correspond to. It should also be noted that the design codes do not provide any justifications for their recommendations. The presented paper can initiate a scientific discussion and be useful both for the developers of design codes and for the developers of software packages implemented the design codes.

Keywords: failure probability, partial safety factors, limit state, design codes.

Introduction. In order to simplify the analysis, design codes don't always strictly follow scientific approaches, replacing them with the so-called working practices. They are approximate not only in essence, but their justifications are often approximate as well, a detailed analysis of their origin and a comparison of the advantages and disadvantages of their application were once carried out by N.S. Streletsky [29]. However, more than sixty years have passed since the publication of [29], the design methods have changed and they are now based on computer modeling, and the class of design problems has expanded significantly.

Modern FEA software are based on such disciplines as the theory of elasticity, the theory of plasticity, structural mechanics, etc., while many of the working practices do not correspond, and sometimes even contradict to the fundamentals of these disciplines. This approach is used in programming because it can be applied to any problem, while working practices have been developed for certain special cases. However, since the working practices are

provided in the design codes, they suddenly become preferable over scientific approaches and more accurate solutions that do not appear in the codes only due to the complexity of the calculations. At the same time, certain technical, legal and economic problems arise due to the fact that the authors of design codes had not foreseen the possibility (and necessity!) of their software implementation [14].

This, however, does not mean that all the working practices have to be replaced with more justified, but also more time-consuming methods. The point is that a lot of working practices have been successfully used for such a long time that most practicing engineers are under the delusion that they accurately reflect the physics of the phenomenon, especially since their scope is not specified.

We believe there is an urgent need for a detailed description of those theories that are presented in the design codes by working practices, as well as to point out those important points of the theory of reliability that are absent in the codes.

Some thoughts on this issue are given below. These are just individual statements on the specified topics and not an exhaustive coverage of the problem as a whole. We believe that the presented text can initiate a scientific discussion and be useful both for the developers of design codes and for the creators of FEA software.

Recommended Reliability Parameters. The method of checking the reliability of structures, adopted in the design codes [1, 5, 10, 21], considers the probability of failure as a measure of reliability. It is based on comparing the failure probability P_f and the related reliability index β_f , with their allowable or target values P_{tag} and β_{tag} . The procedure for assessing the reliability of a structural system is reduced to the following inequalities:

$$P_f \leq P_{tag} \quad (1)$$

or

$$\beta_f \geq \beta_{tag}. \quad (2)$$

For example, three classes based on the consequences of failure are introduced in EN1990 [5], which are represented by target values of reliability indices β_{tag} . Ukrainian codes [21] provide these values for a 50-year period and they depend not only on the class of failure consequences, but also on the category of importance of the element, and on the load case.

The recommended values of the reliability indices β_{tag} in [5] are related to both the predicted consequences of failure and the relative cost of safety measures. ISO 2394:2015 [10] contains target reliability levels established on the basis of economic optimization using the life safety criterion, according to which the marginal cost of saving a life is estimated (Fig. 1).

They are based on the so-called compound social indicator – Life Quality Index (LQI). This compound indicator includes three important social parameters: the value of gross domestic product per capita; average life expectancy; the share of active working life.

The threshold (limit) value of P_{LQI} (see Figure 3), set using the LQI criterion, determines a certain range of acceptable values within which cost optimization should be performed.

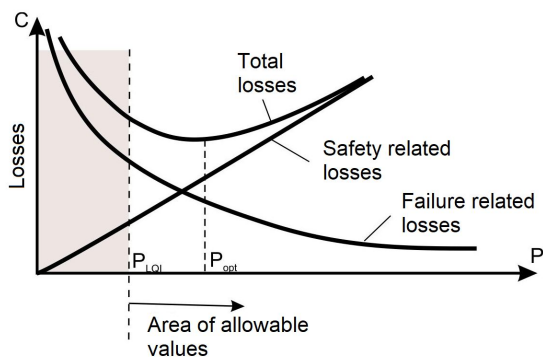


Fig. 1. Accounting for LQI in the optimization analysis

However, it is not explicitly stated whether the recommended value of β_{rag} applies to the design section, to a separate structural member or to the structural system as a whole, and how these probabilities correlate. By indirect evidence, most likely they are related to the considered design section.

As the analysis shows, the failure of an individual structural member usually has significantly less negative consequences than the complete destruction of the entire structural system or a significant part of it. This should be taken into account in optimization reliability analyses [3, 13, 21], while it should be expected that the target values of annual failure probabilities will differ for a structural member and for a structural system.

It is stated in [18] that, in general, the target reliability index of a structural element should be higher than the target reliability index for a structural system, except for systems with a high degree of static uncertainty. However, for series systems, the target reliability index is used as for a separate element, which leads to a decrease in the overall reliability index of the structural system as a whole (if the individual elements are to a certain extent independent).

Clarification of Concepts of Limit States. The ultimate limit state analysis usually considers the local bearing capacity of a design section. And the method of checking the bearing capacity adopted in the design codes, which is based on the idea of a consistent and independent assessment of the reliability of design sections, assumes that the elements of the system are connected in series, so that the failure of any of them leads to the failure of the entire system. Such an approach is quite justified for statically determinate systems [26], but it's not so certain whether it can be applied to statically indeterminate systems. Indeed, the failure of an element here does not automatically lead to the failure of the system, because a redistribution of forces is possible. Using this method we will only get higher reliability of course, but the price for such reliability remains unknown.

The concept of "bearing capacity" has a broader meaning, if we talk about the structure as a whole. It is known that violation of the strength condition in the section does not always lead to catastrophic consequences. However, it has

not yet been possible to formulate a sufficiently general limit state criterion for the entire structure, since each structure will have its own limit state, and, possibly, not the only one. This circumstance indicates another way of regulation, which is formulated in terms of the functional purpose of a building or structure, certain restrictions of which determine the limit state.

A typical example of this approach can be found in the US Federal Emergency Management Agency (FEMA) manuals, which contain 4 monitored performance levels [6]:

- (OL) – Operational Level. Backup utility services maintain functions; very little damage.
- (IOL) – Immediate Occupancy Level. The building remains safe to occupy; any repairs are minor.
- (LSL) – Life Safety Level. Structure remains stable and has significant reserve capacity; hazardous nonstructural damage is controlled.
- (CPL) – Collapse Prevention Level. The building remains standing, but only barely; any other damage or loss is acceptable.

Focusing on the performance characteristics of the structural behavior, among other things, allows you to use the idea of the possible implementation of several limit states during the life of a structure, since they are essentially reduced to interruptions in operation.

It should also be noted that one of the main ideas that form the basis of the limit state design method is the thesis that of all possible technical states of an operated structure, only its limit states are selected for the analysis. It is assumed that the behavior of the system before or after the limit state does not affect its operability (ultimate limit states) or the probability of difficulties in the process of its operation (serviceability limit states). And the linear analysis, which was used as the basis for developing the limit state design method, is not aimed at analyzing the post-critical behavior of the system.

However, the analysis of the system response for any fixed states is not

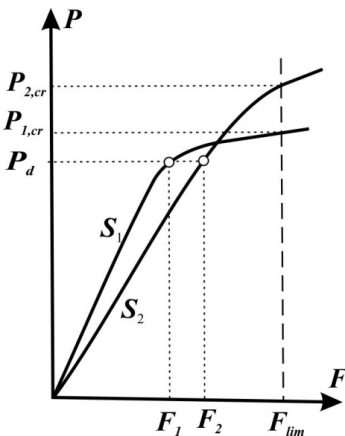


Fig. 2. Comparison of equilibrium curves

always sufficient to assess the reliability of the system. This fact becomes especially noticeable after a nonlinear analysis which takes into account the redistribution of forces in the system and reveals the actual limit state of the structure. The simplest example is given by a comparison of two systems S_1 and S_2 , a graphical illustration of which is shown in Fig. 2 as a relationship between the reaction F and the intensity of action P .

Comparison of their safety margins at the design value of the load P_d shows that the S_1 system is preferable, but even a slight increase in P in the S_1 system leads to a sharp increase in the reaction,

up to its critical value, which is not observed in the S_2 system. Hence, a proposal appeared to consider not only the concept of the limit state but also the system behavior characteristic, which is determined by the gradient of the system response relative to the external action $g = dF/dP$ [22].

It should be noted that this approach is almost always used in experimental studies of the structural operation, in which the experiment stops when, for example, a rapid increase in deflections begins.

Analysis of Accidental Situations. Ukrainian and Russian standards have ignored the analysis of accidental situations for a long time. This approach was based on the idea that limit states correspond not to accidental, but to pre-accidental situations. However, even within this concept of failure-free operation during a given service life, an external accident can still occur.

In other words, an accidental design situation is a phenomenon that represents exceptional conditions for the operation of a structure under accidental actions that have a low probability of occurrence and a short duration, but can usually lead to severe consequences if special measures are not taken.

After the analysis of these situations the list of limit states has been expanded: foreign codes began to consider accidental situations [5, 17, 9], and special limit states appeared which were considered as the third group of limit states [27, 28].

The codes [5] emphasize that the specified reliability requirements related to the limit state analysis do not take into account gross human errors. Therefore, the failure probabilities given in the codes are not applicable to the analysis of the special limit state (robustness, progressive collapse), which is largely dependent on human error effects.

Robustness analysis and analysis of the structural response to possible catastrophic impacts have now become an almost mandatory stage of the design process. Scientists started doubting some of the main ideas of the traditional approach to analysis, in particular, its focus on the statistical properties of loads and materials. Catastrophic events that entail severe consequences are extremely rare and there is not enough statistical data for them. Therefore, the main approach is to shift the focus from external actions to possible damages of the building. There are practically no probabilistic justifications for such an approach, although some attempts have been made in this direction [11, 19]. It was proposed, for example, to normalize the level of resistance of the structure to collapse by acceptable risk values [4, 16].

These publications took into account that the probability of collapse is determined by the probability of an accidental situation $P[H]$, the conditional probability of local damage of the considered element $P[D | H]$, the probability of its failure $P[\text{Failure} | D]$. Then the probability of the collapse of the system is determined by the following relationship:

$$P[\text{Collapse}] = P[\text{Failure} | D] \times P[D | H] \times P[H] \quad (3)$$

while accepting the condition $P[H]=1$.

For accidental situations that are the result of gross human errors, it is logical to assume that the probability of encountering them increases with the number of elements in the system n , although more slowly than linearly, since

the degree of control usually increases along with the complication of the system. Here, the relationship $P[H]=C \ln(n)$ is suitable. In this case, the constant C must be sufficiently small, since we are talking about rare events. As for the probability of damaging a specific element, the elements are equivalent in this respect and we can assume $P[D | H] = 1/n$.

When assessing $P[\text{Failure} | D]$ it should be taken into account that the usual approaches provided by the current design codes are not fully applicable to the problem of identifying the conditions of the total structural collapse. In particular, you should keep in mind that the values of the partial safety factors were taken based on the statistical properties of “usual” design situations, but if we consider special limit states that correspond to extreme damage values, we should focus on other socially acceptable values of the allowable collapse probability. Here we are talking about a situation characterized by a low probability of an event occurring with high socio-economic consequences of an accident.

Paying attention to this circumstance, a number of publications [2, 12] proposed to add an increment $\Delta\beta_{tag} = 0,4$ to the reliability index in order to take into account the consequences of a total collapse.

Values of the Safety Factors. One of the fundamental ideas of this method was to take into account the statistical properties of those design parameters that cannot be precisely established. But the idea of taking into account only two statistically variable parameters (load and strength), which is the basis of bearing capacity analysis, turns out to be unreasonable in many cases. The thing is that the property of variability is also inherent in a number of other parameters, the values of which significantly affect the result of the analysis, but are not taken into account in the current codes. Let's point out some of them.

(a) The load effect (force, stress, etc.), which is compared with the bearing capacity, is by no means always related to the load by a linear deterministic relationship, which (and only it) allows the safety factor for load γ_f to be assigned to the load effect. The transformation from load to load effect can be performed using some parameters with random values. In this case, the aforementioned assignment of γ_f can lead to a gross error [23].

(b) The resistance parameter is directly related to the mechanical characteristics of the material and the safety factor for the material is determined only by the variability of the mechanical properties in the case of the strength analysis. When performing the stability analysis of a compressed bar, its bearing capacity is determined by its random initial imperfection and random eccentricity [26].

Indeed, in the case of a strength analysis of a centrally compressed bar, for example, a random value of the safety margin \tilde{S}_R , expressed in stresses, is presented as the difference between random values of ultimate stresses $\tilde{\sigma}_{us}$ and compressive stress $\tilde{\sigma}_0$, the reliability index is determined by the formula:

$$\beta = \frac{\bar{\sigma}_{us} - \bar{\sigma}_0}{\sqrt{\hat{\sigma}_{us}^2 + \hat{\sigma}_0^2}}, \quad (4)$$

and in the stability analysis the safety margin is equal to

$$\tilde{S}_{stab} = \tilde{\sigma}_T - \tilde{\sigma}_0 - (\tilde{e} + \lambda^2 \tilde{f}) \frac{\pi^2 E \tilde{\sigma}_0}{\pi^2 E - \tilde{\sigma}_0 \lambda^2}, \quad (5)$$

its variability

$$A_{S_{stab}} = \frac{1}{1 - \psi} \sqrt{A_{\tilde{\sigma}_T}^2 + A_{\tilde{\sigma}_0}^2 + \frac{c^2 \psi^2}{(c - \lambda^2 \psi)^2} (\hat{e} + \lambda^2 \hat{f})}. \quad (6)$$

where $c = \pi^2 E / \bar{\sigma}_{us}$, $c = \pi^2 E / \bar{\sigma}_{us}$, $\psi = \bar{\sigma}_0 / \bar{\sigma}_{us}$, \hat{e} and \hat{f} are variance of random values of eccentricity and initial imperfection, respectively.

Unlike (4) the reliability index is equal to

$$\beta = \frac{1}{A_{S_{stab}}} = \frac{\bar{\sigma}_{us} - \bar{\sigma}_0}{\sqrt{\frac{\bar{\sigma}_{us}^2}{\bar{\sigma}_0^2} \bar{\sigma}_0^2 + \bar{\sigma}_{us}^2 + \frac{c^2 \bar{\sigma}_0^2 \bar{\sigma}_{us}^2}{(c \bar{\sigma}_{us} - \lambda^2 \bar{\sigma}_0)^2} (\hat{e} + \lambda^2 \hat{f})}}. \quad (7)$$

In this case the analysis should obviously use not only the safety factors for the material and for the load.

The values of the partial safety factors are usually determined by a linear probabilistic analysis. The criteria for the limit state analysis, formulated in terms of limit forces, may not be applicable when there is no proportionality between the loads on the system and the internal forces and moments. At the same time, the question remains unanswered about using the results of the nonlinear analysis of forces, whether to apply the same factors that are used based on the results of the linear analysis or to introduce others (but which?), etc.

It is important that the verification of compliance with the requirements of any of the considered limit states uses both the safety factor for load γ_f and the safety factor for material γ_m and, therefore, the reliability of the structure is determined by both of these values. These factors are usually based not only on probabilistic and statistical data, but also on some additional considerations (control methods, data incompleteness, etc.). Therefore, the level of reliability is to a certain extent regulated by those additional margins that appear both on the left and on the right hand side of the limit inequality and depends on their consistency. But the established practice is such that the normalization of the values of γ_f and γ_m is carried out independently by different research teams, and the procedure for their coordination is not defined in any way.

Possible Relationship between the Safety Factors for Load and Safety Factors for Material. The safety factor for load and the safety factor for material are defined in such a way that these factors allow for the possible unfavorable deviations separately.

In most cases, in particular for all linear systems, this is true and the main inequality of the limit state design method is as follows:

$$\psi \gamma_n \gamma_f F_n \leq \gamma_c \gamma_m R_n, \quad (8)$$

here ψ is the combination factor, γ_n is the importance factor, γ_c is the service factor.

However, this is not always feasible in physically nonlinear problems, where the uncertainties of the action and resistance models can be closely related, for example, by using the same physical relationship $\sigma=f(\varepsilon)$ both in the stress-strain analysis (i.e., load effect), and in the bearing capacity analysis.

And a real example, when the action effects and resistance parameters are not separated, is analyzed in detail in Eurocode-7. The Guide [30] says: “In contrast to the checking of structural designs, geotechnical actions from and resistances of the ground cannot be separated: geotechnical actions sometimes depend on the ground resistance, e.g. active earth pressure, and ground resistance sometimes depends on actions...”.

Load and Load Effect. The variability of loads and actions, allowed for by the factor γ_f , can be taken into account in the analysis in various ways. The thing is that not the values of the design loads F_d , but the values of the effects of these loads S_d (forces, stresses, displacements, etc.) are used in the design checks. However, the action effect is not only a function of the action itself, but of the characteristics of the design model as well, so its variability may differ from the characteristics of the action variability.

In practice, the probabilistic characteristics S_d are usually identified with the probabilistic characteristics of the load F_d , using the safety factor γ_f for S_d , the value of which is determined by the properties of the load.

This is always true when S is linearly dependent on F . Indeed, if $S = cF$ (c is the influence coefficient) and F is a random variable with a mean \bar{F} and standard \hat{F} value, then the random variable S has the following mean and standard values:

$$\bar{S} = c\bar{F}, \quad \hat{S} = c\hat{F}, \quad (9)$$

and the coefficient of variation of the load effect is equal to the coefficient of variation of the load.

It will not be true for a nonlinear relationship $S = f(F)$ though, and two approaches are possible when the partial factor γ_f is applied:

- either to the standard load values and then $S_d = f(\gamma_f F_n)$;
- or to the action effect itself and then $S_d = \gamma_s f(F_n)$, where the safety factor γ_s has a value different from γ_f .

Such situations are typical for the analysis of geometrically nonlinear systems, where internal forces and moments can increase slower or faster than the load. In the first case we are dealing with geometrically hardening systems (most of the suspended structures), and in the second case – with geometrically degrading systems. Variability of the load effect for geometrically hardening systems (Fig. 3 (a)) is less than the variability of the load and, therefore $\gamma_s \leq \gamma_f$, and greater for geometrically degrading systems (Fig. 3 (b)), so $\gamma_s \geq \gamma_f$.

An even more complicated situation arises when the transition from F to S is such that the influence coefficient c turns out to be a random variable. Here, the design combination of loads (and the characteristics of the scatter of their values)

or the design combination of internal reactions of the system (forces, stresses, displacements) are different situations which depend on such random parameters as the position of the crane bridge on the crane beam and the position of the trolley on the crane bridge. The characteristics of the scatter of load values obviously do not coincide with the similar characteristics of the load effects for the crane beam and for the column. This fact was confirmed by statistical testing [23].

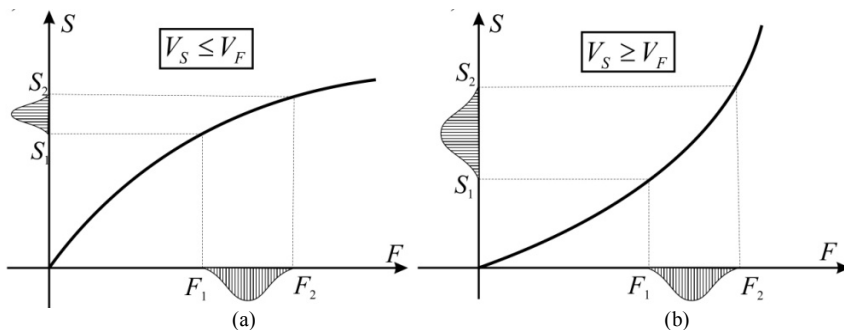


Fig. 3. S - F diagram options

One of the results of statistical simulation is presented in the form of polygons of normalized values in Fig. 4. The normalization was carried out with respect to the data of the deterministic analysis. A relative value of 0.294 corresponds to the standard value of the bending moment in the crane beam caused by the load from two cranes with 95% reliability, i.e. the difference was threefold.

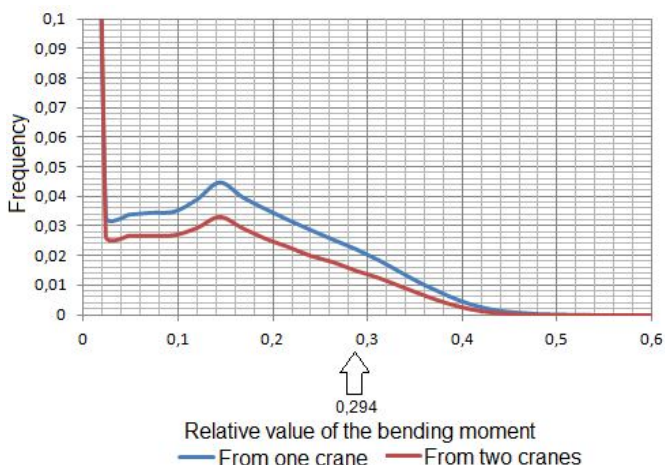


Fig. 4. Polygon of bending moments in a beam

Vulnerability Assessment. The limit state design method tacitly assumes that the design considers and takes into account all the loads and actions that

may occur during the life cycle of the designed structure. But in addition to clearly predictable loads and actions, there is always a possibility of a random action on the design structure that is not provided for neither by design codes nor by the designer's prediction. From the point of view of these surprise events vulnerability of the design object is an important characteristic.

Vulnerability characterizes a possibility of causing damages of any nature to the considered system by some external means or factors. Vulnerability is closely related to a well-known characteristic of "robustness" and to an additional characteristic — "mobilization" recently suggested in [24]. The robustness is considered as a spatial characteristic which shows how a local perturbation spreads throughout the space of the system and whether this local destruction can get a disproportionately large development "in breadth".

While mobilization shows the readiness and ability of the system to react to a local in time (pulse) unexpected perturbation. In both cases, the perturbation may be too strong to ignore its consequences, but its nature makes it impossible to predict the time and place of its occurrence, as well as other quantitative characteristics. Noticeable absence of the structural mobilization, as well as insufficient robustness, should serve as a reason for the increased attention and use of some protective measures.

Reliability of Protected Systems. Issues of analyzing load-bearing structures equipped with protection systems (seismic protection, fire protection, overload protection, etc.) are becoming increasingly common in the design practice. These systems change the nature of actions on the bearing structures, their intensity and, sometimes, statistical properties.

It is necessary to distinguish between protection devices that are included in the system as additional elastic, plastic or damping parts and change the static and kinematic properties of the protected system (for example, all seismic isolation systems), and protection devices that break when overloaded and remove the load from the protected structure (for example, protection against explosions in the form of easily removable structures).

There are no new fundamental issues in the first case, only the properties of the considered structure change, and its reliability increases due to these changes.

In the second case, the protection has an ambiguous effect on reliability. On the one hand, it reduces the probability of accidents, since an accident can occur only when the protection fails. If the protection is absolutely reliable, the crash failures do not occur at all. On the other hand, the probability of hang failures increases, since some of the crash failures are transformed into hang failures.

The issues arise here of checking the bearing capacity of both the protected structure [20, 15] (what is the safety factor for load), and the protection system which should have a guaranteed operability margin and, therefore, be guided by some values of partial factors. You should keep in mind here that an excessive increase in the breaking load by the protection leads to the fact that its "protective function" is reduced, and a decrease in this load leads to an increase in the number of hang failures.

Conclusion. The above considerations give only a partial idea of the range of issues that arise when comparing working practices with the theoretical

fundamentals they should correspond to. It should also be noted that the design codes do not provide any justifications for their recommendations. There is no such information in the textbooks as well. As a result, practicing engineers with standard education treat the design codes as the main source of knowledge.

We apparently need some supplements to the design codes like Background documents issued by the authors of Eurocodes. The guides to the Ukrainian and Russian codes have a different purpose (detailing, examples of application, etc.) and do not serve this function.

REFERENCES

1. ASCE SE17-16. Minimum Design Loads for Buildings and other Structures. – Reston, VA, USA, American Society of Civil Engineering, 2017.
2. *Diamantidis D., Sykora M.* Reliability Differentiation and Uniform Risk in Standards: a Critical Review and Practical Appraisal // *Future Tends in Civil Engineering – Zagreb, Croatia, 2019.* – P. 59–78.
3. *Ditlevsen O.* The Structural System reliability Problem, Qualitative Considerations of Reliability and Risk Analysis // *Civil Engineering, NC Lind (ed.), Institute for risk research, University of Waterloo., 1987, P. 1–11*
4. *Ellingwood B.* Acceptable risk bases for design of structures // *Progress in Struct. Eng. and Mat. 3(2).* – 2001. – P. 170 - 179.
5. EN 1990. Basis of Structural Design. – Eurocode European Committee for Standardization, 2002.
6. FEMA 273. Federal Emergency Management Agency. NEHRP Guidelines for the Seismic Rehabilitation of Buildings, Washington, D.C. – October, 1997.
7. *Frank R., Bauduin C., Driscoll R et al.* Designer's guide to EN 1997-1, Eurocode 7: Geotechnical design — London: ICE Publishing, 2004 — 232 p.
8. *Gavrilenko I., Girenko S., Perelmuter A., Perelmuter M., Yurchenko V.* Load-bearing capacity as an interactive analysis tool in SCAD Office // *Proceeding of the METNET Seminar 2017 in Cottbus — Hämeelinna: HAMK, 2017— P. 112-127.*
9. GSA «Alternate path analysis & design guidelines for progressive collapse resistance», October 2016.
10. ISO 2394:2015. General principles on reliability for structures – International Organization for Standardization, 2015.
11. *Lin H., Yang L., Chen G.M. et al.* A novel methodology for structural robustness assessment of offshore platforms in progressive collapse // *Journal of Loss Prevention in the Process Industries, 2019, Vol. 62, Paper 103966.*
12. *Lu D., Song P.Yu.* Global seismic Reliability Analysis of Building Structures based on System / D. Lu, // *Level Limit States / Oct. 12- 17, 2008.* – Bijing, China.
13. *Madsen H.O.* Model Updating in Reliability Theory // «Reliability and Risk Analysis in Civil Engineering», Proceedings of ICASP 5, Lind N.C. (Ed.), Institute for risk research, University of Waterloo, Vol. 1, 1987, P. 564–577.
14. *Perelmuter A.V.* Strength analysis in regulatory design documents and computational software // *Strength of Materials and Theory of Structures, 2020, № 104 — P. 90-103.*
15. *Perelmuter A.V., Veriuzhska T.Y.* Optimization of the overload-protection degree // *Engineering Optimization IV — London: Taylor & Francis Group, 2014. — P. 529–532.*
16. *Stewart M.G., Melchers R.E.* Probabilistic risk assessment of engineering systems // *Chapman & Hall, London. – 1997.*
17. UFC 4-023-03 (Including Change 3, 2016) «Unified facilities criteria. Design of buildings to resist progressive collapse».
18. *Vrouwenvelder, A.C.* Developments towards full probabilistic design codes / *Struct. Safety, 24, 2002.* – P. 417–432.
19. *Yi Li, Xinzheng Lu, Hong Guan, Peiqi Ren, Lanping Qian.* Probability-based progressive collapse-resistant assessment for reinforced concrete frame structures // *Advances in Structural Engineering, 2016, Vol.: 19 issue: 11 — P.: 1723-1735.*

20. *Anilovich V.Ya., Lupandina A.P.* Protection Theory Used to Ensure the Reliability of Machines, // Reliability and Durability of Machines and Structures, Issue. 13. – Kyiv: Naukova Dumka, 1988. — P. 1-8.
21. DBN V.1.2-14:2018. General Principles of Reliability and Structural Safety of Buildings and Structures — Kyiv: Ministry of Regional Development, Building and Housing of Ukraine, 2018.— 30 p.
22. *Perelmuter A.V.* Using the Criterion of Resistibility to Assess the Structural Limit State. // Vestnik MGSU, Volume 16, Issue 12 — C.1419-1426. DOI: 10.22227/1997-0935.2021.12.0000-0000.
23. *Perelmuter A.V.* Statistical Modeling of Crane Loads and Design Combinations of Forces // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering, 2017. Vol. 13, No 2.— P. 136-144.
24. *Perelmuter A.V., Pichugin S.F.* On One Safety Characteristic of Buildings // Steel Structures, 2014, Volume 20, No. 2 — P. 109–117.
25. *Perelmuter A.V., Tur V.V.* Are We Ready to Move on to Nonlinear Analysis in Design? // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering, 2017. Vol. 13, No. 3 — P. 86-102.
26. *Rzhaniysyn A.R.* Theory of Reliability Analysis of Structures - Moscow: Stroyizdat, 1978. - 239 p.
27. SP 296.1325800.2017. Buildings and Structures. Accidental Actions - Moscow: Standartinform, 2017 — 23 p.
28. SP 385.1325800.2018. Protection of Buildings and Structures Against Progressive Collapse. Design Code. Basic Statements — Moscow: Standartinform, 2018 — 19 p.
29. *Streletsky N.S.* Importance of Working Practices in the Structural Analysis // Izvestiya Vuzov. Construction and Architecture, 1960, No. 5.
30. *Frank R., Bauduin C., Driscoll R., Kavvadas M., Krebs Ovesen N., Orr T., Schuppener B.* Designers' Guide to EN 1997-1 Eurocode 7: Geotechnical Design General Rules — Thomas Telford, London, 2005. — 213 p.

Стаття надійшла 16.04.2022

Перельмутер А.В.

ТЕОРІЯ СПОРУД І НОРМИ ПРОЕКТУВАННЯ

Норми будівельного проектування ґрунтуються на методі граничних станів, за допомогою якого реалізуються вимоги надійності, які висуваються до будівельних конструкцій. З метою спростити їх використання норми достатньо часто свідомо відступають від науково обґрунтованих теоретичних положень таких фундаментальних дисциплін, як теорія пружності та теорія пластичності, натомість застосовуючи так звані робочі методи. У статті показано, що наявні неточно сформульовані рекомендації норм проектування, а також зазначається, що деякі важливі проблеми будівельного проектування і зовсім не відображені у нормах. Сказане відноситься до вибору значень ймовірності відмови, до використання часткових коефіцієнтів надійності, методики розрахунку у випадку аварійної ситуації, проблем використання результатів нелінійного розрахунку тощо.

У статті представлені деякі міркування щодо зазначених питань, при цьому головна увага приділена аналізу проектної традиції, що склалась, та вказівкам на нерозв'язані проблеми. Розглянуті проблеми рекомендованих параметрів безпеки, уточнення понять граничних станів, аналізу аварійних ситуацій, значень коефіцієнтів надійності та можливого зв'язку коефіцієнтів надійності за навантаженням та за матеріалом, навантажень та навантажувальних ефектів, оцінки уразливості та надійності захищеної системи.

Наведені у статті міркування дають лише часткове уявлення про коло питань, що виникає при зіставленні робочих методів норм проектування з теоретичними положеннями, яким вони повинні відповідати. При цьому слід зауважити, що практика викладення нормативних документів, яка склалась, ніяк не проголосувє зв'язок рекомендацій норм із дослідженнями, які їх обґрунтовують. Представлена стаття може покласти початок для наукової дискусії, а також бути корисною як для розробників нормативних документів, так і для розробників програмних систем, орієнтованих на розрахунок будівельних конструкцій.

Ключові слова: ймовірність відмови, часткові коефіцієнти надійності, граничні стани, будівельні норми

Perelmuter A.V.

THEORY OF STRUCTURES AND DESIGN CODES

Building structures should correspond to the reliability requirements which are implemented with the help of design codes. The latter are based on the method of limit states. In order to simplify the verifications, the design codes often deliberately deviate from the scientifically based theoretical provisions of such fundamental disciplines as the theory of elasticity and the theory of plasticity, replacing them with the so-called working practices. The paper presents that there are inaccurately formulated recommendations in the design codes. The paper also specifies on some important problems that are not reflected in the design codes. This applies to the choice of failure probability values, the use of partial reliability factors, the calculation methodology in case of an emergency, the problems of using the results of nonlinear calculation, etc.

The paper presents some considerations on these issues, with the main attention being paid to the analysis of the existing design tradition and guidance to unresolved issues. The problems of recommended reliability parameters, clarification of the limit state concepts, analysis of accidental situations, the safety factors values and possible relationship between the safety factors for load and the safety factors for materials, loads and load effects, vulnerability assessment as well as reliability of protected systems have been considered.

The considerations presented by the paper give only a partial idea of the range of issues that arise when comparing working practices used in the design codes with the theoretical fundamentals they should correspond to. It should also be noted that the design codes do not provide any justifications for their recommendations. The presented paper can initiate a scientific discussion and be useful both for the developers of design codes and for the developers of software packages implemented the design codes.

Keywords: failure probability, partial safety factors, limit state, design codes

Перельмутер А.В.

ТЕОРИЯ СООРУЖЕНИЙ И НОРМЫ ПРОЕКТИРОВАНИЯ

Нормы строительного проектирования основываются на методе предельных состояний, с помощью которого реализуются требования надежности, выдвигающиеся к строительным конструкциям. С целью упростить их использование нормы зачастую сознательно отступают от научно обоснованных теоретических положений таких фундаментальных дисциплин, как теория упругости и теория пластичности, подменяя их так называемыми рабочими методами. В статье показано, что имеются неточно сформулированные рекомендации норм проектирования, а также указывается, что некоторые важные проблемы строительного проектирования и вовсе не отражены в нормах. Сказанное относится к выбору значений вероятности отказа, к использованию частных коэффициентов надежности, методике расчет в случае аварийной ситуации, проблемам использования результатов нелинейного расчета и др.

В статье представлены некоторые соображения по указанным вопросам, при этом главное внимание уделяется анализу сложившейся проектной традиции и указаниям на нерешенные проблемы. Рассмотрены проблемы рекомендуемых параметров безопасности, уточнения понятий о предельных состояниях, анализа аварийных ситуаций, значений коэффициентов надежности и возможной связи коэффициентов надежности по нагрузке и по материалу, нагрузок и нагрузочных эффектов, оценки уязвимости и надежности защищенной системы.

Приведенные в статье соображения дают лишь частичное представление о том круге вопросов, который возникает при сопоставлении рабочих методов норм проектирования с теоретическими положениями, которым они должны соответствовать. При этом следует отметить, что сложившаяся практика изложения нормативных документов связь своих рекомендаций с обосновывающими их исследованиями никак не оглашает. Представленная статья может положить начало для научной дискуссии, а также быть полезной как для разработчиков нормативных документов, так и для создателей программных систем, ориентированных на расчет строительных конструкций.

Ключевые слова: вероятность отказа, частные коэффициенты надежности, предельное состояние, строительные нормы

УДК 624.024.046.5+006.036

Перельмутер А.В. Теорія споруд і норми проектування // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2022. – Вип. 108. – С. 3 – 16.

Норми будівельного проектування ґрунтуються на методі граничних станів, за допомогою якого реалізуються вимоги надійності. Однак ці вимоги, що представлені в нормах, не завжди відповідають основним теоретичним положенням. Є неточно сформульовані рекомендації, деякі важливі проблеми не відображені в нормах. Це відноситься до вибору значень ймовірності відмови, до використання часткових коефіцієнтів надійності, методики розрахунку у разі аварійної ситуації, проблем використання результатів нелінійного розрахунку та ін. У цій роботі представлені деякі міркування з зазначених питань, при цьому головна увага приділяється аналізу проектної традиції, що склалася, і вказівкам на невирішені проблеми.

Ил. 4. Табл. 0. Бібліог. 30 назв.

УДК 624.024.046.5+006.036

Perelmuter A. V. Theory of structures and design codes // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles – Kyiv: KNUBA, 2022. – Issue 108. – P. 3–16.

Building design standards are based on the method of limiting states, with the help of which reliability requirements are implemented. However, these requirements are presented in the norms do not always correspond to the fundamental theoretical provisions. There are inaccurately formulated recommendations, some important problems are not reflected in the norms. This applies to the choice of failure probability values, the use of partial reliability factors, the calculation methodology in case of an emergency, the problems of using the results of nonlinear calculation, etc. This paper presents some considerations on these issues, with the main attention being paid to the analysis of the existing design tradition and guidance to unresolved issues.

Figs. 4. Tabs. 0. Refs. 30.

УДК 624.024.046.5+006.036

Перельмутер А.В. Теория сооружений и нормы проектирования // Сопротивление материалов и теория сооружений: науч.-тех. сборн. – К.: КНУСА, 2022. – Вип. 108. – С. 3-16.

Нормы строительного проектирования основываются на методе предельных состояний, с помощью которого реализуются требования надежности. Однако эти требования представлены в нормах не всегда соответствуют основополагающим теоретическим положениям. Имеются неточно сформулированные рекомендации, некоторые важные проблемы никак не отражены в нормах. Это относится к выбору значений вероятности отказа, к использованию частных коэффициентов надежности, методике расчет в случае аварийной ситуации, проблемам использования результатов нелинейного расчета и др. В этой работе представлены некоторые соображения по указанным вопросам, при этом главное внимание уделяется анализу сложившейся проектной традиции и указаниям на нерешенные проблемы.

Ил. 4. Табл. 0. Библиог. 30 назв.

Автор: доктор технічних наук, старший науковий співробітник Перельмутер Анатолій Вікторович

Адреса робоча: 03037 Україна, м. Київ, вул. Освіти 3А, оф. 2

Робочий тел.: +38(044)249-71-91

Мобільний тел.: +38(050)382-16-25

E-mail: avp@scadsoft.com

SCOPUS ID: 6602444316

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0001-9537-2728>

UDC 539.3

OPTIMAL DESIGN OF SHELL CONSTRUCTIONS TAKING INTO ACCOUNT THE EVOLUTION OF CORROSION DAMAGE**A.P. Dzyuba,**

Doctor of Technical Science, Professor

A.A Dzyuba,

Engineer of the Department

L.D. Levitina,

Senior Engineer

Oles Honchar Dnipro National University, Dnipro

DOI: 10.32347/2410-2547.2022.108.17-34

An algorithm for computer modeling of the evolution of corrosion wear of the surface of shell elements under conditions of joint action of mechanical external loads and the impact of aggressive environments has been developed. The algorithm of optimal design of shell structures taking into account corrosion degradation of the material surface is constructed, the essence of which is to optimize the design parameters at the end of its durability, further reverse build-up of the sacrificial layer of material and rational refinement of the project according to technological requirements. The results of weight optimization of a cylindrical tank for storage of petroleum products under conditions of asymmetric bilateral corrosion damage to the material surface are presented.

Keywords: modeling of corrosion damage evolution, shells, strength, aggressive environment, optimal design.

Introduction

The problem of predicting corrosion degradation and optimal design of structures operating under the combined action of extreme power loads and the effects of corrosion is quite relevant, whereas the operating conditions of structures in aggressive environments are typical of many branches of mechanical engineering, mining, chemical and oil refining industries, metallurgy, construction, etc. [1-10].

The peculiarity of the study of the evolution of surface corrosion damage under the combined action of force loads and aggressive environment is that in the loaded structural element in corrosion conditions there are two interrelated kinetic processes: deformation and corrosion degradation. The increase in stress on the surface of the material causes the acceleration of corrosion degradation, which leads to a decrease in the geometric dimensions of the sections, the wall thickness of the shell, etc., and this, in turn, - to the redistribution (in the direction of increasing) stresses and strains in structural elements [5].

The development of effective algorithms for selecting the optimal material distribution of shell structures taking into account the impact of aggressive environments is complicated by the need to repeatedly test the durability requirements associated with compliance with strength constraints throughout the design life of the structure. The peculiarity of verifying the implementation of this restriction is the need to integrate the differential equations of the selected

mathematical model of corrosion damage, (the right part of which includes the parameters of the stress state of the structure interrelated with the values of corrosion damage) from the initial to the final time of loss of bearing capacity as a result of corrosion degradation of material structural [4, 8, 11-14].

The complexity of the application of classical models for solving the problem of finite-dimensional optimization in the initial time of existence of the structure is due to the presence of a significant number of variables, since the entire surface of the structure undergoes uneven corrosion, and with subject to restrictions, the parameters of which change over time, which leads not only to significant computational costs and accumulation of errors, but also to the need to solve a number of fundamental problems.

Known attempts to introduce simplifying assumptions to solve this problem in many cases lead to the inadequacy of the constructed design scheme of the real object, therefore, the results obtained in them are mainly of scientific and methodological importance, the possibility of practical use of which seems questionable.

It should be noted that experimental studies (which would be a reliable criterion for the reliability of the results) of the behavior of structures in aggressive environments are long in time and associated with significant material costs [2, 3].

As a consequence of this state of affairs, the long-term reliability of structures operated in aggressive environments often has to be increased by introducing a so-called "sacrificial" layer of material, i.e. part of material conventionally intended for corrosion damage. As a rule, such a layer is assigned to be uniform for the entire structure in terms of durability of the most loaded and (or) most corrosion-damaged element, as a certain margin of safety. Since stress and corrosion damage are distributed unevenly on the surface of the material, most of this sacrificial layer of material after the designated period of operation of the structure for corrosion wear remains "unused", which leads to overuse of the material as a whole. Thus, the problem of developing effective approaches to solving the problem of computer modeling of the evolution of corrosion damage and the optimization of structures that are operated under aggressive environments is still far from complete.

1. Algorithm of computer modeling of corrosion damage evolution

In the general case, the mathematical model of corrosion damage, which takes into account the influence of the stress-strain state on the process of corrosion destruction, is taken in the form [5, 9, 15-17]:

$$\frac{d\delta}{dt} = f(\delta, \sigma, \bar{V}, \bar{X}, t), \quad \delta(\bar{X}, t_0) = 0, \quad (1)$$

where $\sigma(\bar{X}, t)$ is stress and $\delta(\bar{X}, t)$ is the depth of the corrosion damage at the point $\bar{X}(x, y)$ on the surface of studied shell element; x, y are coordinates in the meridional and circumferential directions on the surface of the rotation shell; \bar{V} is vector of parameters that characterize the degree of corrosion resistance of the material and the level of aggressiveness of the environment; $t_0 \leq t \leq t_{cr}$ is time.

The critical state of the structure at t_{cr} is determined by the achievement of a certain limit, destructive for this material stress value σ_{cr} as a result of reducing its stiffness characteristics due to corrosion damage.

The most well-known and tested models that take into account the effect of stresses on the corrosion rate in the calculations of strength are the models of V.M. Dolinsky [15], E.M. Gutman [9] and I.G. Ovchinnikov [5], which are, respectively, in the form of:

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad & \frac{d\delta}{dt} = V(t)(1 + K\sigma); \\ \text{(b)} \quad & \frac{d\delta}{dt} = \varphi(t)\exp(\gamma\sigma); \\ \text{(c)} \quad & \frac{d\delta}{dt} = \psi(t)(1 + \varepsilon E_n), \end{aligned} \quad (2)$$

where $V(t)$, $\varphi(t)$, $\psi(t)$ are the functions, in the general case, which due to the complexity of their definition, in most cases [5] are accepted as reference experimentally established constants V_0 , that characterizing the corrosion damage of a particular unstressed material in a certain aggressive environment; K , γ , ε are coefficients expressing the degree of influence of stresses on the corrosion rate; $E_n = \sigma_x^2 + \sigma_y^2 - 2\mu\sigma_x\sigma_y + 2(1+\mu)\sigma_{xy}^2 / (2E)$ is specific deformation energy; $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_{xy}$ are relevant components of the stress state; E, μ are modulus of elasticity and Poisson's ratio, respectively.

Thus, the task of determining the magnitude and direction of corrosion $\delta(\bar{X}, t)$ and change the position of each point $\bar{X}(x, y)$ of the surface deep into the material during Δt corrosion during the initial $t = t_0$ to some final critical time $t = t_{cr}$ of the structure is to integrate selected for this aggressive environment equation mathematical model in the form (2, a), (2, b) or (2, c).

Solution of the nonlinear initial problem (1) using one of the known methods, in particular, Kutt–Merson, Adams, Euler or others in the $(k+1)$ -th step of integration over time can be represented as

$$\delta^{k+1} = \delta^k + f^k(\delta^k, \sigma^k, \bar{V}, \bar{X}^k, t^k) \cdot \Delta t, \quad k=1, 2, 3, \dots \quad (3)$$

When constructing an algorithm for computer simulation of the evolution of corrosion, it is assumed that its magnitude and direction are perpendicular to the surface deep into the material for each i -th node of the shell and does not depend on the magnitude of corrosion at neighboring points on the current k -th the steps of integrating the equation of the selected corrosion model (2).

Given that the surface of the shell in the process of corrosion becomes irregular, the meridian line on the surface of the shell material is approximated by a broken line drawn through evenly or unevenly defined nodal points, and the amount of corrosion $\Delta\delta_i^k$ at these points is calculated by integrating a mathematical model of corrosion (3) k -th step in the form

$$\Delta\delta_i^{k+1}(x_i, y_i) = \delta_i^{k+1}(x_i, y_i) - \delta_i^k(x_i, y_i), \quad i = \overline{1, n}. \quad (4)$$

Given that each of the angular (nodal) points will belong simultaneously to two lines of the approximating line, changes in the coordinates of these nodal points can be calculated for geometric reasons (Fig. 1).

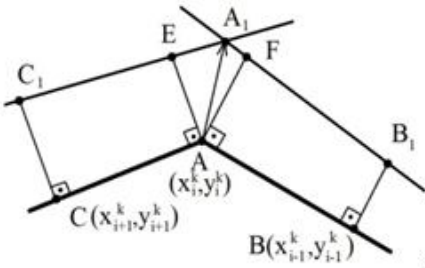


Fig. 1. Calculation scheme to calculate the value of and direction of corrosion damage

Segments $BB_1 = \Delta\delta_{i-1}^k$, $AE = AF = \Delta\delta_i^k$, $CC_1 = \Delta\delta_{i+1}^k$ in Fig. 1 are correspond to the values of corrosion damage at the nodal points $i-1, i, i+1$ at the k -th step of integrating equation (3). The final

value and direction of corrosion at the point (x_i^k, y_i^k) is determined by the vector $\overline{AA_1}$. The location of the point A_1 is calculated as the coordinates of the point of intersection of the lines C_1E and B_1F , which are then taken as the angular point approximating the surface of the shell line at $k+1$ integration step (2).

To calculate the values of the coordinates of the angular points of the approximating line of the surface meridian $(k+1)$ -th step of integration of the selected corrosion model (2), determine the ort $\overline{l_{BA}}$ of the vector \overline{BA} through the coordinates of these points in the k -th step (Fig. 1), as

$$\overline{l_{BA}} = \frac{\overline{BA}}{|BA|}; \quad \overline{l_{BA}} = \left\{ \frac{x_i^k - x_{i-1}^k}{|BA|}, \frac{y_i^k - y_{i-1}^k}{|BA|} \right\};$$

$$|BA| = \sqrt{(x_i^k - x_{i-1}^k)^2 + (y_i^k - y_{i-1}^k)^2} \quad (5)$$

and further, given that the vectors $\overline{BB_1}$ and \overline{AF} are perpendicular to the vector \overline{BA} , Orts $\overline{l_{BB_1}}$, $\overline{l_{AF}}$ of vectors $\overline{BB_1}$, \overline{AF} , which are parallel, can be expressed as

$$\overline{l_{AF}} = \overline{l_{BB_1}} = \left\{ \frac{y_i^k - y_{i-1}^k}{|BA|}; -\frac{x_i^k - x_{i-1}^k}{|BA|} \right\}, \quad (6)$$

Vectors $\overline{BB_1}$ and \overline{AF} , as directions of corrosion damage $\Delta\delta_{i-1}^k$, $\Delta\delta_i^k$ at the surface of the material in points B and A , can be represented as

$$\overline{AF} = \Delta\delta_i^k \cdot \overline{l_{AF}}; \quad \overline{BB_1} = \Delta\delta_{i-1}^k \cdot \overline{l_{BB_1}}. \quad (7)$$

After that the coordinates of points B_1 and F can be obtained as follows:

$$x_{B_1} = x_{i-1}^k + \Delta\delta_{i-1}^k \cdot \frac{y_i^k - y_{i-1}^k}{|BA|}; \quad y_{B_1} = y_{i-1}^k - \Delta\delta_{i-1}^k \cdot \frac{x_i^k - x_{i-1}^k}{|BA|};$$

$$x_F = x_i^k + \Delta\delta_i^k \cdot \frac{y_i^k - y_{i-1}^k}{|BA|}; \quad y_F = y_i^k - \Delta\delta_i^k \cdot \frac{x_i^k - x_{i-1}^k}{|BA|}. \quad (8)$$

The ort $\overline{l_{AC}}$ and length of the vector \overline{AC} are similarly determined

$$\overline{l_{AC}} = \left\{ \frac{x_{i+1}^k - x_i^k}{|AC|}, \frac{y_{i+1}^k - y_i^k}{|AC|} \right\}; \quad |AC| = \sqrt{(x_{i+1}^k - x_i^k)^2 + (y_{i+1}^k - y_i^k)^2}.$$

Then orts of vectors $\overline{l_{AE}}, \overline{l_{CC_1}}$ and coordinates of points E, C_1 are calculated:

$$\overline{l_{AE}} = \overline{l_{CC_1}} = \left\{ \frac{y_{i+1}^k - y_i^k}{|AC|}, -\frac{x_{i+1}^k - x_i^k}{|AC|} \right\}, \quad (9)$$

$$x_E = x_i^k + \Delta\delta_i^k \cdot \frac{y_{i+1}^k - y_i^k}{|AC|}; \quad y_E = y_i^k - \Delta\delta_i^k \cdot \frac{x_{i+1}^k - x_i^k}{|AC|};$$

$$x_{C_1} = x_{i+1}^k + \Delta\delta_{i+1}^k \cdot \frac{y_{i+1}^k - y_i^k}{|AC|}; \quad y_{C_1} = y_{i+1}^k - \Delta\delta_{i+1}^k \cdot \frac{x_{i+1}^k - x_i^k}{|AC|}. \quad (10)$$

The angular point $A_1(x_{A_1}, y_{A_1})$ of the approximating meridian line of the next step of integrating the equation of the mathematical model of corrosion (1) is the point of intersection of the lines B_1F, EC_1 and its coordinates satisfy the system of equations in the form

$$\begin{cases} x_{A_1}(y_F - y_{B_1}) - y_{A_1}(x_F - x_{B_1}) = x_{B_1}y_F - y_{B_1}x_F; \\ x_{A_1}(y_{C_1} - y_E) - y_{A_1}(x_{C_1} - x_E) = x_E y_{C_1} - y_E x_{C_1}. \end{cases} \quad (11)$$

Thus, the coordinates $x_{A_1(i)}, y_{A_1(i)}$ of the i -th angular point following in the process of corrosion damage during Δt the configuration of the shell surface are calculated from (10), and the final value of corrosion damage to the surface of the material at angular point A is determined by the length of the vector $\overline{AA_1}$

$$\Delta\delta_i^{*k} = |\overline{AA_1}| = \sqrt{(x_{A_1(i)}^2 - x_{A(i)}^2)^2 + (y_{A_1(i)}^2 - y_{A(i)}^2)^2}. \quad (12)$$

The author's software implementation of this problem provides various possible options for the mutual location of points C, A, B , different contour angles, lengths of segments CA and VA , parallel offset contours, reducing or increasing the number of nodes, respectively, for corrosion of convex and concave contours corresponding to a decrease or increase in the length of the approximating lines, etc.

2. Calculated models of shells of rotation with variables of external and internal components of wall thickness

Assuming that the corrosion rate depends on the intensity of stresses on the surface of the material, and the impact of aggressive environments on the shell structure is usually heterogeneous, the depth of corrosion damage to the inner and outer surfaces of the shell may be different and uneven. In this case, the middle surface of the shell over time will be increasingly different from the original. This leads to the need to develop a mathematical model for calculating the stress-strain state of the shells of rotation, which have different

laws of change of the outer and inner (relative to the middle surface) components of the wall thickness of the shells.

For the case of shell rotation under axisymmetric loading with variable along the meridian wall thickness $d(s)$ under the Kirchhoff – Love hypotheses, it is assumed that the outer $H(s)$ and inner $h(s)$ components of the shell wall thickness as distances in the normal direction to some initial the reduction surface, which remains unchanged despite the corrosive degradation of the shell surfaces, are independent functions of the meridional coordinate s , $h^*(s)$ is the distance from the middle to such the reduce surface (Fig. 2(b)), so that

$$H(s) - h^*(s) = d(s) / 2; \quad h(s) + h^*(s) = d(s) / 2; \quad h^*(s) = (H(s) - h(s)) / 2. \tag{13}$$

It is also assumed that the middle surface and the reduction surface at the initial time of corrosion damage coincide, or are chosen parallel. In this case, the error associated with the subsequent, in the process of corrosion, the difference between the normals to these surfaces, as well as the parameters of the curvature χ_1, χ_2 of these surfaces for thin-walled shells can be neglected.

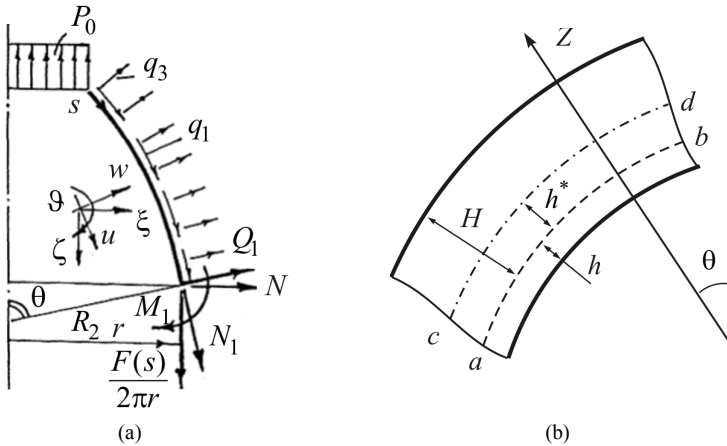


Fig. 2. Effort, displacement and position reduced (ab) and middle (cd) surfaces of the shell

The scheme of forces and movements in the shell is given in Fig. 2(a). Where do you come from

$$N_1 = \frac{F(s)}{2\pi r} \sin \theta + N \cos \theta; \quad Q_1 = -\frac{F(s)}{2\pi r} \cos \theta + N \sin \theta. \tag{14}$$

Here $\theta(s)$ is the angle between the normal to the reduced surface and the axis of the shell; N_1, Q_1 are longitudinal and transverse forces; N is expanding

force; P_0, q_n, q_1 are specified axial, distributed normal and meridional loads,

$$F(s) = P_0 + \int_{s_0}^{s_p} (q_n \cos \theta - q_1 \sin \theta) 2\pi r ds \text{ is total axial load.}$$

Radial displacement ξ , angle of rotation of the normal ϑ , axial displacement ζ , as well as multiplied by the radius $r(s)$ of the parallel circle, expanding force Nr and moment M_1r are the main variables.

The deformations $\varepsilon_{1\text{mdl}}, \varepsilon_{2\text{mdl}}$ of the middle surface are related to the deformations $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ of the reduction surface and χ_1, χ_2 as follows:

$\varepsilon_{1\text{mdl}} = \varepsilon_1 + h^* \chi_1$, $\varepsilon_{2\text{mdl}} = \varepsilon_2 + h^* \chi_2$. The relationship between stresses and deformations on the adduced surface in accordance with Hooke's law has the form

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= \frac{E}{1-\mu^2} ((\varepsilon_1 + \mu\varepsilon_2) + z(\chi_1 + \mu\chi_2)); \\ \sigma_2 &= \frac{E}{1-\mu^2} ((\varepsilon_2 + \mu\varepsilon_1) + z(\chi_2 + \mu\chi_1)), \end{aligned} \quad (15)$$

The internal forces and moments relative to the adduced surface are determined by known dependencies

$$N_1 = \int_{-h}^H \sigma_1 dz; \quad N_2 = \int_{-h}^H \sigma_2 dz; \quad M_1 = \int_{-h}^H \sigma_1 z dz; \quad M_2 = \int_{-h}^H \sigma_2 z dz \quad (16)$$

and after substitution (15) will be as follows:

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad N_1 &= K_1 (\varepsilon_1 + \mu\varepsilon_2) + K_2 (\chi_1 + \mu\chi_2); \\ \text{(b)} \quad N_2 &= K_1 (\varepsilon_2 + \mu\varepsilon_1) + K_2 (\chi_2 + \mu\chi_1); \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad M_1 &= K_2 (\varepsilon_1 + \mu\varepsilon_2) + D (\chi_1 + \mu\chi_2); \\ \text{(b)} \quad M_2 &= K_2 (\varepsilon_2 + \mu\varepsilon_1) + D (\chi_2 + \mu\chi_1). \end{aligned} \quad (18)$$

Here is the introduction of the notation:

$$K_1 = \frac{E(H+h)}{(1-\mu^2)}; \quad K_2 = \frac{E(H^2-h^2)}{2(1-\mu^2)}; \quad D = \frac{E}{1-\mu^2} \frac{H^3+h^3}{3}. \quad (19)$$

Excluding ε_1 from (17) and (18) taking into account

$$\varepsilon_2 = \frac{\xi}{r}, \quad \chi_1 = \frac{d\vartheta}{ds}, \quad \chi_2 = \frac{\cos \theta}{r} \vartheta, \quad \frac{1}{R_1} = \frac{d\theta}{ds}, \quad \frac{1}{R_2} = \frac{\sin \theta}{r}, \quad (20)$$

we receive

$$N_2 = \mu N_1 + K_1 (1-\mu^2) \frac{\xi}{r} + K_2 (1-\mu^2) \frac{\cos \theta}{r} \vartheta, \quad (21)$$

$$M_2 = \mu M_1 + K_2 (1-\mu^2) \frac{\xi}{r} + D (1-\mu^2) \frac{\cos \theta}{r} \vartheta. \quad (22)$$

From equation (17, a) taking into account (14), (20) it follows

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{K_1} \left(\frac{F(s)}{2\pi r} \sin \theta + N \cos \theta \right) - \mu \frac{\xi}{r} - \frac{K_2}{K_1} \left(\frac{d\vartheta}{ds} + \mu \frac{\cos \theta}{r} \vartheta \right). \quad (23)$$

Substituting further (14), (20), (23) in (16, a), we obtain

$$M_1 = \frac{K_2}{K_1} \left(\frac{\cos \theta}{r} N r + \frac{\sin \theta}{r} \frac{F(s)}{2\pi} \right) + \left(D - \frac{K_2^2}{K_1} \right) \left(\frac{d\vartheta}{ds} + \mu \frac{\cos \theta}{r} \vartheta \right),$$

from which follows one of the equations of the state system

$$\begin{aligned} \frac{d\vartheta}{ds} = -\mu \frac{\cos \theta}{r} \vartheta - \left(\frac{K_2}{DK_1 - K_2^2} \right) \frac{\cos \theta}{r} N r + \left(\frac{K_1}{DK_1 - K_2^2} \right) \frac{M_1 r}{r} - \\ - \left(\frac{K_2}{DK_1 - K_2^2} \right) \frac{\sin \theta}{r} \frac{F(s)}{2\pi}. \end{aligned} \quad (24)$$

Equilibrium equations of axisymmetric deformation of shells of rotation have the form [18]:

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad & \frac{1}{r} \frac{d}{ds} (Q_1 r) - \frac{N_1}{R_1} - \frac{N_2}{R_2} + q_n = 0; \\ \text{(b)} \quad & \frac{1}{r} \frac{d}{ds} (N_1 r) - N_2 \frac{\cos \theta}{r} + \frac{Q_1}{R_1} + q_1 = 0; \\ \text{(c)} \quad & \frac{1}{r} \frac{d}{ds} (M_1 r) - M_2 \frac{\cos \theta}{r} - Q_1 = 0. \end{aligned} \quad (25)$$

After substitution (17), (14), (20), (21) in equation (25, a), and substitution (14), (20), (21) in (25, b) we obtain the following system equations

$$\begin{aligned} \frac{d\xi}{ds} = -\mu \frac{\cos \theta}{r} \xi - \vartheta \sin \theta + \frac{D}{DK_1 - K_2^2} \frac{\cos^2 \theta}{r} N r + \frac{K_2}{DK_1 - K_2^2} \frac{\sin \theta}{r} M_1 r + \\ + \frac{D}{DK_1 - K_2^2} \frac{\sin \theta \cos \theta}{r} \frac{F(s)}{2\pi}, \end{aligned} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} \frac{d(Nr)}{ds} = K_1(1-\mu^2) \frac{\xi}{r} + K_2(1-\mu^2) \frac{\cos \theta}{r} \vartheta + \mu \frac{\cos \theta}{r} (Nr) + \\ + \mu \frac{\sin \theta}{r} \frac{F(s)}{2\pi} - q_r r, \end{aligned} \quad (27)$$

where $\frac{d}{ds} \left(\frac{F(s)}{2\pi} \right) = (q_n \cos \theta - q_1 \sin \theta) 2\pi r$; $q_r = q_1 \cos \theta + q_n \sin \theta$.

Using the expressions for Q_1 (14) and M_2 (22) in (25, c), we obtain

$$\begin{aligned} \frac{d(M_1 r)}{dr} = K_2(1-\mu^2) \frac{\cos \theta}{r} \xi + D(1-\mu^2) \frac{\cos^2 \theta}{r} \vartheta + \\ + \sin \theta (Nr) + \mu \frac{\cos \theta}{r} (M_1 r) - \cos \theta \frac{F(s)}{2\pi}. \end{aligned} \quad (28)$$

To determine the axial displacement ζ of expression (23) for ε_1 substitute in the equation of continuity of deformation $\frac{d\zeta}{ds} = \varepsilon_1 \sin \theta + \vartheta \cos \theta$, which takes the form

$$\frac{d\zeta}{ds} = -\mu \frac{\sin \theta}{r} \xi + \vartheta \cos \theta + \frac{D}{DK_1 - K_2^2} \frac{\sin \theta \cos \theta}{r} (Nr) - \frac{K_2}{DK_1 - K_2^2} \frac{\sin \theta}{r} (M_1 r) + \frac{D}{DK_1 - K_2^2} \frac{\sin^2 \theta}{r} \frac{F(s)}{2\pi}. \quad (29)$$

Thus, the obtained equations (26), (24), (27) - (29) form a system of differential equations with variable coefficients, which describe the stress-strain state of the shell of rotation with bilateral, relative to the reduction surface, variable along the meridian.

For a special case when the adduced surface coincides with the middle one, i.e. $h^*(s) = 0$, it follows that $H(s) = h(s)$. Then (19) will have the form $K_1 = Ed / (1 - \mu^2)$, $K_2 = 0$, $D = Ed^3 / (12(1 - \mu^2))$, where $d(s) = H(s) + h(s)$ is the thickness of the shell. In this case, the system of obtained equations coincides with the known system given in [18].

It should be noted that equations (24), (26)-(29), which describe the stress-strain state of the axisymmetric shell of rotation with variables along the meridian components of wall thickness $H(s)$, $h(s)$ together with the boundary conditions of the contour, are linear over the main variables (phase vector components) $\bar{u} = (\xi, \vartheta, Nr, M_1 r, \zeta)$ and nonlinear in terms of external $H(s)$ and internal $h(s)$ components of wall thickness and depth of corrosion damage to the material surface $\delta(t, s)$.

In this case, the right-hand sides of these equations have the form

$$\varphi_i = \sum_{j=1}^n a_{ij} (d(s, t), \delta(t, s)) u_j + b_i (d(s, t), s), \quad i = \overline{1, n}, \quad n=5, \quad (30)$$

and boundary conditions describing the conditions of fixing the contour or interaction with other substructures can be presented in the form of linear relations

$$\psi_{ej} = \sum_{i=1}^n a_{ji} u_i (s_e) + b_{je} = 0, \quad (31)$$

where $s_e = s_0$ or $s_e = s_L$; $j = \overline{1, p_e}$; p_e - determines the number of boundary conditions ($e = 0 \vee L$, $p_0 + p_L = n$); coefficients (30) are known functions, and coefficients (31) are given constants.

To numerically solving the obtained boundary value problem for a system of ordinary differential equations with variable (due to changes in shell wall thickness) coefficients under given boundary conditions, a fairly effective and repeatedly tested in the problems of mechanics of thin-walled structures run method according to S.K. Godunov [19].

3. Algorithm of weight optimization of shells taking into account evolution of corrosion damage

The task of weight optimization of rotating shells taking into account the joint action of axisymmetric external load and corrosion degradation of the surface is to find the optimal variable along the meridian of wall thickness $d^{\text{opt}}(s)$ from the condition of minimum material volume

$$V_{\text{opt}} = \min 2\pi \int_{s_0}^{s_L} r(s)d(s,t) ds, \quad (32)$$

when performing shell equations given in the form of a boundary value problem for a system of ordinary differential equations with variable coefficients

$$\frac{d\bar{u}}{dx} = \bar{A}(s, t)\bar{u} + \bar{B}(s), \quad s_0 \leq s \leq s_L \quad (33)$$

with boundary conditions for fixing the circuit (31) at the beginning $s = s_0$ and end $s = s_L$ of the integration interval:

$$(a) \bar{A}_0\bar{u} = \bar{B}_0; \quad (b) \bar{A}_N\bar{u} = \bar{B}_N \quad (34)$$

and compliance with strength limitations and design requirements for $t_0 \leq t \leq t_{\text{cr}}$:

$$(a) \sigma_{\text{equ}}(h(s,t), H(s,t), \bar{u}(s,t), \delta(t,s), s, t) \leq [\sigma];$$

$$(b) d_{\text{min}} \leq d(s) \leq d_{\text{max}}. \quad (35)$$

The dependence $\sigma_{\text{equ}} = \sqrt{\sigma_1^2 - \sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2}$ is accepted to calculate the equivalent stress on the shell surfaces, where $\sigma_i = N_i / d \pm 12M_{iz} / d^3$ ($i = 1, 2$), $z = \pm d(s) / 2$ ($i = 1, 2$).

Internal force factors $N_1(s), N_2(s), M_2(s)$ are determined from the dependences (14), (21), (22); $M_1(s), N(s)$ are the solution of the equations of the state of the shell (33), (34), and $\delta(t, s)$ - is the solution from equation (1).

To solve the problem of optimizing the parameters of the rotation shells, taking into account the corrosive degradation of the surface, it is proposed to use an original approach. The essence of the proposed approach is to find some rational by a certain criterion (for example, the minimum weight of the material) project at the final moment t_{cr} depletion (as a result of corrosion of the material surface) bearing capacity of the structure and further increasing the "sacrificial" layer of material on the outer and inner surfaces of the shell in the opposite direction, starting from this final time t_{cr} , which corresponds to the durability time of the structure, to the initial t_0 , using the equation of the accepted mathematical model of corrosion (2).

In this case, in contrast to the traditional approach, which consists in finding the optimal distribution of material at the initial time t_0 and, as a consequence of the need to repeatedly check the strength constraints (at each step of the

optimization algorithm) to the final time $t = t_{cr}$ while taking into account (1), the durability conditions are taken into account by only one (inverse) integration of the equations of the mathematical model of corrosion.

The application of this approach to solving problems of optimization of structures, taking into account the simultaneous action of force loads and the impact of the accumulation of corrosion damage to the surface, allows to significantly reduce the amount of calculations to obtain the optimal design.

Since the components of the shell wall thickness are functions of the coordinate s along the meridian, for weight optimization it is expedient to use the methods of the theory of optimal control in the form of the necessary conditions of optimality of the maximum principle L.S. Pontryagin [20].

The extended Hamiltonian and the system for conjugate functions with boundary conditions of transversality are presented in the form:

$$\begin{aligned}
 (a) \quad G^* &= G + \xi_1 \cdot (\sigma_{\text{equ}}|_{z=-d(s)/2} - [\sigma]) + \xi_2 \cdot (\sigma_{\text{equ}}|_{z=+d(s)/2} - [\sigma]); \\
 (b) \quad \frac{d\lambda_i}{ds} &= -\frac{\partial G}{\partial u_i} - \xi_1(s) \frac{\partial \sigma_{\text{equ}}|_{z=-d(s)/2}}{\partial u_i} - \xi_2(s) \frac{\partial \sigma_{\text{equ}}|_{z=+d(s)/2}}{\partial u_i}, \quad i = \overline{1, n}; \\
 (c) \quad \bar{\lambda}(s_e) &= \sum_{j=1}^{P_e} c_j \text{grad} \Psi_{ej}(\bar{u}(s_e)), \quad e = 0 \vee e = L, \quad (36)
 \end{aligned}$$

where $G = -2\pi r(s)d(s, t_{cr}) + \sum_{i=1}^n \lambda_i(s) \varphi_i(\bar{u}(s), h(s), H(s), s)$, $\lambda_i(s)$ are conjugate functions that satisfy the system of equations (36, b) with boundary conditions of transversality (36, c); ψ_{ej} are determined from (31); $\xi_1(s), \xi_2(s)$ are Lagrange functions; and optimal control is found from the condition of the Hamiltonian maximum

$$G^*(\bar{u}^*(s), \bar{\lambda}^*(s), h^*(s), H^*(s), s) = \sup_{h, H} G^*(\bar{u}^*(s), \bar{\lambda}^*(s), h(s), H(s), s), \quad (37)$$

which, in principle, allows you to establish dependencies

$$h_{\text{opt}}(s) = h^*(\bar{u}^*(s), \bar{\lambda}^*(s), s); \quad H_{\text{opt}}(s) = H^*(\bar{u}^*(s), \bar{\lambda}^*(s), s). \quad (38)$$

The fulfillment of the necessary conditions of optimality (36), (37) is carried out by the method of successive approximations [21].

For the given initial values $H^k(s), h^k(s)$ of the k -th step of approximations, the solution of equations (33), (34) and (36, b), (36, c) allows to determine $\bar{u}^k(s), \bar{\lambda}^k(s)$ and then, after substituting them in (37), determine the optimal control (38) $d_{\text{opt}}(s) = h_{\text{opt}}(s) + H_{\text{opt}}(s)$ for all $s_0 \leq s \leq s_L$ nodes of integration of the system of equations (33), (34).

Finding the extremum (37) (for each of the nodes s^*) is carried out by solving a sequence of problems of finite-dimensional (in this case two-

dimensional) optimization of variables $H^k(s^*)$, $h^k(s^*)$ using the method of generalized Lagrange multipliers to determine $\xi_1(s)$, $\xi_2(s)$.

The thus obtained functions of the components of the shell wall thickness, which are optimal when $t = t_{cr}$, are further used as initial data for increasing the rational "sacrificial" layer of material by integrating in reverse the equations of the selected corrosion model (2).

The obtained optimal distribution of the shell material will have an irregular nature of changes in the outer and inner components of the shell wall thickness as a function $d_{opt}(s)$ and therefore the practical implementation of such a project can be quite complex and technologically costly. At the same time, the distribution of material obtained by solving the correctly formulated problem of optimal design can be considered not only as a standard, comparison with which allows to assess the degree of perfection of the actual design, but also as a basis for realization technological conditions.

4. Optimization of cylindrical tank parameters

The possibilities of the proposed approach are illustrated by the example of the problem of reducing the material consumption of a cylindrical tank for storage of petroleum products, taking into account the evolution of corrosion damage to the surface of the material and technological requirements. The tank, in addition to the load of hydrostatic pressure of the liquid, is under the influence of aggressive internal environment of petroleum products and external atmospheric corrosion.

The problem of finishing the project of continuously variable stiffness under the conditions of manufacturability also arises due to the fact that in practice large-capacity reservoir is welded from a set of short cylindrical shells of wall length l_j and thickness d_j , $j = \overline{1, k}$. In this case its inner surface remains smooth, and the outer changes stepwise.

To solve this problem, we propose a method for the best approximation of continuous controls of a step-variable function by solving the auxiliary finite-dimensional problem of finding the minimum deviation function of shell material volumes with optimal continuous and rational step-variable wall thickness

$$\Delta V = \min_{hj, lj \in D_k} (V_{var} - V_c)^2. \quad (39)$$

Here for the rotation shells $V_{var} = V_{opt}$ is determined from (32); V_c for the shell of step-variable wall thickness has the form $V_c = 2\pi \sum_{j=1}^k l_j d_j r_j$.

To determine the rational value of the wall thickness d_j of the j -th section of the shell is used analog to the principle of discrete equivalence [22], when for each of the sections the length $l_j^1 \leq l_j \leq l_j^2$ of the wall thickness of the shell is determined in the form $d_j = \max_{s_i \in [l_j, l_{j+1}]} d_{opt}(s_i)$, where $d_{opt}(s)$ is the result of

solving problem (32) taking into account corrosion damage (1) and dependences (35), (13), (38). Here l_j^1, l_j^2 the lower and upper limits on the length of the sections of piecewise constant stiffness; $\sum_{j=1}^k l_j = L = s_L - s_0$, $d_i \geq d_0$.

Numerical results are obtained for the case of computer simulation of corrosion degradation of the surface and the optimal design of the reservoir with such parameters: $R=12\text{m}$; $L=11.65\text{m}$; $q_r = q(l-x)$; $q = 0.741 \cdot 10^4 \text{ N/m}^3$; $E=2 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2$; $\mu=0.3$; $[\sigma]=1.6 \cdot 10^8 \text{ N/m}^2$.

Graphic images of the corrosion damage to the surface of the cylindrical tank of constant rigidity (the outer side of the wall is on the left, and the inner is on the right) are shown in Fig. 3: in Fig. 3(a) according to the model of corrosion damage V.M. Dolynsky for $V(t)=V_0=0,15 \cdot 10^{-2}$; $K=0,2 \cdot 10^{-5}$ and in Fig. 3(b) according to the model of E.M. Gutman for $\varphi(t)=V_0=0,15 \cdot 10^{-2}$; $\gamma=0,1 \cdot 10^{-6}$, where the darkened shows the corrosion-damaged part of the material.

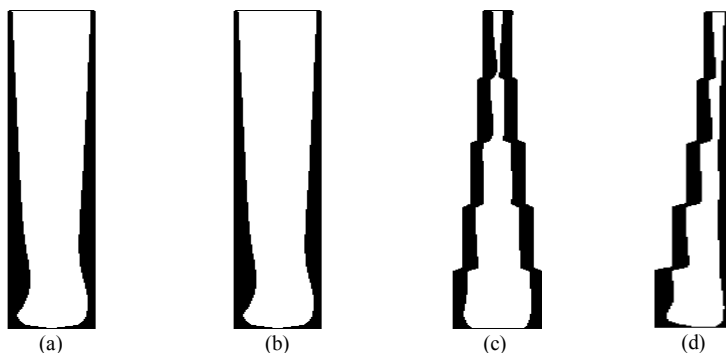


Fig. 3. Image of corrosion damage to the surface cylindrical tank

Pictures of corrosion damage to the surface of the wall of the cylindrical tank of a rational stepped bilateral configuration (for $k=5$) according to model (2, a) is presented in Fig. 3(c). and one-sided change in wall thickness is presented in Fig. 3(d).

The optimal values d_j, l_j of the step change of the one-sided wall thickness (for $k=8$) of the shell are given in table 1.

Table 1

Optimal parameters of step change the thickness of the tank wall

j	1	2	3	4	5	6	7	8
$d_j^{\text{opt}} \cdot 10^2, \text{ m}$	1.6	1.35	1.1	0.85	0.7	0.5	0.35	0.3
$l_j^{\text{opt}}, \text{ m}$	0.90	1.53	1.76	1.88	1.18	1.75	1.00	1.64

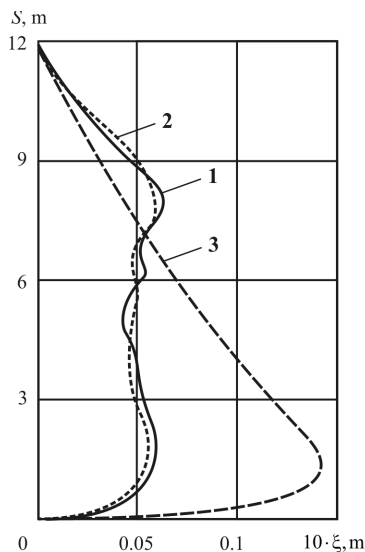


Fig. 4. Graphs of deflections of the lateral surface of the cylindrical reservoir

In Fig. 4 shows the graphs of the deflections of the walls of the reservoir made of the same amount of material: rational one-sided step-variable profile (line 1), optimal non-continuously variable stiffness (line 2) and constant thickness (line 3) for $k=8$.

Comparison of the stress-strain state of shells of the same weight with constant and optimal variable wall thickness shows that the selected step change in wall thickness reduces the maximum deflection by 2.1 times and the maximum value of stress intensity by 2.8 times.

Comparison of deflection functions (line 1 and line 2) for projects of optimal continuous and rational step rigidity indicates their insignificant ($\leq 5\%$) difference, and the patterns of corrosion damage of rational step

projects (Fig. 3(c),(d)) in contrast to the corrosion damage of the tank of constant rigidity (Fig. 3(a),(b)) are more uniform, which at the same cost of material allows to achieve greater durability.

Conclusions

Thus, in the given article the rather effective and enough general algorithm of computer modeling of corrosion damages of a surface of shell designs in the conditions of joint action of force loadings and the aggressive environment is developed. The main principles and stages of construction of the algorithm for the evolution of corrosion damage to the surfaces of shell elements in aggressive environments are presented, its approbation for the two most common mathematical models – the models of V.M. Dolinsky and E.M. Gutman. The proposed algorithm allows us to trace the evolution of corrosion damage to the shells of rotation from the initial moment of time to the moment of complete destruction due to corrosion degradation. Numerical results of corrosion degradation of the tank for storage of oil products are presented, which demonstrate the wide possibilities of the algorithm, its sufficient versatility and the possibility of generalization. An original algorithm for selecting the optimal parameters of the shells of rotation taking into account corrosion damage is built. The results of research can be used in calculations of durability and selection of optimal parameters of structural elements that are in conditions of simultaneous action of force load and aggressive environment.

REFERENCES

1. *Ovchynnykov Y.H., Mavzovyn V.S. Tendentsyy v optymalnom proektyrovanyi metalycheskykh konstruksii s uchetom uslovyi ekspluatatsyy. (Trends in the optimal design*

- of metal structures taking into account operating conditions) // *Inzhenerno-stroytelnyy vestnyk Prykaspia: nauchno-tekhnycheskiy zhurnal*. Astrakhan: HAOU AO VO «AHASU». – 2020. – № 1(31). – PP. 43-50. (in Russian).
2. *Kablov E.Y., Startsev O.V., Medvedev Y.M.* Obzor zarubezhnogo opyta yssledovaniya korrozii y sredstv zashchity ot korrozii. (Review of foreign experience in corrosion research and corrosion protection.) // *Avyatsyonnie materyaly y tekhnolohyy*. – 2015. – № 2. – PP. 75-87. (in Russian).
 3. *Kablov E.Y., Startsev O.V.* Fundamentalnie y prykladnie yssledovaniya korrozii y stareniya materyalov v klymatycheskykh usloviyakh (obzor). (Fundamental and applied studies of corrosion and aging of materials in climatic conditions (review)) // *Avyatsyonnie materyaly y tekhnolohyy*. – 2015. – № 4. – PP. 37-51. (in Russian).
 4. *Zelentsov D.H., Fylatov H.V.* Obzor yssledovaniy po pryimeneniyu metodov nelyneinogo matematycheskogo prohrannyrovaniya k optimalnomu proektyrovaniyu konstruksiyi, vzaymodeistvuiushchykh s ahressivnoi sredoi. (Review of research on the application of nonlinear mathematical programming methods to the optimal design of structures that interact with aggressive environments) // *Vopr. khymyy y khym. tekhnolohyy*. – 2002. № 4. – PP. 108-115. (in Russian).
 5. *Petrov V.V., Ovchynnykov Y.H., Shykhov Yu.M.* Raschet elementov konstruksiyi, vzaymodeistvuiushchykh s ahressivnoi sredoi (Calculation of structural elements interacting with aggressive environments. // Saratov. – 1987. – 288 p. (in Russian).
 6. *Fridman M.M., Elishakoff I.* Design of bars in tension or compression exposed to a corrosive environment. – *Ocean Systems Engineering*. – 2015. – Vol. 5. – Iss. 3. – P. 218-228.
 7. *Fridman M.M.* Optimal design of tubular bar structures subject to corrosion // *Problem of mashinostroeniya*. – *Journal of Mechanical Engineering*. – 2016. – Vol. 19. – No. 3. – P. 37-42.
 8. *Fridman M.M.* Optimal Design of Bending Elements in Condition of Corrosion and Material Damage. – *Journal of Mechanical Engineering*. – 2019. – Vol. 22. – No. 3. – P. 63-69.
 9. *Hutman E.M.* Mekhanokhymia metallov y zashchita ot korrozii (Mechanochemistry of metals and corrosion protection.) // Moskva. – 1981. – 270 pp. (in Russian).
 10. *Dzhonson H.* Vliyaniye sredy na razrusheniye vysokoprochnykh materyalov. (Influence of the environment on the destruction of high-strength materials) // *Razrusheniye*. – Moskva, 1976. – Tom 3. – PP. 729-775 (in Russian).
 11. *Ovchynnykov Y.H., Potchman Yu.M.* Tonkostennyye konstruksiiy v usloviyakh korrozyonnoho yznosa. Raschyot y optymyzatsiya. (Thin-walled structures in conditions of corrosion wear. Calculation and optimization) // *Dnipro: Vyd-vo DDU*, 1998. – 192 p. (in Russian).
 12. *Dziuba A.P., Vasylenko O.H., Dziuba O.A.* Kompiuterne modeliuvaniya koro-ziinoho urazhennia kiltsevykh plastyn pry poperechnomu navantazhenni. (Computer simulation of corrosion of annular plates under transverse loading.) // *Problemy obchysluvalnoi mekhaniky i mitsnosti konstruksii: zb. nauk. prats.* – 2012. – Vyp. 20. – PP. 162-169. (in Ukrainian)
 13. *Fylatov H.V.* Optymalnoe proektyrovaniye tonkostennykh obolochek, pod-verzhennykh vliyaniyu ahressivnoi sredy (Optimal design of thin-walled shells subject to the influence of aggressive environment) // *Vopr. khymyy y khym. tekhnolohyy*. – 2009. – № 3. – PP. 191-195. (in Russian).
 14. *Fylatov H.V.* Optymalne proektivaniya konstruksiiy s obmezhenoiu dovhov-lichnistiu (Optimal design of structures with limited durability) // *Voprosy khymyy y khymycheskoi tekhnolohyy* // *Dnipro*, 2004. – Vyp. 6. – PP. 123-128 (in Russian).
 15. *Dolynskiy V. M.* Raschet elementov konstruksiyi, podverzhennykh ravnomernoi korrozii (Calculation of structural elements subject to uniform corrosion) // – *Issledovaniya po teoryi obolochek*. – Kazan, 1976. – Vyp. 7. – PP. 37-42. (in Russian).
 16. *Zelentsov D.H., Kazantseva T. S.* Obosnovaniye vybora matematycheskykh modelei, opysyvaiushchykh protsess korrozii pod napriazheniem v metallycheskykh elementakh konstruksii. (Rationale for the choice of mathematical models describing the stress corrosion process in metallic structural elements) // *Vopr. khymyy y khym. tekhnolohyy*. – 2003. – № 2. – PP. 146-148. (in Russian).
 17. *Fylatov H.V.* Matematychno modeliuvaniya protsesiv koroziinoho ruinuvaniya pid napruzheniam (Mathematical modeling of the processes of corrosion damage under stress.) // *Dnipro, UDKhTU*, 2002. – 208 p. (in Russian).
 18. *Byderman V.L.* Mekhanika tonkostennykh konstruksiyi (Mechanics of thin-walled structures)

- // Moskva, Mashynostroenye, 1977. – 488 p. (in Russian).
19. *Hodunov S. K.* О численном решении краевых задач для систем линейных обыкновенных дифференциальных уравнений (On the numerical solution of boundary value problems for systems of linear ordinary differential equations) // *Uspekhy matemat. nauk.* – 1961. – Tom 16, № 3. – PP. 171-174. (in Russian).
 20. *Pontriyahyn L.S., Boltianskiy V.H., Hamkrelydze R.V., Myshchenko E.V.* Matematycheskaia teoriya optimalnykh protsessov (Mathematical theory of optimal processes.) // Moskva, Nauka, 1969. – 384 p. (in Russian).
 21. *Dziuba A.P.* Metod poslidovnykh nablyzhen rozviazuvannia zadach optimalnogo keruvannia z обмеженим фазовим координатом для оптимізації силових елементів конструкції (Method of successive approximations for solving optimal control problems with bounded phase coordinates for optimization of power elements of structures) // *Probl. obchysl. mekhaniky i mitsnosti konstruktsii* : sb. nauchn. tr. – Dnipro: Navchalna knyha. – 1999. – Vyp. 5. – PP. 61 – 85. (in Ukrainian)
 22. *Malkov V.P., Uhodchykov A.H.* Optymyzatsiia upruhykh system (Optimization of elastic systems) // Moskva, Nauka. – 1981. 288 p. (in Russian).

Стаття надійшла 18.05.2022

Дзюба А.П., Дзюба О.А., Левитіна Л.Д.

ОПТИМАЛЬНЕ ПРОЕКТУВАННЯ ОБОЛОНКОВИХ КОНСТРУКЦІЙ З УРАХУВАННЯМ ЕВОЛЮЦІЇ КОРОЗІЙНОГО ПОШКОДЖЕННЯ

Розроблено алгоритм комп'ютерного моделювання еволюції корозійного зношування матеріалу поверхні оболонкових елементів конструкцій в умовах спільної дії механічних зовнішніх навантажень та впливу агресивного середовища.

Побудована математична модель деформування оболонки обернення зі змінною в результаті корозії зовнішньою і внутрішньою складовими товщини стінки.

Запропонований алгоритм дозволяє прослідкувати в часі процес корозійної деградації матеріалу поверхні оболонки обернення у відповідності до довільних (існуючих) математичних моделей корозії з початкового моменту часу до повного руйнування внаслідок корозійної втрати матеріалу.

Розроблено оригінальний алгоритм вибору оптимальних параметрів оболонки обернення та дослідження їх довговічності з урахуванням корозійної деградації матеріалу поверхні, суть якого полягає в оптимізації параметрів конструкції в кінцевий момент часу її довговічності, подальшого зворотного двостороннього нарощування «жертвовного» шару матеріалу та раціонального доопрацювання проекту за технологічними вимогами.

Вирішення задачі вагової оптимізації оболонки за умов несиметричного двостороннього нерівномірного, в результаті корозійного ураження, матеріалу поверхні здійснюється з використанням необхідних умов оптимальності у формі принципу максимуму Л. С. Понтрягіна з фазовими обмеженнями. Проблема вдоволення технологічними вимогам в початковий момент часу формулюється як задача найкращої квадратичної апроксимації отриманих неперервних керувань у вигляді оптимально-змінної товщини стінки оболонки кусково-постійною функцією.

Приведені числові результати комп'ютерного моделювання корозійної деградації матеріалу поверхні та вибору оптимальних параметрів циліндричного резервуара для зберігання нафтопродуктів в умовах одночасної дії силового навантаження та впливу агресивного середовища.

Ключові слова: моделювання еволюції корозійного ураження, оболонки, міцність, агресивне середовище, оптимальне проектування.

Dzyuba A.P., Dzyuba A.A., Levitina L.D.

OPTIMAL DESIGN OF SHELL CONSTRUCTIONS TAKING INTO ACCOUNT THE EVOLUTION OF CORROSION DAMAGE

An algorithm for computer modeling of the evolution of corrosion wear of the surface material of shell elements in the conditions of joint action of mechanical external loads and the impact of aggressive environments has been developed.

A mathematical model of deformation of shells of rotation with variable as a result of corrosion of external and internal components of wall thickness is constructed.

The proposed algorithm allows to trace in time the process of corrosion degradation of the surface material of the shells in accordance with arbitrary (existing) mathematical models of corrosion from the initial moment of time to complete destruction due to corrosion loss of material.

An original algorithm for selecting the optimal parameters of the rotation shells and the study of their durability taking into account the corrosion degradation of the surface material has been developed. The essence of the algorithm is to optimize the design parameters at the end of its durability, further reverse bilateral build-up of the "sacrificial" layer of material and rational refinement of the project according to technological requirements.

The solution of the problem of weight optimization of the shell under conditions of asymmetric bilateral non-uniformity to the surface material, as a result of corrosion damage, is carried out using the necessary conditions of optimality in the form of the principle of maximum L. S. Pontryagin with phase constraints. The problem of satisfying technological requirements at the initial moment of time is formulated as the problem of the best quadratic approximation of the obtained continuous controls in the form of optimally variable thickness of the shell wall with a piecewise constant function.

Numerical results of computer modeling of corrosion degradation of surface material and selection of optimal parameters of a cylindrical reservoir for storage of petroleum products under conditions of simultaneous action of force loading and influence of aggressive environment are given.

Keywords: modeling of corrosion damage evolution, shells, strength, aggressive environment, optimal design.

Дзюба А.П., Дзюба А.А., Левитина Л.Д.

ОПТИМАЛЬНОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ ОБОЛОЧЕЧНЫХ КОНСТРУКЦИЙ С УЧЕТОМ ЭВОЛЮЦИИ КОРРОЗИОННОГО ПОВРЕЖДЕНИЯ

Разработан алгоритм компьютерного моделирования эволюции коррозионного изнашивания материала поверхности оболочечных элементов конструкций в условиях совместного действия механических внешних нагрузок и агрессивной среды.

Построена математическая модель деформирования оболочек вращения с изменяющейся в результате коррозии наружной и внутренней составляющими толщины стенки.

Предлагаемый алгоритм позволяет проследить во времени процесс коррозионной деградации материала поверхности оболочек вращения в соответствии с произвольными (существующими) математическими моделями коррозии с начального момента времени до полного разрушения вследствие коррозионной потери материала.

Разработан оригинальный алгоритм выбора оптимальных параметров оболочек вращения и исследование их долговечности с учетом коррозионной деградации материала поверхности, суть которого заключается в оптимизации параметров конструкции в конечный момент времени ее долговечности, последующего обратного двустороннего наращивания «жертвенного» слоя материала и рациональной доработки проекта по технологическим требованиям.

Решение задачи весовой оптимизации оболочки принесимметричного двустороннего неравномерного, в результате коррозионного поражения, материала поверхности осуществляется с использованием необходимых условий оптимальности в форме принципа максимума Л.С. Понtryгина с фазовыми ограничениями. Проблема удовлетворения технологическим требованиям в начальный момент времени формулируется как задача наилучшей квадратичной аппроксимации полученных непрерывных управлений в виде оптимально-сменной толщины оболочки стенки кусочно-постоянной функцией.

Приведены числовые результаты компьютерного моделирования коррозионной деградации материала поверхности и выбор оптимальных параметров цилиндрического резервуара для хранения нефтепродуктов в условиях одновременного действия силовой нагрузки и воздействия агрессивной среды.

Ключевые слова: моделирование эволюции коррозионного поражения, оболочки, крепость, агрессивная среда, оптимальное проектирование.

УДК 539.3

Дзюба А.П., Дзюба О.А., Левитіна Л.Д. Оптимальне проектування оболонкових конструкцій з урахуванням еволюції корозійного пошкодження // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, – 2022. – Вип. 108. – С. 17-34. – Англ.

Rozrobлено алгоритм комп'ютерного моделювання корозійного зношування поверхні матеріалу та оптимального проектування оболонкових конструкцій з урахуванням агресивного середовища.

Табл. 1. Іл. 4. Бібліогр. 22 назв.

UDC 539.3

Dzyuba A.P., Dzyuba A.A., Levitina L.D. Optimal design of shell constructions taking into account the evolution of corrosion damage // Streng of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles. – K.: KNUBA. – 2022. – Issue 108. – P. 17-34.

The algorithm for computer modeling of corrosion wear of the material surface and optimal design of shell structures taking into account the aggressive environment has been developed.

Table 1. Fig. 4. Ref. 22.

УДК 539.3

Дзюба А.Р., Дзюба А.А., Левитина Л.Д. Оптимальное проектирование оболочечных конструкций с учетом эволюции коррозионного повреждения // Соппротивление материалов и теория сооружений: науч.-техн. сборник. – К.: КНУСА, 2022. – Вип. 108. – С. 17-34. – Англ.

Разработан алгоритм компьютерного моделирования коррозионного износа поверхности материала и оптимального проектирования оболочечных конструкций с учетом агрессивной среды

Табл. 1. Ил. 4. Библиогр. 22 назв.

Автор (вчена ступень, вченезвання, посада): доктор технічних наук, професор, професор кафедри теоретичної та комп'ютерної механіки ДЗЮБА Анатолій Петрович

Адреса робоча: 49045 Україна, м. Дніпро, проспект Гагаріна 72, Дніпровський Національний університет імені Олеся Гончара.

Мобільний тел.: +38(095)349-38-78

E-mail: dzb@ua.fm

ORCID ID: <http://orcid.org/0000-0001-6331-7783>

Автор (вчена ступень, вченезвання, посада): інженер I категорії кафедри теоретичної та комп'ютерної механіки ДЗЮБА Олександр Анатолійович

Адреса робоча: 49045 Україна, м. Дніпро, проспект Гагаріна 72, Дніпровський Національний університет імені Олеся Гончара.

Мобільний тел.: +38(068)907-89-26

E-mail: dzb@ua.fm

Автор (вчена ступень, вченезвання, посада): провідний інженер навчальної лабораторії теоретичної і обчислювальної механіки кафедри теоретичної та комп'ютерної механіки ЛЕВІТІНА Лариса Данилівна

Адреса робоча: 49045 Україна, м. Дніпро, проспект Гагаріна 72, Дніпровський Національний університет імені Олеся Гончара

Робочий тел.:-

Мобільний тел.: +38(097)553-13-54

E-mail: LDLora@i.ua

UDC37.02:69

PECULIARITIES OF THE METHODOLOGY OF TEACHING TECHNICAL DISCIPLINES IN THE INSTITUTION OF HIGHER EDUCATION OF THE CONSTRUCTION PROFILE

D.O. Chernyshev,

Doctor of Science in Technology, Professor

Yu.V. Maksymiuk,

Doctor of Science in Technology, Professor

Yu.S. Krasyl'nyk,

Candidate of Pedagogic Science, Associate Professor

H.L. Korchova,

Candidate of Pedagogic Science, Associate Professor

M.V. Rudenko,

Candidate of Pedagogic Science, Associate Professor

Kyiv National University of Construction and Architecture, Kyiv

DOI: 10.32347/2410-2547.2022.108.35-62

To indicate the importance of the problem of modernization of the operational and activity component of educational activity, further scientific development of theoretical and technological components of technical educational disciplines in the institution of higher education of the construction profile, determinants, which define peculiarities of their teaching methods, clarified approaches on the formation of the content of education, oriented on the priority of personal-oriented learning and competence-based approach. Recommendations for improvement of the basic types of training in lecture, practical, and laboratory classes have been developed. The content of the stages of implementation of the technique of teaching technical disciplines in the institution of higher education of the construction profile is determined.

Keywords: educational process, methodology of teaching technical disciplines in higher education of construction profile, student-centered approach, educational program, professional competence, educational content, stages of implementation of teaching methodology.

Problem statement. The current stage of development of the higher education system is inextricably linked with the integration of Ukraine into the European Space, which determines the introduction of the latest information technologies, solving problems in the provision of high-quality educational services. World and European level documents [39, 43, 44] and Ukrainian legislative documents [1, 2, 3] state that the capacity development of university teachers in the context of teaching and learning should serve the purpose of improving the quality of education. N. Fisunen stresses that construction is the main link in the country's construction complex, consisting of the following main blocks: production of building materials, own construction, construction mechanical engineering, design, and research work in the sector [37, p. 40]. In addition, with the development of the construction industry develops the production of building materials and related equipment, machine-building industry, metallurgy and metalworking, petrochemical industry, glass

production, woodworking and porcelain-earthenware industry, transport industry, energy industry, and more. Also, construction, like no other branch of the economy, contributes to the development of small and medium-sized businesses. The development of the construction industry is inevitably causing economic growth in the country and solving many social problems [13]. According to the results of a monthly analytical research «Review of the development of the construction industry of Ukraine» from the information and analytical agency «Personal Analytical Unit», which specializes in providing information and analytical services and is the leading Ukrainian operator in the field of marketing services on industrial markets and business brokerage in the market of building materials and technologies, only for nine months of 2021, the Ukrainian construction market grew by 3.2%, and the building materials market - by 14.9% compared to the same period in 2020 [26]. The continuation of pre-war construction trends will probably make Ukraine one big construction site. Post-war Ukraine will be rebuilt at a rapid pace. In our opinion, the issues related to the post-war revival of Ukraine, including economic recovery, are undoubtedly in the plane of development of the construction industry. The drivers for this should be the continuation of the program of the Ukrainian president's «Big Construction» program to rehabilitate, construct and renovate facilities based on the principles of energy efficiency and high quality, inclusiveness, and targeting every Ukrainian as a client; sixteen cultural projects and ten cultural heritage sites are included in the program, such as the 'Great Restoration' project and the National Bridge Restoration Program, among others; the state program on mortgage crediting; tasks of the State Inspection of Architecture and Urban Development of Ukraine, namely: Digitalization of processes, creation of a productive environment of construction business activity, transparent regulation rules, etc. Thus, the general trend of the Ukrainian construction industry market is to resume its growth.

The fundamental changes that will take place in the construction industry actualize the need to improve the training of future professionals ready to work in conditions of constant updating of techniques and technologies since the high level of their competence and competitiveness serves as a basis for effective functioning and dynamic development of production. In The Concept of implementation Building Information Modelling Technologies (BIM-technology) in Ukraine [4] indicates that there are problems in the construction industry that need to be solved, namely: significant resource intensity of the construction process; inefficient management of design, construction, and operation processes, in particular, due to low level of communication between the participants of the mentioned processes; inefficiency of material resources aimed at construction, in particular, the use of raw materials and related construction products that have no reuse; lack of approaches to effective management of the life cycle of objects as a set of successive in content and time stages (periods) of the existence of the construction object – from the Concept of its creation (survey, design, construction) to termination of operation (liquidation), including the reuse of its parts (elements) for a new purpose; obsolescence of regulatory support in construction, which does not correspond to

the current level of construction technologies; significant consumption of energy produced from fossil fuels (non-renewable sources) in the construction sector leading to significant pollution of the environment; accidents at operating facilities. The outlined problems of the construction industry within the framework of the Concept are proposed to be solved in research, normative-legal, normative, technological, organizational, communication, practical, and educational directions. For our research, it is interesting to outline the concept of the educational direction – providing training for specialists in the field of BIM technology, and creating appropriate educational programs and courses.

Despite the achieved results in the sphere we are considering, the development of the issue on the improvement of educational process in the institution of higher education of construction profile has not yet acquired proper system thinking and interpretation in modern researches and needs prolonged study.

Analysis of recent research and publications. The conceptual basis of the development of the mentioned problem is laid in the scientific research of scientists, in particular, T. Horokhivskoi [8], L. Dolnikovoi [11], I. Kozlovskoi, K.Khoroshev [14], O. Stechkevych, O. Bilyk [16], H. Lokarievoi, E. Bazhminoi [20], M. Pryshchaka [31], N. Lytvynovoi, A. Petrykei, L. Hrytsenko [19]. Theoretical and methodical aspects of preparation of future engineers-builders are considered in the works of N. Dubininoi [13], O. Hulai [10], M. Kondratova [17], V. Lytvyn [21], M. Mykhniuk [24], M. Nakonechna [25], Yu. Pryshupa [30] and N. Sydorчук [34].

At the same time, despite the deep analytical material and scientific achievements of scientists, the methodological aspects of teaching technical disciplines for applicants for higher education in construction specialties remain insufficiently disclosed.

The aim of the article. To determine the importance of the problem of modernizing the operational and activity component of educational activities, further scientific development of theoretical and technological components of the methodology for teaching technical disciplines in higher education of construction profile.

Presentation of the main research material. The awareness of managers and scientific and pedagogical workers of higher education institutions of the public-state requirements to the quality of professional training of future bachelors and masters allows for effectively introduce modern educational technologies, best managerial practices in practical activity obtained by the results of scientific research to form and develop a self-sufficient person capable of creative professional activity. This is in line with the goal of higher education, which is declared in the Law of Ukraine «On Higher Education» concerning the preparation of competitive human capital for high-tech and innovative development of the country, self-realization of the individual, provision of the needs of society, and labor market [1]. In modern conditions, the necessity of application of new pedagogical technologies in higher education institutions in the process of teaching technical disciplines was especially acute, due to peculiarities of perception of information by modern students, the necessity of

formation of motivation to study, and the provision of high quality of mastering of relevant competencies. In particular, the Kyiv National University of Construction and architecture cultivates a student-centered approach to the design and implementation of the educational process by scientific and pedagogical workers, which contributes to the continuous development of students of self-educational competence and analytical abilities. Besides, as the analysis of educational practice shows, there are a huge number of educational Internet resources available to students today, but the level of analysis, synthesis, and evaluation of the information received without the participation of teachers is often beyond their power due to the nature of technical disciplines, as a rule, they are quite difficult for some higher education students to perceive. Therefore, the creation of an innovative educational environment, in our opinion, is impossible without qualitatively new content of higher education, without the proper level of scientific-methodical and information-technological support for the educational process, improvement of research activity of scientific and pedagogical workers, educational technologies and teaching methods, their search (development), introduction into educational programs and introduction into practice.

The scientific and pedagogical staff of the Kyiv National University of Construction and Architecture constantly update the content of the components of educational programs in connection with dynamic changes in the legislative field, the needs of higher education applicants, graduates, teachers, and other stakeholders, expansion of cooperation with national educational institutions, activation of participation of teachers and students in international scientific and educational projects, etc. In our opinion, the content of academic disciplines should ensure the formation of such professional qualities among applicants for higher education that would correspond to the nature of the competitive environment in which their future professional activity will take place. Therefore, the aspects are quite fully taken into account in the conclusion of educational programs «Professional Education (Construction and Welding)» of the first Bachelor's level in higher education (components of the educational program «Engineering and Computer Graphics», «Fundamentals of Building Theory», «Building Structures», «Organization and Construction Management», etc.), «Design» of the first Bachelor's level of higher education (component of the educational program «Fundamentals of Interior Design»), «Computer Systems and Networks» of the second Master's level of higher education (components of the educational program «Parallel Information Processing Systems and Neurocomputers», «Device Modeling and Linear Components of Computer Systems»), «Engineering of Logistics Systems» of the second Master's level of higher education (components of the educational program «Structural Synthesis of Hydraulic and Pneumatic Systems of Logistics Equipment», «Systems of Earthmoving Technologies in Transport Construction»), «Branch Mechanical Engineering (Construction)» of the second Master's level of higher education (component of the educational program «Synthesis of Machinery and Equipment of the Construction Industry»), «Electromechanical Automation Systems and Electric Drive» of the first Bachelor's level of higher education

(components of the educational program «Power Supply to Industrial Plants and Construction Sites», «Automation of Electromechanical Systems in the Construction Industry», etc.), «Thermal Power Engineering. Energy Management, Energy Efficient Municipal, Industrial and Domestic Thermal Technologies» of the first Bachelor's level of higher education (components of the educational program «Resistance of Materials», «Technology and Organization of Installation Work»), «Environmental Protection Technologies» of the second Master's level of higher education (components of the educational program «Development of Construction Projects in Accordance with the Sustainability Categories of Green Construction»), «Architecture of Buildings and Structures» of the second Master's level of higher education (components of the educational program «Modern Structures of Buildings and Structures», «Architectural Activity in a Market Economy»), «Construction and Civil Engineering» of the first Bachelor's level of higher education (components of the educational program «Technology of Construction Processes», «Construction Mechanics», etc.), «Industrial and Civil Engineering» of the second Master's level of higher education (components of the educational program «Engineering Protection and Preparation of Territories», «Experimental Research on the Topic of Certification Final Work»), «Water Management Construction and Management of Water Resources and Systems» of the first Bachelor's level of higher education (components of the educational program «Hydraulic Structures», «Hydraulic and Aerodynamic Machines», etc.).

The work of scientists in the field of didactic methods and the development of multilevel systems of teaching methods deserves special attention, and substantiation of the ratio of components of such systems [5, 6, 7, 10, 12, 16, 17, 24], because the level of development of professional competencies of students in a certain component of the educational program (academic discipline), their ability to analyze, synthesize, evaluate, compare, systematize educational information determines the activities of scientific and pedagogical staff of higher education institutions of construction profile in the choice of methods of teaching technical disciplines. In particular, at the Kyiv National University of construction and architecture, teaching is carried out with the help of traditional methods (verbal, visual, practical) and innovative methods that are aimed at activating the educational and cognitive activity of students, and information educational technologies. To improve the organizational and methodological support of the educational process, an Internet-support site on the Moodle 3 platform was created (<http://org2.knuba.edu.ua>), where the academic disciplines taught by the departments are presented. The web page of each academic discipline has a mandatory part containing basic information and electronic versions of the documents that make up its information and methodological support: working program, guidelines for laboratory, practical, coursework and diploma projects, recommended literature, examination (test) questions, assessment system, lecture notes, tasks for practical (laboratory) classes, etc.

In this context, innovative methods of teaching educational disciplines, which promote the development of creative activity and research initiative of students, deserve special attention and lay the basis for the successful application of

acquired competencies in practice. The concept of «innovative teaching methods» as defined by N. Artykutsy [6], is multicomponent, since it combines all those new and effective ways of teaching (obtaining, transferring, and producing knowledge) that contribute to the intensification and modernization of the educational process, develops the creative approach and personal potential of its participants. V. Luhovyi [22] in the content of the concept of «methods/technologies of teaching» invests ways and methods of processing educational (pedagogical) information, as well as types of training sessions and partially forms of organization of the educational process (independent work, practical preparation). Thus, in Kyiv National University of Construction and Architecture on the Department of Structural Mechanics, which teaches one of the most important fundamental disciplines for the training of civil engineers, a cycle of educational and methodical publications and materials has been developed that form a methodological complex for studying structural mechanics by students of various specialties at different educational and qualification levels. In addition to a number of textbooks, the most complete of which is the one published in 2013 under the general editorship of Academician of the Academy of Pedagogical Sciences of Ukraine Professor Bazhenov V.A. the textbook "Structural mechanics. Computer technologies and modeling" (in Ukrainian) developed a number of guidelines and individual tasks for solving problems, which laid down didactic principles of optimality and rationality of presentation of educational material, individualization and differentiation of educational and cognitive activities, problems – to stimulate activity and independence of higher education students in achieving educational results and developed on a single conceptual basis of learning. A list of these methodological developments is available on the KNUBA website [35].

Consequently, given the modern requirements to ensure the quality of the educational process, teachers are stimulated to improve methods of teaching professional disciplines and, in particular, to promote innovative technologies as leading in the organization of educational and cognitive activity of students. However, scientists, in particular I. Khomiuk and V. Khomiuk [38], believe that despite the considerable work of scientists, the issue of the introduction of innovative technologies it is in the teaching process of technical disciplines remains open and requires further research. In this context, the study of the content of scientific developments of foreign scientists on the design of youth innovation centers, creative spaces, and hubs in the structure of higher education institutions can serve as relevant for our research. Thus, J. Fournier, C. Grape, P. Grummon, J. Morelli, S. Whitmer, and J. Cevetello in a thorough study «Designing educational space: current status and future trends» give some recommendations to improve the educational environment through architecture and design, considering innovations and current trends in education, technology, and society [45]. C. Spinuzzi [42] in his work noted that an innovative learning environment (including coworking) provides a unique opportunity to accelerate the generation and dissemination of innovation itself. K. Holubchak [9], considering the peculiarities of the formation of innovative creative spaces in the

structure of higher education, argues that innovative creative spaces should promote the generation of ideas, innovative thinking, and communication.

We share the opinion of the authors that the emergence of the latest design and digital technologies significantly expands the design space of architecture. The spatial structure of modern creative hubs cannot be formed only physically: transformed partitions, and modular furniture that can easily adapt the space to specific needs - from private work areas to group coworking spaces, it should have a wide range of digital and lighting components built-in. Analysis and generalization of the needs of higher education seekers, experience in organizing innovation centers, including the Kyiv National University of Construction and Architecture, allows identifying several functional areas of creative innovation space in the structure of higher education institutions of construction profile: educational, educational and scientific, educational and methodical, research, coordination, internationally, recreational, technical and technological, communicative, information and library, exhibition and exposition, portfolio, trade and household services. Along with this, A. Panchenko, A. Voloshyna, O. Titova, I. Panchenko, A. Voloshyn [27] draw attention to the ways of introducing interactive teaching methods in the teaching of technical disciplines. Especially - the most common forms of classes that use active and interactive teaching methods in the teaching of technical disciplines: lecture discussions, educational games, laboratory and practical classes, watching and discussing videos, working in small groups, and excursions. According to the authors, the organization of interactive learning in the study of technical disciplines should include the following elements: formulation of the problem topic, goals, and questions of the lesson; preparation of the classroom, multimedia equipment, layouts for active work of students; formation of motivational readiness of the student and teacher for joint actions in the process of studying technical disciplines; optimization of the system for evaluating the process of cognition and results of joint activities; development of the general group and interpersonal skills and ability of analysis and self-analysis. In their opinion, interactive forms of study provide high motivation, the strength of knowledge, creativity and imagination, communicability, active life position, team spirit, the value of individuality, freedom of expression, emphasis on activity, mutual respect, and democracy. To the effectiveness of interactive learning in the study of technical disciplines, scientists include: the development of active cognitive and mental activity of students; attracting students to the process of studying technical disciplines and mastering new material as active participants; the development of skills, abilities and analysis and critical thinking; strengthening motivation to study technical disciplines; creating a favorable, creative atmosphere in the classroom; the development of students of communicative competencies; reducing the volume of traditional classroom work and increasing the volume of independent work; development of skills and proficiency in modern technical means and technologies of information processing; development of skills and abilities to independently find information and determine the level of its reliability; use of such forms of control as current Test control, final module

control, final control (exam), which allow to increase the objectivity of assessment of knowledge, skills and competencies of students [27].

V. Petrovskiy and A. Bondarenko [28] believe that the use of interactive technologies puts forward certain requirements for the structure of the lesson, which should consist of five stages: motivation; announcement, presentation of the topic, and expected results; updating knowledge, providing the necessary information; awareness; reflection. When evaluating the results of interactive learning, researchers consider it necessary to take into account the following conditions: to maintain a balance of testing the knowledge and skills of students; use traditional and interactive assessment technologies; apply group, competitive and individual assessments of students, self-assessment and mutual assessment; discuss the criteria for evaluating students; taking into account the academic achievements of the group and the individual progress of students.

I. Batsurovska, O. Samoilenko, and V. Hruban [7] consider the peculiarities of studying technical disciplines using electronic educational resources. Researchers have identified a problem that consists in using electronic educational resources when studying technical disciplines and involves building a new or changing the traditional methodological activity of the teacher. The analysis of the main requirements for the use of electronic educational resources in the study of technical disciplines allowed the authors to identify pedagogical and methodological goals that can be achieved through the use of electronic educational resources such as MathCad, Maple, MatLab, Mathematica, SMath Studio, Advanced Grapher, MasterGraph, Wolfram Alpha, etc., more effectively than with the help of other pedagogical technologies. To such goals, scientists include the formation of an activity-based approach to the educational process; individualization and differentiation of the educational process while maintaining its integrity; strengthening the awareness of the educational process, increasing its intellectual and logical level; strengthening the motivation for learning, self-control, and self-correction; monitoring the training stages of the educational process; monitoring with feedback, diagnostics, and evaluation of the results of educational activities; introduction of new cognitive tools into the educational process: computational experiment, modeling, and imitation of the studied objects and phenomena, conducting laboratory work in conditions of simulation in a computer program of real experience, solving problems using electronic educational resources; the possibility of creative research activities. The peculiarities of the use of electronic educational resources in the study of technical disciplines include [7]: the ability to visualize the process of solving the problem by automatically building graphical dependencies on the computer screen according to a model that describes the situation in question; the need to use an electronic educational resource to automatically perform any calculations only after the skill of performing these calculations without the help of electronic educational resources has been formed; periodic conducting computational classes without the use of a computer, followed by checking the results on a computer; modern electronic educational resources are systems for self-study and distance learning of technical disciplines; educational electronic resources - is the opportunity to use simulators, models and laboratory work, not feasible in

real conditions for the study of technical disciplines; use of computer testing programs, as well as other organizational forms and technologies to solve technical problems; implementation of network consultations, work with simulators, control and self-control.

O. Kletskov [15] considers the main types of classes in distance learning and the problems that arise in their organization. Thus, the difficulty in conducting video lectures on technical disciplines is to create a quality presentation that not only presents all the necessary material but also presented it in a format that would be accepted by the students of education. The limited-time available for Zoom lectures, for example, also adds complexity to the teaching of technical disciplines. The most acceptable variant of laboratory work is the format of practical work with the display of a video. When teaching technical disciplines, the main tool for teaching students is to perform practical tasks, but in terms of distance learning controlling the progress of practical tasks by individual students is almost impossible. Also, when teaching certain topics and questions it is necessary to teach students to perform tasks according to a certain pattern, which in turn requires the performance of practically identical tasks by all students of the group, which in conditions of distance learning does not promote academic integrity of students. Testing students' knowledge is an integral part of the study, but it is difficult to create test tasks within the framework of teaching some topics that would exclude the possibility of students «guessing the answer». It is not always possible to create tests that require you to record your answer or compare pictures and meanings.

Significant for our research is the experience of teachers of the Kharkiv National University of Construction and Architecture, in particular A. Medvedievoi, T. Aloshechkinoi, and N. Makovetskoi [23] outline the range of problems related to the organization of teaching technical disciplines remotely in quarantine and identifies areas for further quality assurance of higher education students. Thus, lectures on resistance of materials, structural mechanics, a special course on resistance of materials, and the basics of the theory of elasticity and plasticity were conducted directly according to the schedule of classes on the Zoom platform, or after a prepared presentation was sent to academic groups in advance for students to independently study the content of the lecture and then discuss it, which is organized by the teacher during a scheduled lecture using Google Meet, or Zoom platform. The expediency of one or another option was determined by the complexity of the material. The most effective option, according to teachers, is when the content of the lecture is considered by students in advance. The practice of teachers of the Kharkiv National University of Construction and Architecture in conducting practical classes shows that the best result is achieved when the task is explained by the teacher during a meeting with the group in a chat when performing independent work (consulting work). In general, preparation for classes should be more thorough and perfect, with the use of visualization of appropriate calculations.

T. Labutkina [18] notes the possibility of a progressive combination of «online» technologies in the process of providing educational services with

«offline» and highlights several aspects regarding the presentation of lecture material in «online» and «offline» forms. M. Sashnova and A. Zahorulko [32] believe that the introduction of gamification in technical disciplines in higher education institutions is possible to ensure the mental activity of students during lectures and laboratory-practical classes and improve the assessment system. The structure of gamification is conditionally divided by them into individual (assessment points, virtual goods, time limits, etc.) and social (interactive interaction), and the implementation of gamification in distance learning conditions is possible through the use of various plugins, depending on the platforms used for distance teaching of technical disciplines. In this context, teachers of the Kyiv National University of Construction and Architecture use the capabilities of the Moodle and Microsoft Teams platforms, wherein the course parameters activate the dynamics of student activity and set up the deadline for educational tasks, which serves as a motivational factor for students to complete them. The completed task can be stimulated by rewards in the form of performance points, Awards (commendations or accolades) (in particular, using the LuckyDraw Microsoft Teams plugin). In our opinion, a positive trend is the focus of scientists on analyzing such a problem of modern higher technical education as insufficient humanitarian training of the students of higher education technical specialties. In particular, N. Aksakova emphasizes that in institutions of higher technical education, the principle of technocracy dominates both in the content of academic disciplines and in approaches to the organization of the educational process. However, the researcher expresses a reasonable opinion that it is the humanitarian component of the educational process that ensures the development of creative potential and cognitive activity of students [5]. The author notes the importance and expediency of using interdisciplinary connections for the mutual enrichment of related subjects within the humanitarian block and the application of a transdisciplinary approach to the relationship between special and humanitarian knowledge, which allows students to form a systematic idea of their future profession and their role as a Technical Graduate in modern society.

We agree with N. Aksakova's assertion that the teaching of humanities disciplines in technical specialties should differ from teaching in humanities faculties both in the structure of the subject content and in the presentation. Nevertheless, T. Osborne points out a significant factor that, in our opinion, should be taken into account in the learning process, namely, the dominance of rational thinking among technical students, and their skills to work with systematized, logical and concise material [41]. In addition, it is necessary to pay attention to the fact that in the process of acquiring university education, the following types of innovative thinking are formed: paradigm (develops methodological innovations of fundamental research, is characterized by the acquisition and mastering of a system of scientific knowledge, the application of which ensures the production of necessary innovations, their implementation and replication, has the ability to determine a strategic model for the development of a specific direction of professional innovation reality), conceptual (generated by constructive innovations in the context of Paradigm implementation, it manifests

itself in a complex innovative solution of key issues and develops new scientific approaches and design principles), technological (creates knowledge-intensive innovations in order to implement conceptual development like new technologies, innovation processes, implementation activities, etc.), predictive (has a high level of forecast, which determines the perspective of development and inhibition of innovation mechanisms through knowledge of theoretical doctrines, concepts, systems, etc.), modeling (characterized by the level of heuristic generation of innovations and the creation of Information Computer Products, modeling of the process of solving contradictions, etc.), combinatorial (generates innovations, new knowledge, synthesizing them from various branches of science, empirical knowledge and experience in the sphere of challenges and problematic tasks) [36, p.20–21].

Based on the above, we can specify the method of teaching students of higher technical education, proposed by N. Aksakova [5], the inclusion, taking into account the inherent rationalism of students, in this process of problematic tasks, including pedagogical, psychological, social and managerial aspects which are their development (self-development) as subjects of future professional, research, social, cultural, and managerial activities. We consider the management of knowledge in university education as a synthesis of the following components:

- student-centered learning (characteristically individualized, emotional-cognitive style of learning and behavior that determines the features of educational and cognitive activity of higher education students and educational interaction);

- information resources (both external and internal to the institution of higher education; information competence of educational subjects to provide access to knowledge bases for their integration);

- own knowledge (transformation of information into knowledge through technologization of forms, methods, and means of teaching to achieve program results of assimilation of components of the educational program; introduction of innovative systems of pedagogical diagnostics of the level of development of relevant competencies by students higher education; formation and development of a system of knowledge, skills, abilities, ways of thinking, views, values, and other personal qualities that determine the ability of a future specialist (professional) to successfully carry out professional activities and produce new knowledge, increase intellectual and emotional-volitional potential).

Training of higher education seekers in the relevant specialty, competitive in the labor market, competent, able to effectively operate important tasks of the educational process, which can't be solved without increasing the role of independent work students of higher education, the willingness of teachers to stimulate their professional growth, formation (development) of creative activity and initiative. O. Skliar and R. Skliar [33] define independent work as planned educational, educational-research, research work of applicants for higher education, performed in extracurricular (classroom) time on the task and with the methodological guidance of the teacher, but without his direct participation (with partial direct participation of the teacher, but with the leading role of the student

of higher education). Scientists pay attention to the technological aspect of the organization of independent work of applicants for higher education, which may include the technology of selecting the goals of independent work; the technology of determining its content (the basis for selecting the content of independent work is the standard of Higher Education, sources of self-education (literature, experience, introspection), individual psychological characteristics of students – learning ability, intelligence, motivation, features of educational activities; technology of designing tasks (tasks for independent work should correspond to the goals of different levels, reflect the content of each academic discipline, include different types and levels of cognitive activity of students of higher education; technology of control organization (selection of control tools, determination of stages, development of individual forms of control). Therefore, the Kyiv National University of Construction and Architecture has created a digital environment for independent development of the content of technical disciplines and consolidation of the acquired knowledge by future engineers. Educational content is presented using a variety of tools: multimedia presentations for practical work, online laboratory work with multimedia support, educational computer interactive simulators, interactive lectures with audiovisual support, interactive lectures with audiovisual support, and online glossary, etc.

The level of enrichment of professional competencies of higher education students, in our opinion, depends entirely on the state of pedagogical skills of teachers, the content of teaching methods of educational disciplines, and methodological support for the implementation of components of educational programs. O. Ponomarov and M. Chebotarov [29] draw attention to the need for constant development of professional competence and the culture of the teacher as a factor in the formation of the humanitarian and technical elite. The scientists have formulated a well-grounded conclusion that the professional-pedagogical culture of the teacher in combination with its developed pedagogical skill create conditions of proper perception, understanding, and mastering of educational material by students. This is achieved due to the unity of what they are taught (it provides professional competence of the teacher), and how this material is presented, how their rational and emotional cognitive abilities are used (and this provides a pedagogical culture of the teacher).

Analysis of scientific research on methodological aspects of the educational process [10, 12, 17, 21, 24, 25, 30, 34] allowed to define the concept of methods of teaching technical disciplines in higher education institutions of construction profile as a set of psychological and pedagogical components containing a specific educational goal (determined by the content of the relevant educational program of higher education at the appropriate level in a particular specialty and specialization, as a single set containing the amount of ECTS credits required to obtain the appropriate degree, list of graduate competencies, normative content of higher education, formulated in terms of learning outcomes, forms of certification of students for higher education, requirements for the system of internal quality assurance of higher education); subjects of the didactic process; operational and activity elements (principles, learning conditions, educational

tasks, technical and educational process (forms, methods, teaching aids), educational information technology, and technical and resource support, which ensure the achievement of the projected result through their optimal selection, scientific justification, objective assessment of goal achievement, proper adjustment and mobile allocation of resources. In our understanding, the peculiarities of the methodology of teaching technical disciplines in higher education institutions of construction profile are determined by the fact that each subject of the educational process operates in an environment, the components of which are a source of educational information, which forms the definition of competence of higher education students for their independent mental activity, constructive educational interaction, reflexive actions and the use of interactive technologies that have a problem-search character, are based on a person-oriented approach, include a planned learning result, they stimulate the educational and cognitive process.

A learning problem situation and the process of solving it is an invariant component of a particular interactive technology. The variability of didactic forms, methods and means used in the methodology of teaching technical disciplines in a building-profile higher education institution will contribute to the implementation of invariant components and is the basis for a variety of interactive technologies, namely: the technology of personal «discovery» of knowledge, skills and abilities, the technology of educational research (studying objects in natural circumstances, observation, laboratory research, design, etc.), project technology (provides for the implementation of creative projects, integration of knowledge, skills, and abilities of various educational components, branches of science and technology; mastering communication skills, working in pairs or groups, making joint decisions, a sense of responsibility for activities in the educational community, developing research skills, system and critical thinking, showing your own creative personality and creating an appropriate product, etc.), Information Technology (IT programs, computational experiments, distance learning, etc.), technology of research activities (deepening the student's motivation for future professional activities, using his own creative potential, through participation in research, development or methodological work according to the Department's plan or according to an individual plan – work in scientific circles, problem groups, participation in scientific conferences, seminars, cooperation in the implementation of works on state budget topics, publications in scientific publications, collections of works, etc.), educational and research work (performing coursework, master's works, Research tasks during training practices), organizational and mass events (subject Olympiads, reviews, competitions of scientific papers, etc.), «brainstorming technology», technology for solving heuristic Research tasks, technologies of cooperative (collective-group) training, technologies of situational modeling, technologies of modeling future professional activity, technologies of formation of an individual creative style of professional activity in the aggregate of certain forms of its manifestation: the ability to solve professional (quasi-professional) tasks, motivation for educational results, active adaptation of the graduate to the professional environment (individual-

psychological, socio-psychological and professional-activity), mastering the specifics of joint professional activity to coordinate their own style with the styles of other subjects, awareness of their own capabilities of intellectual, emotional and subject activities, and so on. Thus, the competencies defined by educational programs should be learned by higher education students as a product of their search and discovery. The content of the training material the lessons should contain reflective-cognitive conflict or conditions of its occurrence, be at the level of need for a high concentration of mental forces, and logically structured for the fullest stimulation of the reflective-cognitive activity of students. In such circumstances interactive educational technology is transformed into reflex-cognitive and is characterized by the following features: interpersonal, dialog, equal educational interaction, focus on cooperation and social values, pleasure from education, and leadership. In addition, the methodology of teaching technical disciplines in a construction-profile higher education institution should focus on differentiation and individualization of the educational process, on the priority of personality-oriented training in the implementation of its goals and objectives. It is in the personality-oriented educational process that the mission of its subjects is transformed: the student turns from an object of activity into a subject of activity, and becomes a co-author of training; the teacher, in turn, expands participation in the design and development of the active personality of the future specialist (professional) as an andrologist, humanist, adviser, consultant, researcher, coach, mentor, psychotherapist, facilitator, moderator, tutor. The means of training individualization are the knowledge, which differs by the level of complexity, novelty, and integration and is applied to take into account the rationality of didactic forms, methods, techniques, and tools, taking into account the individuality of their particular carrier – the subject of study.

Among the main means of personality-oriented learning on the formation of professional competence of students, it is advisable to define competence-oriented tasks as integrative didactic units of content, technology, and monitoring the quality of student training, which are focused not only on the assimilation of knowledge but also the development of skills to independently acquire and actively use them to solve actual problems in specific production conditions with predictable consequences. Competence-oriented tasks, on the one hand, should cover certain aspects of the content of the academic discipline, and on the other – be creative, and personally oriented. The construction of a competence-oriented task involves: identifying a problem that requires integrated knowledge to solve; defining goals and objectives, predicting results and ways to achieve them; planning activities (specifying content through highlighting subtasks; analyzing input data and synthesizing ideas for solving); selecting methods for solving (updating reference knowledge; establishing intersubject connections; developing an algorithm for actions aimed at achieving intermediate goals); effective work with information resources (search for information and its critical evaluation, data analysis, and generalization according to certain criteria); evaluation of the results obtained, formulation of conclusions. The current conditions for ensuring the personalization of students

of learning hypothetically can be the following: restructuring the content of Education based on the principle of fundamental knowledge, problematic content of training, humanization of the content of education, as well as the principles of flexibility, variability and scientific orientation of the content of education; the development and expansion of educational communications according to the principles of accessibility and interactivity, sensitivity, targeting, redundancy, versatility, integration; personalization of the teacher's activity according to the logic of building the author's pedagogical system, which is implemented in the practice of cooperation with students. Thus, personality-oriented learning includes professional knowledge and optimizes the process of developing and implementing an educational project aimed at developing the student's personality, and meeting his needs and interests.

Solving the problems of the modern educational process in a construction-profile higher education institution to ensure its compliance with the needs of the labor market is associated with the implementation of a competence-based approach. The competence-based approach, within the framework of the methodology of teaching technical disciplines in a building-profile higher education institution, focuses attention on the results of education, not so much as the amount of information learned, but the ability of a specialist (professional) to act creatively in various situations of the professional sphere and life; the orientation of the educational process to the formation of general competence, which is an integrated characteristic that is formed in the educational process and contains knowledge, skills, attitude, experience of activity and behavioral models of the individual; a set of general principles for determining the goals of Education, selecting the content of education, organizing the educational process and evaluating educational results; reorientation of the dominant educational paradigm with the predominant translation of knowledge, the formation of skills and abilities to create conditions for mastering a complex of competencies, meaning the potential, the ability of a graduate to sustainable life in the conditions of modern multi-factor socio-political, market-economic, information and communication saturated space; a fundamental paradigm shift from «subject-centricity» to «student-centricity», which involves involving students in independent learning activities and increasing personal responsibility for its results (individual planning, self-assessment, self-organization, individual monitoring, presentation and protection of their academic achievements, etc.). In our opinion, the use of the competence approach allows to strengthen its effectiveness due to the activity component, focusing on the ways and nature of actions, strengthening the relationship between the motivational and value-oriented spheres of personality; reproduction in the educational process of real conditions of professional activity, solving real professional tasks and problems; the use of modern educational technologies that provide for the systematic development of functional competencies; the implementation of educational and cognitive tasks of the research type; creating conditions for students to choose individual educational trajectories, which, in turn, will contribute to the implementation of the principle of variability of education and the development of students of positive motivation to learn; updating the content, forms and

methods of professionally oriented training, coordination of educational activities, aimed at the formation of a competitive professional in the modern labor market, his adaptation to modern conditions of professional activity.

The main source of educational information is, of course, a lecture. Its main purpose is to provide students with a systematized foundation of scientific knowledge on the relevant branch, to reveal the state and prospects of its development, and to focus on problematic issues. The traditional structure of a lecture includes the announcement of the topic, academic problems, the list of recommended sources, reminding the content of the previous lecture, linking it with the new material, implementing the content, fixing conclusions on each issue, and summarizing the lecture, answering questions from the audience, setting tasks for independent work and announcing the topic of the next study session. However, the announcement of the topic may be preceded by a small introduction, information about the specific situation of professional activity, which, on the one hand, will help to focus students of attention, on the other, motivate them to further study the proposed topic. In addition, this list can be supplemented with an indication of intersubject connections or methodological recommendations for preparing for practical and laboratory classes, performing small tasks to provide «feedback» to the audience, and adjusting the teaching process. The main features of the lecture in the methodology of teaching technical disciplines in a higher education institution of construction profile are a high scientific level of information presented, a significant amount of generalized and systematized modern scientific information, evidence and argumentation of judgments and conclusions, the sufficiency of argumentation of solving presented educational problems, teaching skills and a high level of activation of students of thinking activity, a thorough analysis of various points of view on solving problems, the introduction of new terms and concepts, use of didactic materials and technical teaching tools, assessment of students of assimilation of lecture content, setting higher education students for independent search work, clarification of recommended literature, methodological advice, answers to questions, etc. It is also necessary to take into account the relevant rules for presenting the content of the lecture as a means of teaching and a way of presenting educational information using multimedia technologies with the leading role of the lecturer and his pedagogical skills. The use of multimedia technologies in lecture classes is effective from a psychological and didactic point of view, as it allows: for optimization of the educational process and effectively uses the time of the lecture session; to carry out cognitive development of the student – all types of thought processes, such as perception, memory, imagination, and logic; increase the visibility of training and make the educational material convincing through the use of various forms of presentation of educational material (text, formulas, graphs, drawings, diagrams, tables, photos, animations, videos, etc.); facilitate the process of perception and memorization of educational information by students through the use of vivid images; carry out psychological relaxation and increase the audience's attention during the period of its decline approximately every 25-30 minutes. lectures through the use of drawings, photos, small animated or video clips that are a

visual representation of the presented educational material, the sound effect after deducing a heavy formula or constructing a complex graph or diagram, which help to relieve psychological tension and set the audience to move on to the next question; increase the level of accessibility and perception of information; repeat the most difficult moments of the lecture or repeat («scrolling») the material of previous lectures; to increase the motivation of learning through the use of new, that is, interesting technologies for the student and visual presentation of educational material; to keep in touch with the audience – tasks on slides allow you to quickly and efficiently check the level of perception, understanding and assimilation of educational material by students, as well as provide appropriate explanations and clarifications; to increase the dynamism, persuasiveness, emotionality and brightness of the presentation of the lecture material; to create comfortable working conditions for the teacher at the lecture. Thus, a lecture in a higher education institution is a responsible multidimensional pedagogical action. It is the pinnacle of the teacher's pedagogical skill. The lecture should carry not only informational and semantic potential but also social and pedagogical. The latter requires a high pedagogical culture from the teacher.

Modern trends in the transformation of society, its transition from the industrial stage of development to the post-industrial one, put forward fundamentally new requirements for the practical component of educational activities. Therefore, the main didactic goal of the practical lesson is to expand, deepen and detail the scientific knowledge obtained by applicants for higher education in lectures and the process of independent work and aimed at improving the level of assimilation of educational material, the formation of professional competencies. In this regard, a practical lesson is a form of the training session, during which the teacher organizes students to consideration of individual theoretical provisions of the academic discipline and forms the skills and abilities of their practical application by individually performing the tasks formulated accordingly. Conducting a practical lesson is based on pre-prepared methodological material tests to identify the degree of students of mastery of the necessary theoretical provisions, a set of tasks of varying complexity for students to solve in the classroom. Peculiarities of the purpose of practical classes in the context of methods of teaching technical disciplines in higher education institution of construction profile can be presented as follows: consolidation of knowledge through active repetition of lecture material, specification and expansion of this material, its transposition to certain tasks; development of the ability to independently use the acquired knowledge to perform certain actions and acquire new knowledge and skills; establishing the connection of regularities, formulations, measuring indicators with the practice of their application; acquaintance with scientific methods and means in their practical application; acquisition of experimental skills and abilities; acquaintance with various methods of analysis and assessment of the state of the object of study, reference information materials; mastering the skills and abilities of independent solution of educational-methodical and scientific-practical issues; integration of knowledge into a certain system and the formation of a certain competence. The development of practical classes should be consistent with the appropriate

direction of the lecture course and include: setting the general problem of the teacher and its discussion with students, preliminary control of knowledge, skills, abilities, and competencies, and solving practical problems with their further discussion, solving tests tasks, their verification and evaluation. In the process of conducting practical classes, it is advisable to use various teaching methods. Since the main task of this type of educational work is the formation of skills and abilities, the leading place should be given to a variety of exercises: preparatory, trial, sample, training, creative, practical, graphic, oral, written, professional, technical, etc. Planning of practical classes is based on the content of relevant educational programs, curricula, and work programs of academic disciplines that ensure and determine the continuity, systematicity, and sequence of training, the list of questions (educational problems), the time allotted for all types of tasks; forms and deadlines for reporting students. It is important for successful practical training to prepare working journals and methodological developments. As a rule, a work journal can contain the number of the work, its title and purpose, brief theoretical information; a work task (work completion plan, data processing); control questions, and a list of recommended literature. At the beginning of each practical lesson, it is advisable to plan a check of students of readiness to perform practical work. It is appropriate to start a practical lesson with a generalization of the main scientific and theoretical provisions, which are the starting point in the practical activities of students. It is best when the teacher and students jointly determine specific ways to complete the tasks of a particular lesson, form a theoretical base, and characterize the methods of working in the lesson. After generalizations, the teacher should give answers to individual questions that students have encountered in the process of preparing for the practical lesson, and move on to the practical part of the lesson. At this stage, the teacher needs to carefully monitor the time allotted for the consideration of each issue, performing practical tasks, exercises, and solving situations, that is, following the rules, which especially disciplines students, and teaches them to the rules of time management. Students of activity in practical classes increase if they acquire additional theoretical knowledge and practical skills to solve applied problems, build diagrams, graphs, etc., consolidate and improve already formed ones, and develop the ability to independently improve professionally-oriented actions. It is important to use interactive teaching methods: non-simulation (discussions, virtual excursions, etc.); simulation non-game (analysis of specific situations, solving production problems, analyzing documentation, actions according to instructions, etc.); Simulation (business, role-playing games, game design, etc.). The recommended structure of practical classes is: organizational part (checking the readiness of the academic group for the lesson, entrance control of students of knowledge, skills and abilities, communicating the goals and objectives of the lesson, setting a general problem and discussing it, introductory safety instruction; motivation of educational and cognitive activity of students (discussion of the role and place of the topic of the lesson in the training system, informing students about the complex of practical skills and abilities that they should master in the course of the lesson, stimulating the activity of students with the prospects for future professional activity);

preparatory stage of performing practical tasks (providing individual practical tasks to students, instructing on workplace safety, explaining the requirements for the design of the report and the procedure for its protection); independent work of students to perform practical tasks under the guidance of a teacher (performing the theoretical part of the work, checking theoretical provisions with experiments, experiment observation, performing exercises, drawings, calculations, plotting graphs, filling in tables, etc., demonstration by the teacher of rational methods of performing operations, showing the performance of production and technological operations, instructing on safety during students of performance of practical work); the final part (explanation by the teacher of the technology of completing practical work, final safety briefing, acceptance of reports, analysis of the practical lesson, assessment of students of performance of practical work, provision of tasks for independent work). Thus, the effectiveness of practical training largely depends on the ability of the teacher to own the attention of students, introduce elements of competition, implement a differentiated approach, select groups for joint activities in practical classes, and provide direct (planning, special construction of tasks, control) and indirect (influence on motivation, instructions, prospects of the student) management of educational and cognitive activities.

An important component of the methodology of teaching technical disciplines in a construction-profile higher education institution is laboratory classes, where students, under the guidance of a teacher, personally conduct full-scale or simulation experiments or experiments for practical verification and confirmation of certain theoretical provisions of the relevant topics of the educational discipline, acquire practical skills in working with laboratory equipment, equipment, measuring equipment, computer equipment, master the methodology of experimental research in a specific subject area. Laboratory work (tasks) can be reproductive, partially searchable, or searchable. Reproductive works are characterized by the fact that during their execution, students use detailed instructions that indicate the purpose, provide explanations (theory, main characteristics), the order of work, tables, conclusions (without wording), control questions, and literature. Part of the search work is characterized by the fact that during their conduct students do not use detailed instructions, they are not given the procedure for performing the necessary actions. In this case, students need to choose the method of laboratory work. In the works of exploratory nature, students solve a new educational problem for them, based on the formed theoretical knowledge. In the educational process, frontal, cyclic, and individual forms of laboratory classes deserve attention. The frontal form of conducting laboratory classes is characterized by the fact that students perform the same laboratory work simultaneously according to special programs and instructions. In this form, students of cognitive independence during task completion are quite low. In addition, performing laboratory work simultaneously by all students of the group leads to borrowing techniques and receptions for performing and even solving problems without a deep understanding of the essence of the phenomena being studied. The cyclical form of laboratory classes provides for the division of laboratory work provided in the

work program of the academic discipline into several cycles corresponding to certain sections of it. Laboratory work is performed in this way according to the established schedule. This form allows you to simultaneously perform various laboratory work of a certain cycle. The individual form of laboratory training involves each student performing a certain laboratory work independently. It should be noted that this form requires special organization, individual guidance, and control over the work of students by teachers. The use of this form of laboratory activity should take into account the interests and inclinations of specific students and provide for the variability of tasks. Therefore, it can be noted that the individual form of conducting laboratory classes corresponds to modern educational trends, in particular, it implements a personality-oriented approach and promotes individualization and differentiation of training. Therefore, taking into account the advantages and disadvantages of certain forms of conducting laboratory classes, as well as based on the understanding of laboratory work as a specific experimental study conducted by the student independently, it is advisable to use their combined form. The combined form of conducting laboratory classes consists in the fact that each of the certain experiments of certain laboratory work is distributed among all students of the academic group. That is, a particular student by appointment of a teacher receives an individual task. At the same time, the task must be accessible, understandable, and partially searchable. Under such conditions, the student faces several separate tasks: to understand and independently clearly formulate the purpose of the experiment, present its course, select the necessary equipment, conduct an experiment, and record the results of the experiment. During the lesson, the student must justify the results obtained with appropriate theoretical provisions. The teacher should act as a consultant, providing the student with the necessary and appropriate methodological assistance. Conducting classes in this way will allow students not only to master the methods of experimental activity but also to learn how to convincingly explain the results obtained. At such laboratory classes, theoretical knowledge is consolidated through practical activities, as well as the formation of the ability to present the acquired knowledge, and the level of formation of the corresponding professional competence. When performing laboratory work, you need consistency and interrelation using the knowledge and skills of previous work to perform subsequent ones. The appropriate structure of the laboratory lesson is the organizational part (checking students readiness for the laboratory lesson, instructing on safety techniques); updating the basic knowledge and practical experience of students, communicating the topic, goals of laboratory work, motivating students educational and cognitive activities; advising on the performance of laboratory work (explanation of the work plan, explanation of tasks that need to be solved, providing advice on the methodology of experimentation), independent work of students on the performance of laboratory work (performance of theoretical tasks, performance of practical tasks, registration of experimental results in the form of tables, graphs, etc., registration of general conclusions of laboratory work); registration of students of report on the performance of laboratory work and its defense; the final part

(analysis and evaluation by the teacher of the effectiveness of laboratory work performed by students, providing tasks for independent work). Under such conditions of conducting laboratory classes, students of the teacher will thoroughly master the skills of carrying out experimental activities.

We have defined the stages of implementation of the methodology of teaching technical discipline in a construction-profile higher education institution, namely-preparatory, content-procedural, reflexive-analytical, control-evaluation, and effective-corrective. The preparatory stage of implementation of the methodology for teaching technical disciplines in a construction-profile higher education institution provides for the development of its educational and methodological support, and preliminary diagnostics of the level of formation of relevant competencies among higher education students. The content-procedural stage includes the design of the educational process to ensure that higher education students master the program competencies: integral, general, special (professional), and achieve the program learning outcomes defined in the respective educational programs. The volume, composition, and quality of the procedural component (informational and educational-methodological support of training) must fully comply with the licensing conditions of educational activities. Different forms, methods, and means of teaching must fully ensure the mastery of the content of relevant disciplines, the implementation of educational tasks, and meet psychological and pedagogical, technical, ergonomic, and ethical requirements, which are focused on forming an information technology environment that contains the necessary resources for educational programs. provides a favorable emotional background for educational activities, develops the adaptability of the personality of the future specialist (professional) to the communicative, industrial, and managerial spheres, and promotes self-realization of the individual. The reflexive-analytical stage of implementation of the methodology of teaching technical disciplines in a construction-profile higher education institution is a process of self-identification of subjects of educational interaction, their entry into an active research position about the educational environment, educational content, educational technologies, conditions for the development of the educational situation. Reflection forms the basis of educational activities, the effectiveness of which is due to the need for constant feedback, and acts as the ability of a person to predict, analyze and evaluate potential and real educational results, rethink and rebuild their activities, value orientations. The control and evaluation stage of implementation of the methodology of teaching technical disciplines in an institution of higher education of a construction profile is an important condition for ensuring the quality of the educational process to provide participants of the educational process, with the help of appropriate tools of the current and final assessment, objective information on the results of mastering higher education by students observing basic didactic principles – objectivity, planning, consistency and systematicity, openness, timeliness, effectiveness, differentiation, individual nature of assessment, ethics, methodological diversity, etc. These requirements should be carried out based on humane educational cooperation, when the applicant for higher education is not only the object of control but also, of

course, the subject of control and evaluation activities, given its diversity of types, forms, methods, and tools, which will help increase the motivation of students educational and cognitive activities, and the search for effective educational technologies by research and teaching staff. The effective-corrective stage is closely related to the control and evaluation and other stages. The results of mastering program competencies by higher education students are subjected to systematic analysis by teachers. Based on the relevant generalizations (establishing the discrepancy between the results of educational achievements of higher education students and the expected ones), a decision is made to adjust the component composition of educational programs, mechanisms for designing components of the educational process, implementing and applying scientific and methodological developments, and so on. In addition, the reasons for making changes may be the adoption of relevant standards of Higher Education, the growth of current requirements for the level of competence of higher education students, recorded in the results of scientific research, surveys of higher education students, graduates, and stakeholders.

Conclusions. In the content of the article:

1. The determinants that determine the features of the methodology of teaching technical disciplines in a construction-profile higher education institution are clarified.

2. The main approaches to the formation of learning content and components of interactive educational technology focused on the priority of personality-oriented learning in the implementation of its goals and objectives are clarified.

3. It is established that solving the tasks of the modern educational process in a construction-profile higher education institution to ensure its compliance with the needs of the labor market is associated with the implementation of a competence-based approach. Among the main means of personality-oriented learning on the formation of professional competence of students, competence-oriented tasks are defined as integrative didactic units of content, technology, and monitoring of the quality of student training, which are focused not only on learning but also on developing skills to acquire and actively use linking current issues in specific production conditions with predictable consequences.

4. The content of current conditions for ensuring personalization of students of learning and recommendations for improving the methods of conducting the main types of educational tasks – lecture, practical and laboratory-has been developed.

5. The content of the stages of implementation of the methodology of teaching technical disciplines in a construction-profile higher education institution is determined, namely, preparatory, content-procedural, reflexive-analytical, control-evaluation, and effective-corrective.

The results of the research in the future can be used for the creation, improvement of educational technologies, and optimization of the content of technical disciplines in the institution of higher education of construction profile.

REFERENCES

1. Pro vyshchu osvitu (About higher education) [Elektronnyi resurs]: Zakon Ukrainy vid 01.07.2014 № 1556-VII. – Rezhym dostupu: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/1556-18?find>
2. Pro naukovu i naukovo-tekhnicnu diialnist (About scientific and scientific-technical activity) [Elektronnyi resurs]: Zakon Ukrainy vid 26.11.2015 № 848-VIII. – Rezhym dostupu: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/848-19#Text>
3. Pro osvitu (About education) [Elektronnyi resurs]: Zakon Ukrainy vid 05.09.2017 № 2145-VIII. – Rezhym dostupu: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/2145-19>
4. Kontsepsiia vprovadzhenia tekhnologii budivelnogo informatsiinoho modeliuвання (VIM-tekhnologii) v Ukraini (The concept of implementation of construction information modeling technologies (VIM-technologies) in Ukraine) [Elektronnyi resurs]: Rozporiadzhennia Kabinetu Ministriv Ukrainy vid 17.02.2021 № 152-r. – Rezhym dostupu: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/152-2021-r#Text>
5. *Aksakova N.O.* Osoblyvosti vykladannia humanitarnykh dystsyplin dla zdobuvachiv tekhnichnoi osvity (Features of teaching humanities for students of technical education). [Elektronnyi resurs]. – S. 5. – Rezhym dostupu: <http://enpuir.npu.edu.ua/bitstream/handle/123456789/34472/Aksakova.pdf?sequence=1&isAllowed=yOsborn>
6. *Artykutsa N.V.* Innovatsiini metodyky vykladannia dystsyplin u vyshchii yurydychnii osviti (Innovative methods of teaching disciplines in higher legal education). [Elektronnyi resurs]. – Rezhym dostupu: http://ekmair.ukma.edu.ua/bitstream/handle/123456789/2424/Artikutsa_Inov.pdf;jsessionid=221F4B02AE5C74A3AED2BCED27F23DA9?sequence=1
7. *Batsurovska I. V., Samoilenko O. O., Hruban V. A.* Osoblyvosti vyvchennia tekhnichnykh dystsyplin z vykorystanniam elektronnykh osvitynykh resursiv (Features of studying technical disciplines with the use of electronic educational resources). [Elektronnyi resurs] / Modern Methodology of Science and Education. –Vol.2 – September 2017. – S. 23-28. – Rezhym dostupu: <http://dspace.mnau.edu.ua/jspui/bitstream/123456789/3361/1/pw0284.pdf>
8. *Horokhivska T.M.* Rozvytok profesiino-pedahohichnoi kompetentnosti vykladachiv fakhovykh dystsyplin tekhnichnykh zakladiv vyshchoi osvity (Development of professional and pedagogical competence of teachers of professional disciplines of technical institutions of higher education): monohrafiia. – Drohobych: Posvit, 2020. – 452 s.
9. *Holubchak K.* Osoblyvosti formuvannia innovatsiinoho kreatyvnoho prostoru u strukturi zakladu vyshchoi osvity (Features of formation of innovative creative space in the structure of higher education institution). [Elektronnyi resurs]. – Rezhym dostupu: <https://science.lpnu.ua/sites/default/files/journal-paper/2019/dec/20370/191855vse057-064.pdf>
10. *Hulai O.I.* Profesiina pidhotovka maibutnykh fakhivtsiv budivelnogo profilu v umovakh neperervnoi osvity (Professional training of future construction specialists in the conditions of continuing education): monohrafiia [za nauk. red. dokt. ped. nauk, prof. L. M. Romanyshynoi]. – Lutsk: RVV LNTU, 2015. – 388 s.
11. *Dolnikova L.V.* Dydaktychni umovy realizatsii intehratyvnoho pidkhodu v protses I formuvannia zmistu fundamentalnykh i fakhovykh dystsyplin (Didactic conditions for the implementation of an integrative approach in the process of forming the content of fundamental and professional disciplines). // Molodyi vchenyi. – 2016. – № 12 (39). – S. 416-420.
12. *Dubinina N.V.* Tekhnologiiia vykorystannia multymedia u navchalno-vykhovnomu protsesi I tekhnichnoho VNZ inzhenerno-budivelnohoprofilu (Technology of using multimedia in the educational process of technical universities of engineering and construction profile). // Informatsiintekhnologii i zasobnavchannia. – 2013. – Tom 36. – № 4. S. 1-8.
13. *Kalinichenko L.L., Sydorova Yu.R.* Analiz tendentsii rozvytku budivelnoi haluzi ta budivelnoi produktsii Ukrainy (Analysis of trends in the construction industry and construction products of Ukraine). [Elektronnyi resurs] // Molodyi vchenyi. – 2017. – Vyp. №4.4 (44.4). – S. 64-69. – Rezhym dostupu: <http://molodyvcheny.in.ua/files/journal/2017/4.4/15.pdf>
14. *Khoroshev K.H., Kykot S.V., Nikolaienko V.A.* Tekhnologiiia orhanizatsii facebook-spilnoty v pozaaudytornii roboti zi studentamy tekhnichnykh zakladiv vyshchoi osvity (Technology of organization of facebook-community in extracurricular work with students of technical institutions of higher education) // Modern Information Technologies And Innovation Methodologies Of Education In Professional Training: Methodology, Theory, Experience,

- Problems. Vol. 277(56), P.252 — 261. Available at: <http://dx.doi.org/10.31652/2412-1142-2020-56-252-261..>
15. *Klietkov O.M.* Problemy vykladannia tekhnichnykh dystsyplin v umovakh dystantsiinoho navchannia (Problems of teaching technical disciplines in the conditions of distance learning). [Elektronnyi resurs]. – Rezhym dostupu: <http://dspace.khntusg.com.ua/bitstream/123456789/16649/1/Zbirnyk%20nauk.prats-297-298.pdf>
 16. *Kozlovska I.M., Stechkevych O.O., Bilyk O.S.* Osoblyvosti intehratyvnykh metodiv navchannia u zakladakh vyshchoi osvity tekhnichnoho profilu (Features of integrative teaching methods in higher education institutions of technical profile). // Suchasni vyklyky profesiinoi osvity: teoriia i praktyka: zbirnyk naukovykh prats. – 2019. – T. 1. – S. 101-107.
 17. *Kondratova M. V.* Kryterii ta pokaznyky sformovanosti tsinnisnoho stavlennia do pratsi u maibutnikh fakhivtsiv budivnytstva ta arkhitektury (Criteria and indicators of the formation of values in the work of future specialists in construction and architecture). Naukovyi chasopys natsionalnoho pedahohichnoho universytetu imeni M.P. Drahomanova. Seria 5. Pedahohichni nauky: realii ta perspektyvy. Vypusk 70 : zb. nauk. prats / M-voosvity i nauky Ukrainy, Nats. ped. un-t im. M. P. Drahomanova. – Kyiv : Vyd-vo NPU imeni M. P. Drahomanova, 2019. – S. 142-146.
 18. *Labutkina T.V.* Tekhnologii «on-line» i «off-line» navchannia ta rozvytok lektsii vyshchoi tekhnichnoi osvity («On-line» and «off-line» technologies for teaching and developing lectures on higher technical education). [Elektronnyi resurs]. – Rezhym dostupu: <file:///C:/Users/Aspire/Downloads/240553-Tekst%20statti-552196-1-10-20210923.pdf>
 19. *Lytvynova N.V., Petrykei O.O., Hrytsenko L.H.* Kryterii, pokaznyky ta rivni sformovanosti profesiinoi kompetentnosti maibutnikh fakhivtsiv (Criteria, indicators and levels of professional competence of future professionals). // Teoriia i metodyka profesiinoi osvity. – 2019. – T. 2. – Vypusk 12. – S. 143-147.
 20. *Lokarieva H.V., Bazhmina E.A.* Personalizatsiia v osviti: upravlinnia studentamy vlasnoiu traektorieiu navchannia zasobamy tsyfrovyykh tekhnologii (Personalization in education: managing students own trajectory of learning through digital technology). // Informatsiini tekhnologii i zasoby navchannia. – 2021. – Tom 86. – № 6. – S. 187-207.
 21. *Lytvyn V.A.* Metodyka formuvannia informatsiinoi kultury maibutnikh arkhitektoziv (Methods of forming the information culture of future architects) // Molodyi vchenyi: naukovyi zhurnal. – 2015. – № 2. – S. 159-162.
 22. *Luhovyi V. I.* Upravlinnia yakistiu vykladannia u vyshchiishkoli: teoretyko-metodolohichni i praktychni aspekty. Psykholoho-pedahohichni zasady proektuvannia innovatsiinykh tekhnologii vykladannia u vyshchiishkoli: monohrafiia (Quality management of teaching in higher education: theoretical, methodological and practical aspects). / [avt. kol. : V. Luhovyi, M. Levshyn, O. Bondarenkotain.; za red. V.P. Andrushchenka, V.I. Luhovoho]. – Kyiv: Pedahohichna dumka, 2011. – 260 s. – S. 5-34.
 23. *Medvedieva A.V., Aloshechkina T.M., Makovetska N.V.* Orhanizatsiia dystantsiinoho vvyvchennia tekhnichnykh dystsyplin v umovakh karantynu (Organization of distance learning of technical disciplines in quarantine). [Elektronnyi resurs]. – Rezhym dostupu: <http://dspace.khntusg.com.ua/bitstream/123456789/16514/1/Zbirnyk%20nauk.prats-35-37.pdf>
 24. *Mykhniuk M.I.* Rozvytok profesiinoi kultury vykladachiv spetsialnykh dystsyplin budivelnogo profilu (Development of professional culture of teachers of special disciplines of construction profile): monohrafiia. – Kirovohrad : IMaks-LTD, 2015. – 368 s.
 25. *Nakonechna M.* Teoretychni aspekty formuvannia profesiinoi kompetentnosti fakhivtsiv budivelnogo napriamu (Theoretical aspects of formation of professional competence of construction specialists). // Aktualni pytannia humanitarnykh nauk. – 2018. – Tom 2. – Vyp. 19. – S. 166-172.
 26. Ohliad rozvytku budivelnoi haluzi Ukrainy (Review of the development of the construction industry of Ukraine). [Elektronnyi resurs]. – 2021. – №11. – Rezhym dostupu: <https://pau.prom.ua/ua/p332309883-obzor-razvitiya-stroitelnoj.html>
 27. *Panchenko A.I., Voloshyna A.A., Titova O.A., Panchenko I.A., Voloshyn A.A.* Vprovadzhenia interaktyvnykh metodiv navchannia pry vykladanni tekhnichnykh dystsyplin (Introduction of interactive teaching methods in teaching technical disciplines). [Elektronnyi resurs] / Zbirnyk naukovo-metodychnykh prats Tavriiskoho derzhavnogo ahrotekhnolohichnoho universytetu

- imeni Dmytra Motornoho Vyp. 24. – 2021. – S. 26-34. – Rezhym dostupu: <http://elar.tsatu.edu.ua/bitstream/123456789/13879/1/Panchenko%20A.I.pdf>
28. *Petrovskiy V.H., Bondarenko A.V.* Praktychni rekomendatsii do zastosuvannya interaktyvnykh tekhnologii pid chas vykladannia spetsialnykh dystsyplin (Practical recommendations for the use of interactive technologies in the teaching of special disciplines). [Elektronnyi resurs] / Mizhnarodna naukovo-praktychna konferentsiia «Tekhnika ta tekhnologii v ahropromyslovomu vyrobnytstvi» Poltavskiy derzhavnyi ahraryni universytet (m. Poltava, 07-08 zhovtnia 2021 r.) – S. 134–138. – Rezhym dostupu: <http://lib.udau.edu.ua/jspui/bitstream/123456789/8935/1/Zbirnyk%20materialiv%20konferentsii%2055%20rokiv%20ITF%20PDAU%20%287-8%20zhovtnia%202021%29%20%281%29.pdf#page=134>
 29. *Ponomarov O.S., Chebotarov M.K.* Profesiina kompetentnist i kultura pedahohayakchynnykh formuvannia humanitarno-tekhnichnoielyty (Professional competence and culture of a teacher as a factor in the formation of the humanitarian and technical elite). [Elektronnyi resurs]. – Rezhym dostupu: <http://dspace.khntusg.com.ua/bitstream/123456789/16607/1/Zbirnyk%20nauk.prats-209-214.pdf>
 30. *Pryshupa Yu.Yu.* Intehratyvnyi pidkhid yak odyin iz chynnykiv formuvannia samoosvitnoi kompetentnosti maibutnykh inzheneriv-budivelynykiv (Integrative approach as one of the factors in the formation of self-educational competence of future civil engineers). // Visnyk Natsionalnoho universytetu oborony Ukrainy: zb. nauk. prats. – Kyiv : NUOU, 2014. – Vyp. 3(34). – S. 134-139.
 31. *Pryshchak M.* Porivnialnyi analiz osobystisnooriientovanoho, kompetentisnoho ta komunikatyvnoho pidkhodiv v osviti (Comparative analysis of personality-oriented, competence-based and communicative approaches in education). // Visnyk Vinnytskoho politekhnichnoho instytutu. – 2018. – № 6. – S. 124–133.
 32. *Sashnova M.V., Zahorulko A.M.* Vprovadzhennia heimifikatsii v dystsyplinakh tekhnichnoho spriamuvannia u vyshchykh navchalnykh zakladakh (Introduction of gamification in technical disciplines in higher educational institutions). [Elektronnyi resurs]. – Rezhym dostupu: <file:///C:/Users/Aspire/Downloads/7109-Tekst%20roboty-13283-1-10-20201215.pdf>
 33. *Skliar O.H., Skliar R.V.* Orhanizatsiia samostiinoi roboty zdobuvachiv vyshchoi osvity tekhnichnykh dystsyplin (Organization of independent work of applicants for higher education in technical disciplines). [Elektronnyi resurs]. – Rezhym dostupu: <http://elar.tsatu.edu.ua/bitstream/123456789/10528/1/Sbornyk%20statei%202020%208.04-26-32.pdf>
 34. *Sydorchuk N. L.* Pedahohichni umovy formuvannia refleksyvnoi kultury u fakhovii pidhotovtsi maibutnykh inzheneriv-budivelynykiv (Pedagogical conditions for the formation of reflective culture in the professional training of future civil engineers). Naukovyi visnyk Pivdenoukrajinskoho natsionalnoho pedahohichnoho universytetu imeni K.D. Ushynskoho. Vyp. 3 (110). Seriia «Pedahohika». – Odesa: NPU imeni K.D. Ushynskoho, 2016. – S. 105-109.
 35. *Navchalna diialnist kafedry budivelnoi mekhaniky* (Educational activity fo the department of structural mechanics). [Elektronnyi resurs]. – Rezhym dostupu: http://www.knuba.edu.ua/?page_id=25566.
 36. *Terentieva N. O.* Tendentsiirozvytkuuniversityetskoi osvity v Ukraini (druha polovyna XX–pochatok XXI stolittia) (Trends in the development of university education in Ukraine (second half of the XX-beginning of the XXI century): avtoref. dys. nazdobuttianauk. stup. dokt. ped. nauk : spets. 13.00.01 «Zahalna pedahohika ta istoriia pedahohiky» / N.O. Terentieva; Skhidnoukr. nats. un-t imeni V. Dalia. – K., 2016. – 40 s. – s. 20-21.
 37. *Fisunen N.O.* Pidkhody do doslidzhennia stanu budivelnoi haluzi. Zabezpechennia staloho rozvytku ekonomiky: problemy, mozhlyvosti, perspektyvy (Approaches to the research of building sector status): materialy dop. Mizhnar. nauk.-prakt. konf. (m. Uzhhorod, 16- 17 liutoho 2018 roku) / za zah. red.: M. M. Palinchak, V. P. Prykhodko, A. Krynski. – Uzhhorod: Vydavnychydim «Helvetyka», 2018. – S. 40-43.
 38. *Khomiuk I.V., Khomiuk V.V.* Innovatsiini tekhnologii v protsesi vykladannia dystsyplin profesinoho spriamuvannia (Innovative technologies in the process of teaching professional disciplines). [Elektronnyi resurs]. – Rezhym dostupu: http://ir.lib.vntu.edu.ua/bitstream/handle/123456789/33839/Khomiuk%20Iryna%20%20Khomiuk%20Viktor%20_tezy.pdf?sequence=1&isAllowed=yPainter ST

39. Bucharest Communiqué «Making the Most of Our Potential: Consolidating the European Higher Education Area» [Електронний ресурс], Bucharest, on 26 and 27 April 2012. – Режим доступу: [http://www.ehea.info/Uploads/\(1\)/Bucharest%20Communique%202012\(1\).pdf](http://www.ehea.info/Uploads/(1)/Bucharest%20Communique%202012(1).pdf)
40. *Osborn T.* Beyond the Boundaries : A Transdisciplinary Approach to Learning and Teaching. Greenwood Publishing Group [Електронний ресурс]. – 2003. – 174 p. – Режим доступу: <https://www.amazon.com/Beyond-Boundaries-Transdisciplinary-Approach-Learning/dp/0897899164>
41. *Spinuzzi C.* Working Alone Together: Coworking as Emergent Collaborative Activity. Journal of Business and Technical Communication. – 2012. – 26 (4). – P. 399-441.
42. Supporting growth and jobs – an agenda for the modernization of Europe's higher education systems. Communication from the European Commission to the European Parliament, the Council, the European Economic and Social Committee and the Committee of the Regions, Brussels. – XXX. – 2011. – 16 p.
43. Yerevan Communiqué : EHEA Ministerial Conference [Електронний ресурс]. – 2015. – Режим доступу: http://www.ehea.info/Uploads/SubmittedFiles/5_2015/112705.pdf
44. *Fournier J., Grape C., Grummon P., Morelli J., Whitmer S., & Cevetello J.* Research on learning spacedesign: Present state, future directions. The Perry Chapman Prize [Електронний ресурс] : Society for College and University Planning. – 2013. – Режим доступу: https://www.acmartin.com/sites/default/files/LearningSpaceDesign-L_0.pdf

Стаття надійшла 27.01.2022 р.

Чернишев Д.О., Максим'юк Ю.В., Красильник Ю.С., Корцова Г.Л., Руденко М.В.

ОСОБЛИВОСТІ МЕТОДИКИ ВИКЛАДАННЯ ТЕХНІЧНИХ ДИСЦИПЛІН У ЗАКЛАДІ ВИЩОЇ ОСВІТИ БУДІВЕЛЬНОГО ПРОФІЛЮ

З метою означення важливості проблеми осучаснення операційно-діяльнісного компоненту освітньої діяльності, подальшої наукової розробки теоретичного та технологічного компонентів викладання технічних дисциплін у закладі вищої освіти будівельного профілю з'ясовано детермінанти, які визначають особливості методики їх викладання. Уточнено основні підходи щодо формування змісту навчання та компоненти інтерактивної освітньої технології, зорієнтованої на пріоритетність особистісно-орієнтованого навчання щодо реалізації його цілей та завдань. Аналіз наукових розвідок з методичних аспектів освітнього процесу уможливив визначення поняття методики викладання технічних дисциплін у закладі вищої освіти будівельного профілю як сукупності психолого-педагогічних складників, що містять визначену освітню мету, суб'єктів дидактичного процесу, операційно-діяльнісні елементи, освітнє інформаційно-технологічне і технічно-ресурсне забезпечення, які забезпечують досягнення спроектованого результату шляхом їхнього оптимального підбору, наукового обґрунтування доцільності застосування, об'єктивного оцінювання досягнення мети, належного коригування та мобільного розподілу ресурсів. Встановлено, що вирішення завдань сучасного освітнього процесу у закладі вищої освіти будівельного профілю щодо забезпечення її відповідності потребам ринку праці пов'язано з реалізацією компетентнісного підходу. Серед основних засобів особистісно-орієнтованого навчання щодо формування професійної компетентності студентів визначено компетентісно-орієнтовані завдання як інтегративні дидактичні одиниці змісту, технології та моніторингу якості підготовки студентів, які орієнтовані не лише на засвоєння знань, але і вироблення умінь їх самостійно здобувати та активно використовувати для розв'язування актуальних проблем у конкретних виробничих умовах з передбачуваними наслідками. Розроблено зміст актуальних умов забезпечення персоналізації навчання студентів та рекомендації щодо удосконалення методик проведення основних видів навчальних завдань – лекційних, практичних та лабораторних. Визначено зміст етапів реалізації методики викладання технічних дисциплін у закладі вищої освіти будівельного профілю, а саме – підготовчий, змістово-процесуальний, рефлексивно-аналітичний, контрольньо-оцінювальний та результативно-коригувальний.

Ключові слова: освітній процес, методика викладання технічних дисциплін у закладі вищої освіти будівельного профілю, студентоцентризований підхід, освітня програма, професійні компетентності, зміст освіти, етапи реалізації методики викладання.

Chernyshev D.O., Maksymiuk Yu.V., Krasyl'nyk Yu.S., Korchova H.L., Rudenko M.V.
PECULIARITIES OF THE METHODOLOGY OF TEACHING TECHNICAL DISCIPLINES IN THE INSTITUTION OF HIGHER EDUCATION OF THE CONSTRUCTION PROFILE

In order to determine the importance of modernizing the operational component of educational activities, further scientific development of theoretical and technological components of teaching technical disciplines in higher education institution of construction profile, the determinants that determine the peculiarities of their teaching methods were clarified. The main approaches to the formation of the content of education and components of interactive educational technology, focused on the priority of personality-oriented learning to achieve its goals and objectives. Analysis of scientific research on the methodological aspects of the educational process made it possible to define the concept of methods of teaching technical disciplines in higher education in construction as a set of psychological and pedagogical components containing a specific educational goal, subjects of the didactic process, operational elements, educational information technology and technical and resource support, which ensures the achievement of the projected result through their optimal selection, scientific substantiation of the feasibility of application, objective assessment of the achievement of the goal, proper adjustment and mobile allocation of resources. It is established that the solution of the tasks of the modern educational process in the institution of higher education of construction profile to ensure its compliance with the needs of the labor market is associated with the implementation of the competence approach. Among the main means of personality-oriented learning for the formation of professional competence of students are competence-oriented tasks as integrative didactic units of content, technology and monitoring the quality of student training, which are focused not only on learning but also developing skills to acquire and actively use linking current issues in specific production conditions with predictable consequences. The content of actual conditions for personalization of students' education and recommendations for improving the methods of conducting the main types of educational tasks - lectures, practical and laboratory. The content of the stages of realization of the methodology of teaching technical disciplines in the institution of higher education of construction profile is determined, namely - preparatory, content-procedural, reflexive-analytical, control-evaluation and result-corrective.

Keywords: educational process, methods of teaching technical disciplines in the institution of higher education of construction profile, student-centered approach, educational program, professional competencies, content of education, stages of implementation of teaching methods.

УДК 37.02:69

Чернишев Д.О., Максим'юк Ю.В., Красильник Ю.С., Корчова Г.Л., Руденко М.В.
Особливості методики викладання технічних дисциплін у закладі вищої освіти будівельного профілю // Опір матеріалів і теорія споруд. – 2022. – Вип. 108. – С. 35-62.

Для означення важливості проблеми осучаснення операційно-діяльнісного компоненту освітньої діяльності, подальшої наукової розробки теоретичного та технологічного компонентів викладання технічних дисциплін у закладі вищої освіти будівельного профілю з'ясовано детермінанти, які визначають особливості методики їх викладання, уточнено підходи щодо формування змісту освіти, зорієнтованого на пріоритетність особистісно-орієнтованого навчання та компетентнісного підходу. Розроблено рекомендації щодо удосконалення основних видів навчальних занять – лекційних, практичних та лабораторних. Визначено зміст етапів реалізації методики викладання технічних дисциплін у закладі вищої освіти будівельного профілю.

Іл. 0. Бібліогр. 44 назви.

UDC 37.02:69

Chernyshev D.O., Maksymiuk Yu.V., Krasyl'nyk Yu.S., Korchova H.L., Rudenko M.V.
Peculiarities of technique of teaching technical disciplines in the institution of higher education of the building profile// Strength of materials and theory of structure. – 2022. – Vol. 108. – P. 35-62.

To determine the importance of modernizing the operational component of educational activities, further scientific development of theoretical and technological components of teaching technical disciplines in higher education institutions of construction profile clarified determinants that

determine the peculiarities of their teaching methods, specified approaches to forming educational content focused on priority personality-oriented learning and competence approach. Recommendations for improving the main types of training sessions - lectures, practical and laboratory. The content of the stages of realization of the methodology of teaching technical disciplines in the institution of higher education of construction profile is determined.

Fig. 0. Ref. 44.

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): доктор технічних наук, професор, перший проректор КНУБА ЧЕРНИШЕВ Денис Олегович

Адреса робоча: 03037, Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, ЧЕРНИШЕВУ Денису Олеговичу

Робочий тел.: +38(044) 248-30-43;

Мобільний тел.: +38(097) 268-50-82;

E-mail: chernyshev.do@knuba.edu.ua

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-1946-9242>

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): доктор технічних наук, професор, професор кафедри будівельної механіки КНУБА МАКСИМ'ЮК Юрій Всеволодович

Адреса робоча: 03037, Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, кафедра будівельної механіки, МАКСИМ'ЮКУ Юрію Всеволодовичу

Робочий тел.: +38(044) 241-55-38;

Мобільний тел.: +38(067) 230-94-72;

E-mail: maksymiuk.iuv@knuba.edu.ua

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-5814-6227>

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): доцент кафедри професійної освіти КНУБА КРАСИЛЬНИК Юрій Семенович

Адреса робоча: 03037, Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, кафедра професійної освіти, КРАСИЛЬНИКУ Юрію Семеновичу

Мобільний тел.: +38(067) 902-89-80;

E-mail: kyursem@ukr.net

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0003-0358-0066>

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): доцент кафедри професійної освіти КНУБА КОРЧОВА Галина Леонідівна

Адреса робоча: 03037, Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, кафедра професійної освіти, КОРЧОВИЙ Галині Леонідівні

Робочий тел.: +38(044) 241-55-28;

Мобільний тел.: +38(063) 124-64-54;

E-mail: korchova@ukr.net

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-9082-0146>

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): доцент кафедри професійної освіти КНУБА Руденко Микола Васильович

Адреса робоча: 03037, Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, кафедра професійної освіти, РУДЕНКУ Миколі Васильовичу

Мобільний тел.: +38(067) 401-46-50;

E-mail: rudnick65@i.ua

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0003-2069-0566>

UDC 539.3

CHOICE OF THE MODEL FOR VIBRO-IMPACT NONLINEAR SINK**P.P. Lizunov,****O.S. Pogorelova,****T.G. Postnikova**

*Kyiv National University of Construction and Architecture
31, Povitroflotskyave., Kyiv, Ukraine, 03680*

DOI: 10.32347/2410-2547.2022.108.63-76

The nonlinear energy sink (NES) is defined as a single-degree-of-freedom structural element with relatively small mass and weak dissipation, attached to a primary structure via essentially nonlinear coupling. It is a passive energy dissipation device designed to rapidly absorb vibration energy (due to shock, blast, earthquakes, etc.) from a primary structure and locally dissipate it. The article contains a mini-review of the works on NESs. Design schemes for single-sided and double-sided vibro-impact NESs (SSVI and DSVI NESs) are proposed on the basis of conceptual and design NES schemes that exist in the world scientific literature. The motion equations and the impact rule are given. The quasistatic Hertz contact law is adopted as the impact rule. Various representations of the impulsive loading on the primary structure are discussed. These are excitations by initial velocities only, periodic excitation, a shock in the half-sine form, single-sided periodic impulses of a rectangular shape, wind, seismic and broadband excitation. The Tables of some numerical parameters that can be accepted for VI NES are given. Using the presented data, the authors intend to investigate both the efficiency of SSVI and DSVI NESs under different types of impulsive load, and their dynamical behavior with the changing in their parameters.

Keywords: nonlinear energy sink, impulsive loading, vibro-impact, primary structure, optimized, single-sided, double-sided.

1. Introduction

Vibration control in engineering has attracted the attention of a lot of scientists and engineers for many years. Vibration mitigation is essential to many dynamical and engineering structures that are subjected to destructive vibration amplitudes induced by impulsive loading, seismic excitation, blasts, flutter, collisions, fluid–structure interaction and so on. Unprotected structures by vibration absorbers could be exposed to failure, which lead to enormous losses in human lives, major equipment and economy [1]. In the past two decades, a nonlinear oscillator without linear stiffness, termed as a nonlinear energy sink, has received much attention due to its passive vibration reduction characteristics. The nonlinear oscillator is defined as a nonlinear energy sink, serving as a passive device to reduce vibrations [2].

The nonlinear energy sink (NES) has been defined as a single-degree-of-freedom (SDOF) structural element with relatively small mass and weak dissipation, attached to a primary structure via essentially nonlinear coupling [3]. This a light-weighted nonlinear dynamical attachment performs passive targeted energy transfer (TET) by means of its nonlinear dynamical action in a broadband frequency- energy fashion. It is a passive energy dissipation device

designed to rapidly absorb vibration energy (due to shock, blast, earthquakes, etc.) from a primary structure and locally dissipate it. The resulting TET, (which can occur in a broadband fashion) significantly reduces the level of vibration of the primary structure. This TET is usually achieved through single or cascade of resonance captures with the associated linear primary structure [1]. There are comprehensive reviews of state-of-the-art researches on NESs [4-7], monographs [8,9], and numerous articles on this problem [10-13]. Nonlinear energy sinks have attracted much attention because of their ability to achieve energy-targeted transfer under certain conditions. The introduction of essential nonlinearities may effectively and passively suppress vibrations of systems, but it may complicate dynamic responses of the systems.

Various types of NES are being investigated. Vibro-impact VI NES is one of them. The VI NESs consist of linear stiffness and viscous damping elements analogous to the tuned mass damper. In addition to that, they incorporate rigid barriers fixed to the top floor of the primary structure to cause consecutive vibro-impacts generating strongly non-smooth nonlinear coupling between the NES motion and the structural modes of the primary structure. The single-sided vibroimpact (SSVI) nonlinear energy sink (NES) is considered the most effective and efficient. The efficiency and dynamical behavior of single-sided vibro-impact NESs (SSVI NES) and double-sided vibro-impact NESs (DSVI NES) are studied in numerous scientific articles [14-16]. Their conceptual schemes are shown in Fig. 1, 2. These papers present experimental and numerical studies. In [13, 17], the nine-story base structure was designed and built specifically for this project; it is 5.13 m tall and has a mass approximately equal to 11 000 kg. Six NESs are installed in the base structure; they are built into the floor plates of the eighth and ninth floors. One of the NESs on each floor is SSVI NES.

The research of impact damper has been around two main themes [18]. The first one is about the dynamics: response regimes and stability, bifurcation and chaos by numerical study with the combination use of time series, phase trajectories, bifurcation diagrams, Poincaré maps, Lyapunov exponents, and wavelet transform. Hilbert transform is also used in order to compute approximate transient amplitudes and phases. Another topic of research is concentrated on the efficiency of energy dissipation for free or forced vibration. The influence of system parameters (e.g. mass ratio, clearance and coefficient of restitution) and initial conditions on the dynamics and efficiency of energy reduction is considerably investigated and has to be demonstrated with analytical and numerical results.

In practical applications, the mass and the stiffness of the primary structure are given and generally cannot be changed. But the parameters of the SSVI NES attached to the structure have to be optimized [19]. The optimization of system parameters is an important part of the study of NESs. The selection of the parameters such as mass, stiffness, and damping of the NES will greatly influence the control performance. If the parameters are not optimized, the effectiveness of the vibration control may be reduced or negated. Various methods have been proposed for selecting a NES's optimum configuration.

The SSVI NES is a device that can rapidly reduce the vibration response of structures. With the addition of an impact surface, a discontinuous restoring force is realized via impact when the motion of the SSVI NES mass reaches the position of the impact surface. The discontinuous restoring force is an essential nonlinearity that provides a sharp change in the velocity of the SSVI NES and the structure to which the SSVI NES is attached.

Investigations on NES have attracted a lot of attention since a NES was proposed. Designs, analysis, and applications of NESs are still active since different configurations are needed in various practical circumstances.

This paper is mini-review and analysis of the literature about vibro-impact NES and a “statement of intent” that we have made based on this analysis. In accordance with these intents, we formulate the tasks that we will solve for our models of vibro-impact NESs:

- The optimization of the parameters of the VI NESs attached to the primary structure.
- Analysis of the efficiency of SSVI NES and DSVI NES for vibration mitigation of impulsively loaded primary structure with different descriptions of the external impulsive force.
- Analysis of the dynamical behavior of VI NESs in dependence on changing in its parameters and types of external loading.

2. Conceptual and design schemes of single-sided and double-sided vibro-impact nonlinear energy sinks

Conceptual schemes (Fig. 1, 2) of single-sided and double-sided vibro-impact nonlinear energy sinks (SSVI NES and DSVI NES) are given in fundamental works [8, 17].

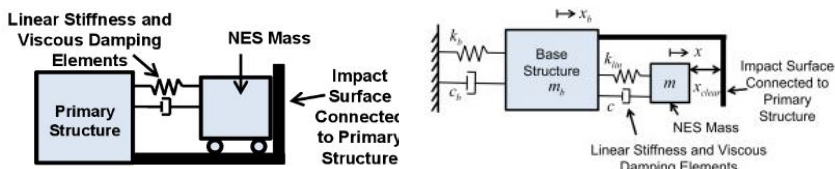


Fig. 1. Conceptual models of Single-Sided Vibro-Impact NES (SSVI NES): (a) in [8], (b) in [17]

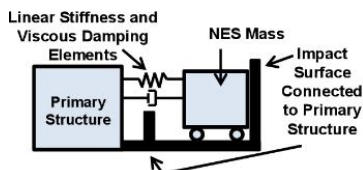


Fig. 2. Conceptual model of Double-Sided Vibro-Impact NES (DSVI NES) [8]

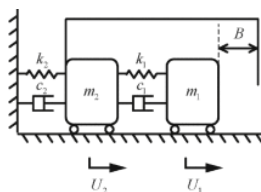


Fig. 3. Single-degree-of-freedom oscillator with a single-sided vibro-impact NES [19]

Design schemes (Fig. 3, 4, 5) of SSVI NES and DSVI NESs are given, for example, in papers [18, 19, 20, 21].

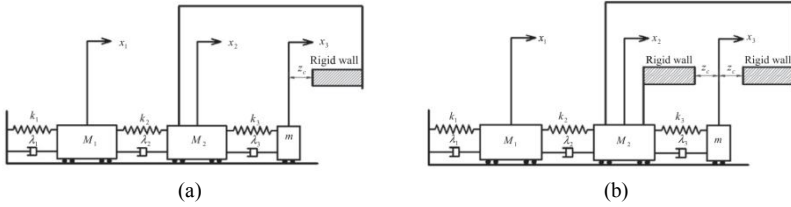


Fig. 4. Single-sided (a) and double-sided (b) VI NES on the top floor of the two-degree-of-freedom linear primary structure [20]

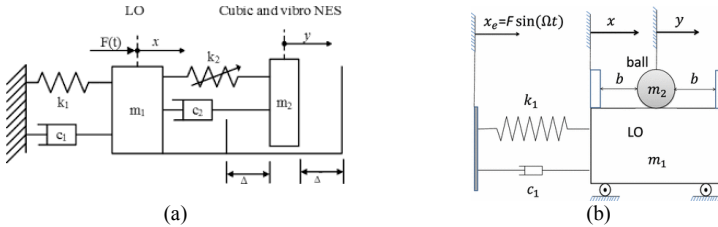


Fig. 5. Double-sided VI NES: (a) sketch of the vibro-impact cubic NES and LO [21]; (b) scheme of a vibro-impact NES (impact damper) [18]

After analysis of the models of VI NES that discuss in the world scientific literature, we choose the following models (Fig. 6).

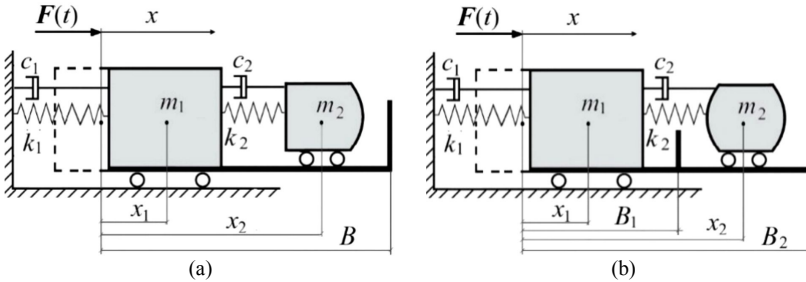


Fig. 6. Design schemes of VI NES: (a) single-sided; (b) double-sided

The vibro-impact movement of single-sided VI damper is described by the following equations.

The masses are concentrated in the mass centers of both bodies. The origin of the \$x\$ coordinate is chosen at the mass center of the primary structure \$m_1\$ at the moment when the spring is not deformed

$$\begin{aligned}
 m_1 \ddot{x}_1 &= -c_1 \dot{x}_1 - k_1 x_1 - c_2 (\dot{x}_1 - \dot{x}_2) - k_2 (x_1 - x_2 + D) + F(t) + H(z) F_{con}(z), \\
 m_2 \ddot{x}_2 &= -c_2 (\dot{x}_2 - \dot{x}_1) - k_2 (x_2 - x_1 - D) - H(z) F_{con}(z), \\
 z &= x_2 - B.
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

The initial conditions are

$$x_1(0) = 0, \quad x_2(0) = D, \quad \dot{x}_1 = V_1, \quad \dot{x}_2 = V_2,
 \tag{2}$$

where \$D\$ is the initial distance between bodies.

An impact occurs when $x_2 = B$. When $x_2 < B$, no impacts occur. There must be no impact between the primary structure m_1 and the attached mass m_2 : $x_2 > x_1$, $x_2 \neq x_1$.

Here (z) is Heaviside step function relatively deformation $z = x_2 - B$

$$H(z) = \begin{cases} 1, & z \geq 0 \\ 0, & z < 0 \end{cases}.$$

$F_{con}(z)$ is contact interactive force that simulates an impact and acts only during an impact. It also depends on deformation z .

In most works, the impact is considered instantaneous. At that time instant, continuity of displacements and discontinuity (jump) of velocities are imposed with using the coefficient of restitution r_c that depends on the material of the rigid stops. The question of the value of the restitution coefficient is studied. Most of investigations has implemented a coefficient of restitution of 0.7, which closely corresponds to a steel-to-steel impact. However, significant improvement in the SSVI NES performance is obtained when the coefficient of restitution is found to be near 0.45. In [1], the authors claim that the performance of the enhanced SSVIe NES of nearly 0.45 coefficient of restitution is found to be more robust to the initial impulsive energy levels and to its physical parameters variation. However, in [22], the authors study the VI NES with a finite contact duration model. They use Hertz model of finite duration collision and compare it with two other models.

We have studied this problem in our previous papers [23, 24, 25]. Now we simulate an impact with nonlinear interactive force according to contact quasistatic Hertz law [26].

$$F_{con}(z) = K [z(t)]^{3/2}, \quad K = \frac{4}{3} \frac{q}{(\delta_1 + \delta_2) \sqrt{A+B}}, \quad \delta_1 = \frac{1 - \nu_1^2}{E_1 \pi}, \quad \delta_2 = \frac{1 - \nu_2^2}{E_2 \pi}. \quad (3)$$

Here ν_i and E_i – Poisson's ratios and Young's moduli of elasticity for both bodies; A, B, q – are constants characterizing the local geometry of the contact zone. We'll consider that the impact surface connected to Primary Structure is flat and the colliding damper surface is a sphere of the large radius R . Then in the collision of a plane and a sphere $A = B = 1/2R$, $q = 0.318$.

The vibro-impact movement of double-sided VI damper is described by the following equations.

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{x}_1 &= -c_1 \dot{x}_1 - k_1 x_1 - c_2 (\dot{x}_1 - \dot{x}_2) - k_2 (x_1 - x_2 + D) + F(t) - \\ &\quad - H(z_1) F_{con}(z_1) + H(z_2) F_{con}(z_2), \\ m_2 \ddot{x}_2 &= -c_2 (\dot{x}_2 - \dot{x}_1) - k_2 (x_2 - x_1 - D) + H(z_1) F_{con}(z_1) - H(z_2) F_{con}(z_2), \\ z_2 &= x_2 - B_2, \quad z_1 = B_1 - x_2. \end{aligned} \quad (4)$$

Right impact occurs when $x_2 = B_2$. When $x_2 < B_2$ right impact does not occur.

Left impact occurs when $x_2 = B_1$. When $x_2 > B_1$ left impact does not occur.

3. External loading

In the world scientific literature, various methods for setting an impulsive load are proposed.

3.1. Initial velocities only. In [19], the excitation is given by initial conditions only:

$$F(t) = 0; \dot{x}_1(0) = V_1, \dot{x}_2(0) = V_2, V_1 = V_2.$$

Displacements and velocities of primary structure fade out (Fig. 7):

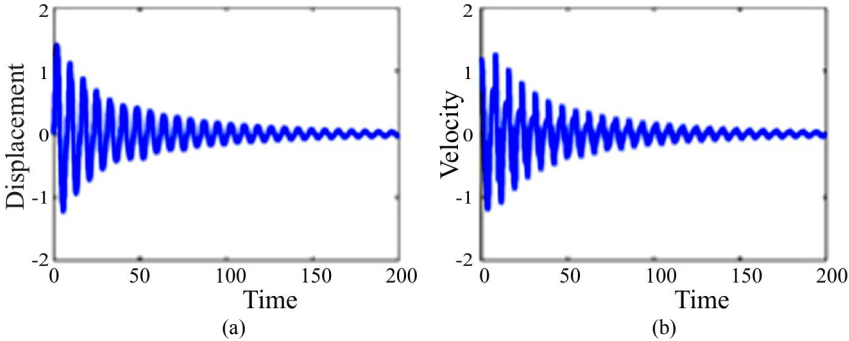


Fig. 7. Response due to initial velocities $\dot{x}_1 = \dot{x}_2$:

(a) primary system displacement; (b) primary system velocity

3.2. A periodically forced linear oscillator with impact attachment has been studied in [18, 27, 28].

3.3. A shock in the half-sine form. In [29], it is assumed that the linear oscillator is forced by a half-sine shock $F(t)$ of strength F_0 and duration T (Fig. 8) and that the integrated two-DOF system possesses zero initial conditions.

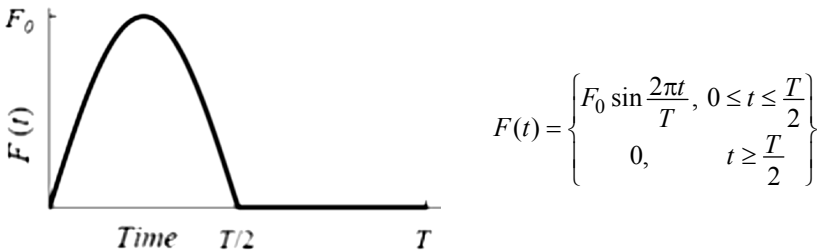


Fig. 8. A shock in the half-sine form

3.4. Single-sided periodic impulses of a rectangular shape. In [30], external loading $F(t)$ for time interval $[0, T]$ is represented by the analytical expression

$$F(t) = F_0 \text{ at } 0^+ \leq t \leq t_0^-; F(t) = 0 \text{ at } t_0^+ \leq t \leq T,$$

where F_0 – value and t_0 – duration of impulsive load. Signs “-“ and “+” denote the time moments immediately before and after the momentum jump at $t = 0$ and $t = t_0$ (Fig. 9). It is assumed that the number of impulse repetitions is so large that the structure oscillations are steady state.

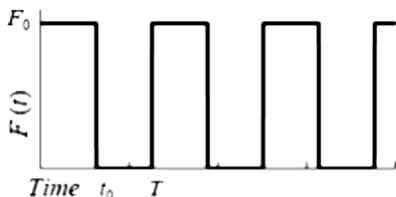


Fig. 9. Single-sided periodic impulses

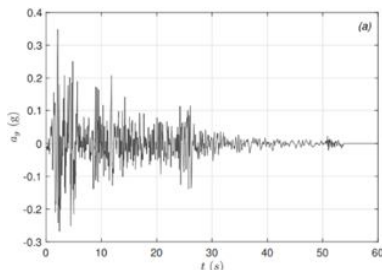


Fig. 10. Time history of the ElCentro NS(1940) earthquake

3.5. Seismic excitation. Dynamic response of structures due to wind load and seismic excitation still remain a major concern in the field of civil engineering.

In [22], the authors choose the well-known El Centro NS signal (1940) as the primary seismic excitation (Fig. 10).

3.6. Broadband excitations. In [21], the authors considered the VIC (vibro-impact cubic) NES and proposed for its broadband excitations such as impulses simulated before. They write: “There are many kinds of broadband excitations on which the responses are not easily to be obtained or analyzed by analytical methods”. The authors succeeded to give an insight into the effectiveness of the VIC NES on excitations such as input with sufficient bandwidth, chirp signal and random signal. They noted that design criteria for these circumstances are not studied thoroughly and comparison is set as an LO without NES. Examples are given in Fig. 11, 12, 13, 14.

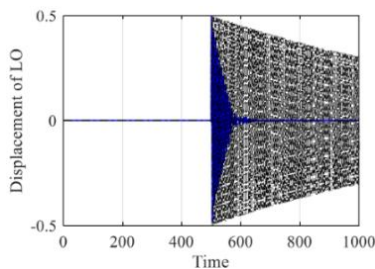


Fig. 11. Input with sufficient bandwidth: blue line with and dark dashed line without VIC NES

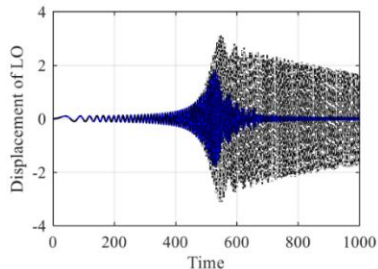


Fig. 12. Chirp signal: blue line with VIC NES and dark dashed line without VIC NES

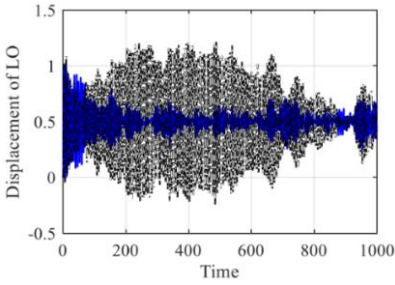


Fig. 13. Random excitations: blue line with VIC NES and dark dashed line without VIC NES

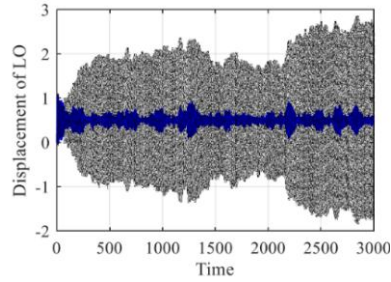


Fig. 14. Random signal with a harmonic signal on the natural frequency of the LO: blue line with VIC NES and dark dashed line without VIC NES

3.7. Wind loading. In [31], the mitigation of cable vibrations caused by wind loading is studied. NES is used for this purpose. Wind loading is given as a cubic nonlinear aerodynamic force and is described by a complex formula.

Naturally, many works study the wind loading influence on the building generally and on the tower structure in particular. For example, we present the idealization of the process of wind action on constructions from [32].

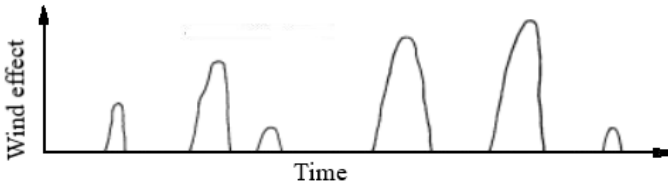


Fig. 15. Idealization of the time process of wind effect

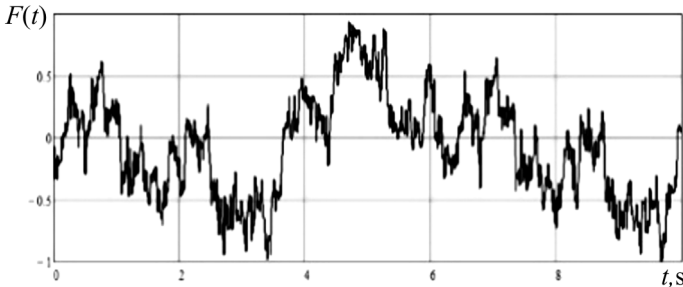


Fig. 16

In [33], the pulse component of wind load on the tower structure $P(z, t)$ with some assumptions is presented in the form $P(z, t) = P_{pc}(z)F(t)$, where $F(t)$ is a random process. Under certain conditions, its graph has the form shown in Fig. 16.

4. Numerical parameters

In practical applications, the mass and the stiffness of the primary structure are given and generally cannot be changed. The parameters of the VI NESs attached to the structure have to be optimized.

It is recommended to take the mass of the attached NES as 0.01 of the primary structure mass.

In the scientific literature, one can find some parameters that have been used in experimental and numerical studies. These data can help in choosing the initial parameters of VI NES, which then need to be optimized.

4.1. In [13,17], the authors describe a structural system, which was designed and built specifically for this project. It consists of a large-scale nine-story steel frame (base structure) and a system of six NESs.

The base structure is 5.13 m tall and has a mass approximately equal to 11,000 kg. The NESs are built into the two highest floors of the base structure. SSVI NES that have been used are shown in Fig. 1 (b).

Table 1 shows their optimized and estimated parameters of the physically realized system of NESs.

Table 1

Optimized and estimated physical parameters
Of SSVI NES devices: damping coefficient c , stiffness coefficient k

Optimized parameters				Estimated physical parameters		
Floor	Stiffness (N/m)	Damping (Ns/m)	Clearance (mm)	Mass (kg)	Stiffness (N/m)	Damping (Ns/m)
8	14546	503	-1.5	340	15,000	50
9	12219	573	-1.5	340	12,000	50

The authors note that the mass ratios of the NESs are 3.5% of total structure mass that is relatively high compared with commonly utilized values in linear absorbers. They explain this fact.

4.2. In [18], the authors consider the system of harmonically forced Linear Oscillator (LO) attached with VI NES (Fig. 5 (b)). The parameters of this experimental system have been identified by performing modal analysis and are summarized in Table 2. The excitation frequency is fixed to 8 Hz.

Table 2

Parameters of the experimental system

Physical parameters				
m_1 , kg	m_2 , kg	k_1 , N/m	c_1 , Ns/m	b , mm
4.168	32	11470	3.02	11.5

4.3. In [34], the authors describe the experimental a three-story steel frame structure and give some of its parameters.

Table 3

Identified properties of the primary structure

Story	Mass (kg)	Stiffness coefficient (N/m)	
		Six-column	Four-column
Top	32.40	2.55×10^4	1.62×10^4
Middle	29.61	2.40×10^4	1.47×10^4
Bottom	29.61	2.62×10^4	1.55×10^4

Table 4

Design parameters of optimal control devices

Parameter	DM		TMD
	Linear	Nonlinear	
Mass (kg)	2.29	2.29	4.58
Damping coefficient (N·s/m)	1.61	1.61	3.23
Stiffness coefficient (N/m or N/m ³)	337	2.06×10^5	700

Table 5

Design parameters of physical control devices

Structure	Parameter	DM/VIDM		<u>TMD</u> VITMD
		Linear	Nonlinear	
Mass (kg)		2.282	2.294	4.58
Six-column	Damping coefficient (N·s/m)	2.42	1.58	2.45
	Stiffness coefficient (N/m or N/m ³)	400	1.2×10^5	820
	Clearance (mm)	2		1.5
Four-column	Damping coefficient (N·s/m)	2.42	2.38	3.51
	Stiffness coefficient (N/m or N/m ³)	400	1.2×10^5	750
	Clearance (mm)	4		0

One may see that some physical parameters differ from the optimal ones.

These data from the scientific literature can serve as a guideline for selecting the NES input parameters to be optimized.

4. Conclusions

Based on the world scientific literature, models of single-sided and double-sided vibro-impact nonlinear energy sinks (SSVI and DSVI NESs) are proposed.

They are the passive energy dissipation devices designed to rapidly absorb vibration energy (due to shock, blast, earthquakes, etc.) from a primary structure, to which they are attached, and locally dissipate it. The motion equations and the impact rule are given. Methods of specifying an impulsive loading on the primary structure are discussed. Some numerical parameters that can be used as initial ones for NES and then have to be optimized are given. All these data enable:

- to create a complete mathematical model of VI NES;
- to study its efficiency for vibration mitigation of impulsively loaded primary structure with different descriptions of the external impulsive force;
- to analyze its dynamical behavior in dependence on changing in its parameters and types of external loading.

REFERENCES

1. AL-Shudeifat M.A., Saeed A.S. Comparison of a modified vibro-impact nonlinear energy sink with other kinds of NESs // *Meccanica*. – 2021. – T. 56. – №. 4. – C. 735-752.
2. Ding H., Chen L.Q. Designs, analysis, and applications of nonlinear energy sinks // *Nonlinear Dynamics*. – 2020. – T. 100. – №. 4. – C. 3061-3107.
3. Gendelman O. V. Analytic treatment of a system with a vibro-impact nonlinear energy sink // *Journal of Sound and Vibration*. – 2012. – T. 331. – №. 21. – C. 4599-4608.
4. Vakakis A.F. Passive nonlinear targeted energy transfer // *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*. – 2018. – T. 376. – №. 2127. – C. 20170132.
5. Lu Z. et al. Particle impact dampers: Past, present, and future // *Structural Control and Health Monitoring*. – 2018. – T. 25. – №. 1. – C. e2058.
6. Lee Y.S. et al. Passive non-linear targeted energy transfer and its applications to vibration absorption: a review // *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part K: Journal of Multi-body Dynamics*. – 2008. – T. 222. – №. 2. – C. 77-134.
7. Ibrahim R. A. Recent advances in nonlinear passive vibration isolators // *Journal of sound and vibration*. – 2008. – T. 314. – №. 3-5. – C. 371-452.
8. Wang J. et al. Track nonlinear energy sink for rapid response reduction in building structures // *Journal of Engineering Mechanics*. – 2015. – T. 141. – №. 1. – C. 04014104.
9. Lee Y.S. et al. Passive non-linear targeted energy transfer and its applications to vibration absorption: a review // *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part K: Journal of Multi-body Dynamics*. – 2008. – T. 222. – №. 2. – C. 77-134.
10. Youssef B., Leine R.I. A complete set of design rules for a vibro-impact NES based on a multiple scales approximation of a nonlinear mode // *Journal of Sound and Vibration*. – 2021. – T. 501. – C. 116043.
11. Bergeot B., Bellizzi S., Berger S. Dynamic behavior analysis of a mechanical system with two unstable modes coupled to a single nonlinear energy sink // *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*. – 2021. – T. 95. – C. 105623.
12. Saeed A.S. et al. Two-dimensional nonlinear energy sink for effective passive seismic mitigation // *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*. – 2021. – T. 99. – C. 105787.
13. Luo J. et al. Large-scale experimental evaluation and numerical simulation of a system of nonlinear energy sinks for seismic mitigation // *Engineering Structures*. – 2014. – T. 77. – C. 34-48.
14. Qiu D., Seguy S., Paredes M. Design criteria for optimally tuned vibro-impact nonlinear energy sink // *Journal of Sound and Vibration*. – 2019. – T. 442. – C. 497-513.
15. Li T. et al. Chaotic characteristic of a linear oscillator coupled with vibro-impact nonlinear energy sink // *Nonlinear Dynamics*. – 2018. – T. 91. – №. 4. – C. 2319-2330.
16. Li T. et al. Activation characteristic of a vibro-impact energy sink and its application to chatter control in turning // *Journal of Sound and Vibration*. – 2017. – T. 405. – C. 1-18.

17. Wierschem N.E. et al. Response attenuation in a large-scale structure subjected to blast excitation utilizing a system of essentially nonlinear vibration absorbers //Journal of Sound and Vibration. – 2017. – Т. 389. – С. 52-72.
18. Li T., Seguy S., Berlioz A. On the dynamics around targeted energy transfer for vibro-impact nonlinear energy sink //Nonlinear Dynamics. – 2017. – Т. 87. – №. 3. – С. 1453-1466.
19. Li T., Seguy S., Berlioz A. On the dynamics around targeted energy transfer for vibro-impact nonlinear energy sink //Nonlinear Dynamics. – 2017. – Т. 87. – №. 3. – С. 1453-1466.
20. Al-Shudeifat M. A. et al. Numerical and experimental investigation of a highly effective single-sided vibro-impact non-linear energy sink for shock mitigation //International journal of non-linear mechanics. – 2013. – Т. 52. – С. 96-109.
21. Wei Y.M. et al. Enhanced targeted energy transfer by vibro impact cubic nonlinear energy sink //International Journal of Applied Mechanics. – 2018. – Т. 10. – №. 06. – С. 1850061.
22. Feudo S.L. et al. Finite contact duration modeling of a Vibro-Impact Nonlinear Energy Sink to protect a civil engineering frame structure against seismic events. – 2020.
23. Bazhenov V., Pogorelova O., Postnikova T. Analysis of dynamic conduct of the vibroshock different typing systems // LAPLAMBERTAcademicPubl. GmbH & Co. KG Dudweiler, Germany. – 2013.
24. Bazhenov V., Pogorelova O., Postnikova T. Crisis-Induced Intermittency and Other Nonlinear Dynamics Phenomena in Vibro-impact System with Soft Impact //Nonlinear Mechanics of Complex Structures. – Springer, Cham, 2021. – С. 185-203.
25. Bazhenov V.A., Pogorelova O.S., Postnikova T.G. Nonlinear Events in Dynamic Behavior of Unusual Vibro-impact System – Platform-vibrator with Shock. – LAP LAMBERT Academic Publ //GmbH and Co. KG Dudweiler, Germany. 2021.
26. Johnson, K.L. Contact Mechanics. Cambridge University Press, Cambridge. – 1985.
27. Gourc E. et al. Theoretical and experimental study of an harmonically forced vibro-impact nonlinear energy sink //International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference. – American Society of Mechanical Engineers, 2013. – Т. 55973. – С. V07BT10A033.
28. Gourc E. et al. Experimental investigation and design optimization of targeted energy transfer under periodic forcing //Journal of Vibration and Acoustics. – 2014. – Т. 136. – №. 2.
29. Karayannis I., Vakakis A. F., Georgiades F. Vibro-impact attachments as shock absorbers //Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science. – 2008. – Т. 222. – №. 10. – P. 1899-1908.
30. Dukart A.V., Byn' F.T. Stationary vibrations of the system with a shock extinguisher at the action of periodic impulses of eventual duration // Vestnik MGSU. – 2012. – №. 4. – P. 44-50.
31. Guo H. et al. Galloping suppression of a suspended cable with by wind loading a nonlinear energy sink //Archive of Applied Mechanics. – 2017. – Т. 87. – №. 6. – С. 1007-1018.]
32. Augusti G., Baratta A., Casciati F. Probabilistic methods in structural engineering. – CRC Press, 1984.
33. Bazhenov V., Dehtiaruk Ye. Probabilistic methods of calculation of constructions. Casual vibrations of the resilient systems. – К.: KNUBA, 2005. – 420 p.
34. Wang J. et al. Seismic response mitigation of building structures with a novel vibro-impact dual-mass damper //Engineering Structures. – 2020. – Т. 215. – С. 110673.

Стаття надійшла 18.02.2022

Лізунов П.П., Погорелова О.С., Постнікова Т.Г.

ВИБІР МОДЕЛІ ВІБРОУДАРНОГО НЕЛІНІЙНОГО ПОГЛИНАЧА ЕНЕРГІЇ

Нелінійний поглинач енергії (NES) визначається як структурний елемент з одним ступенем вільності з відносно невеликою масою та слабким розсіюванням, приєднаний до первинної структури за допомогою суттєво нелінійного зв'язку. Це пристрій пасивного розсіювання енергії, призначений для швидкого поглинання енергії вібрації (внаслідок ударів, вибуху, землетрусу тощо) від первинної конструкції та локального її розсіювання. У статті міститься міні-огляд робіт з NES. На основі концептуальних та розрахункових схем NES, які існують у світовій науковій літературі, запропоновано розрахункові схеми однобічних та двобічних віброударних NES (SSVI та DSVINES). Дано рівняння руху та

ударне правило. Як ударне правило прийнято квазістатичний контактний закон Герца. Обговорюються різні уявлення імпульсного навантаження на первинну структуру. Це збудження лише початковими швидкостями, періодичне збудження, удар напів-синусоїдної форми, односторонні періодичні прямокутні імпульси, вітрове, сейсмічне та широкосмугове збудження. Наведено таблиці деяких числових параметрів, які можуть бути прийняті для віброударних NES. Використовуючи наведені дані, автори мають намір дослідити як ефективність роботи однобічних та двобічних віброударних NESs при різних видах імпульсного навантаження, так і їхню динамічну поведінку при зміні їхніх параметрів.

Ключові слова: нелінійний поглинач енергії, імпульсне навантаження, віброударний, первинна структура, оптимізований, однобічний, двобічний.

УДК 539.3

Лизунов П.П., Погорелова О.С., Постнікова Т.Г. Вибір моделі віброударного нелінійного поглинача енергії // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА. 2022. – Вип. 108. – С. 63-76. – Англ.

Базуючись на джерелах світової наукової літератури, автори пропонують моделі однобічного та двобічного віброударних нелінійних поглиначів енергії, які призначаються для пом'якшення коливань первинної структури, з якою ці пристрої жорстко пов'язані. Дано рівняння руху та ударне правило. Обговорюються різні варіанти завдання зовнішнього імпульсного навантаження на первинну структуру та деякі числові параметри, які в подальшому дослідженні потребують оптимізації.

Табл. 5. Рис. 16. Бібліогр. 34 назв.

UDC 539.3

Lizunov P.P., Pogorelova O.S., Postnikova T.G. Choice of the Model for Vibro-impact Nonlinear Energy Sink // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles. – K.: KNUBA. 2022. – Issue108. – P. 63-76.

Being based on the sources of world scientific literature, authors offer models one-sided and bilateral vibroshock nonlinear absorbers energies, which target at softening of vibrations of primary structure which these devices are hardly CPLD with. Equalization of motion and shock rule is given. The different variants of task of the external impulsive loading come into a question on a primary structure and some numerical parameters which in subsequent research need optimization.

Tabl. 5. Fig. 16. Ref. 34.

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри будівельної механіки КНУБА, директор НДІ будівельної механіки ЛІЗУНОВ Петро Петрович

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури

Робочий тел.: +38(044) 245-48-29.

Мобільний тел.: +38(067)921-70-05

E-mail: lizunov@knuba.edu.ua

ORCID ID: <http://orcid.org/0000-0003-2924-3025>

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): кандидат фізико-математичних наук, старший науковий співробітник, провідний науковий співробітник НДІ будівельної механіки ПОГОРЕЛОВА Ольга Семенівна

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ. Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури

Робочий тел.: +38(044) 245-48-29

Мобільний тел.: +38(067) 606-03-00

E-mail: pogos13@ukr.net

ORCID ID: <http://orcid.org/0000-0002-5522-3995>

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, старший науковий співробітник, старший науковий співробітник НДІ будівельної механіки ПОСТНІКОВА Тетяна Георгіївна

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури

Робочий тел.: +38(044) 245-48-29

Мобільний тел.: +38(050) 353-47-19

E-mail: postnikova.tg@knuba.edu.ua

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-6677-4127>

UDC 539.3

COMPUTER SIMULATION OF THE STRESS-STRAIN STATE OF PLATES WITH REINFORCED ELONGATE RECTANGULAR HOLES OF VARIOUS ORIENTATIONS

E.L. Hart¹,

Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor

V.S. Hudramovich²,

Doctor of Technical Science, Professor

¹*Oles Honchar Dnipro National University,
Gagarin Ave., 72, Dnipro, 49010, Ukraine*²*Institute of Technical Mechanics of the National Academy of Sciences of Ukraine
and the State Space Agency of Ukraine,
Leshko-Popel st., 15, Dnipro, 49005, Ukraine*

DOI: 10.32347/2410-2547.2022.108.77-86

The results of numerical investigation of the stress-strain state of elastic rectangular plates with reinforced elongated holes under the action of axisymmetric tensile forces are presented. The holes have different orientations relative to the direction of forces, the materials of the plate and reinforcements are different too. Computer modeling was carried out using the finite element method. The influence of mechanical and geometrical parameters of plates and reinforcements, orientation of holes (angle of rotation relative to the direction of action of forces) on the stress-strain state of the plate are studied. The dependence of the change in the stress concentration factor in the plate on the orientation of the hole, the ratio of the elastic modulus of the plate materials and reinforcements (the elastic modulus of the reinforcement material is 3 times greater (or less) than the elastic modulus of the plate material) has been established. Plates with holes located at angles of 60°, 45° and 30° in the direction of the load are modeled. It is shown that a good choice of geometric and stiffness characteristics of the parameters of reinforcement, plate and elongate hole orientation can significantly reduce the stress concentration in the plate. Patterns of stress intensity distribution in the plate sections passing along one of the hole sides and stress concentration in the vicinity of the corner points of the holes are constructed. The results obtained in this work can be used to solve the problems of optimization of thin-walled rectangular plates with elongated holes, having strip reinforcement along the edges.

Keywords: plate, elongated hole, reinforcement, stress-strain state, stress concentration factor, finite element method.

Introduction. The problems of deformation of mechanical systems with various inhomogeneities – structural, technological, or operational (holes, cavities, cracks, inclusions, etc.) are components of a wide class of problems in the mechanics of thin-walled structures. The presence of discontinuities, geometric imperfections (pores, cracks) and various inclusions has a significant impact on the processes of deformation and destruction of solids and structures [1–9].

The study of the effect of holes, particularly reinforced, on the stress-strain state was begun by S.P. Timoshenko and al. [1–3], who reduced the problem of determining the stresses at the hole to the problem of finding the stresses in a curved beam that is loaded along the outer contour. There are also significant

achievements in this area associated with the researches of domestic scientists [10–14].

For the tasks of studying inclusions of the canonical form, it is possible to use analytical methods. But in the case of bodies of complex shape, the presence of inclusions of various configurations and orientations, the use of analytical methods is most often impossible. Therefore, it is advisable to use numerical methods [15, 16].

The question of the possibility of reducing the stress concentration in the vicinity of the corner points of a rectangular plate hole due to its reinforcement with triangular overlays was studied in [6]. At the same time, a computer simulation of the deformation of the plate was carried out depending on the orientation of the hole, the mechanical properties of the material and the size of the overlays. The selection of the optimal parameters of reinforcement can reduce stress concentration.

In this work, a computer simulation of the deformation process of rectangular plates with reinforced holes of different orientations relative to the direction of the tensile force is carried out on the basis of the finite element method. The aim of the study is to identify the influence of the orientation of the holes on the decrease in the intensity of stresses and deformations in the plate.

Problem statement. Consider an elastic square plate of size $a \times a$, with a reinforced elongated rectangular hole $b \times c$ ($c = 3b$) of various orientations relative to the direction of action of a uniaxial tensile force q applied from two opposite sides of the plate (Fig. 1). We neglect the mass forces.

The study of the stress-strain state of the plate is carried out, taking into account the influence of reinforcements and the orientation of the holes. Reinforcement is modeled by inclusions located in the plane of the plate, and at the boundaries of which with the matrix there are specified conditions of rigid adhesion. Plates with holes are modeled, which are located at angles of 60° (Fig. 1 (a)), 45° (Fig. 1 (b)) and 30° (Fig. 1 (c)) with respect to the direction of the load. The intensity of the load is selected in such a way that the stress does not cross the elastic boundary.

Analysis of the results obtained. Here are the calculation results. In Fig. 2 shows the distribution of the relative stress intensity σ_i/q in a plate with a rectangular hole facing 30° relative to the direction of the tensile force (Fig. 1(c)).

For the purpose of a more visual representation of the results, a part of the plate is shown in an enlarged form (Fig. 2 (b)). With this hole location, the stress concentration factor (SCF) is 14.5.

In order to reduce the stress concentration in the plate, the hole was reinforced with inclusions from a different material.

In Fig. 3 shows the distribution of the relative stress intensity σ_i/q , in section A–B for the plate shown in Fig. 1 (e) at angle between section and direction of tensile forces 30° (E_n is the modulus of elasticity of the plate, E_e is the modulus of elasticity of the inclusion).

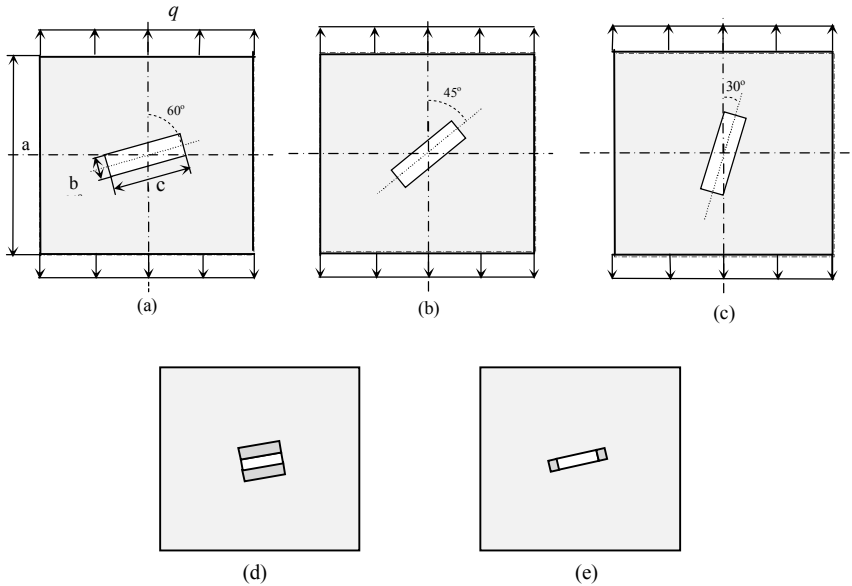


Fig. 1. Plate load diagram (a)–(c) and reinforcement options (d), (e)

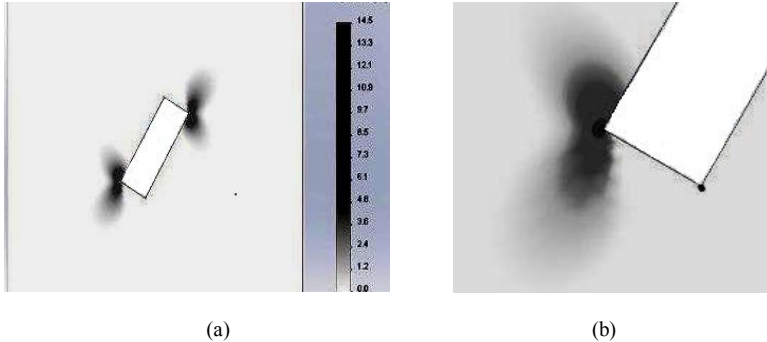


Fig. 2. Distribution of the relative stress intensity σ_i/q for the case shown in Fig. 1 (c):
 (a) the distribution of the relative stress intensity;
 (b) an enlarged image of the area of stress concentration

Let us carry out a comparative analysis of the calculation results for various ratios of the elastic modulus of the plate and reinforcements.

The presence of inclusions less rigid than the base material (with the ratio of their elastic modulus $E_n : E_0 = 3:1$) in the case under consideration led to a decrease in the SCF by $\sim 49\%$.

Consider a model of a plate with a hole located at an angle of 45° relative to the direction of the load (Fig. 1 (b)). In Fig. 4 shows the distribution of the relative stress intensity σ_i/q in a plate with a hole without the use of reinforcements.

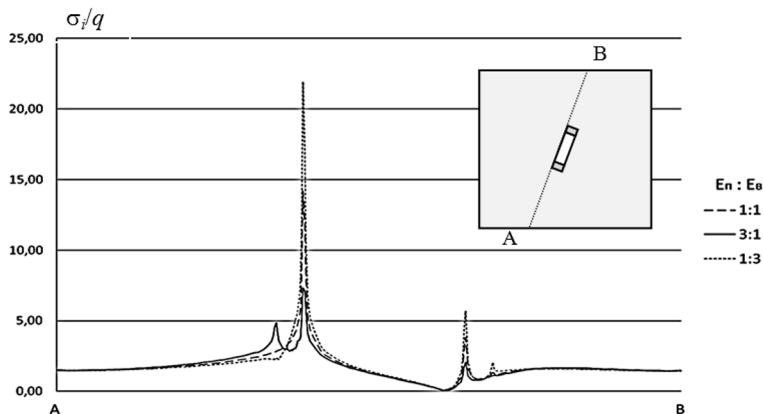


Fig. 3. Distribution of σ_i/q in section A–B at 30°

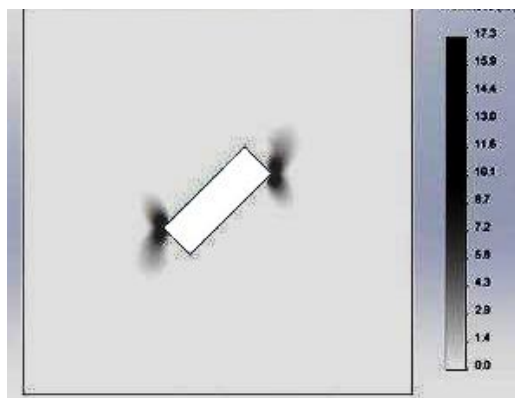


Fig. 4. Distribution of the relative stress intensity σ_i/q for the case shown in Fig. 1 (b)

This angle of rotation of the hole increased the SCF to 17.2 in comparison with the results shown in Fig. 2.

Let us carry out a comparative analysis of the calculation results for the plate shown in Fig. 1 (e).

In Fig. 5 shows the distribution of the relative stress intensity σ_i/q in section A–B. The presence of inclusions less rigid than the base material in the case under consideration led to a decrease in the SCF by ~

52%. But with this hole arrangement, the SCF increased by ~ 20% compared to the results shown in Fig. 3.

In Fig. 6 shows the distribution of the relative stress intensity σ_i/q in a plate with a rectangular hole without reinforcement (Fig. 1 (a)). With this arrangement, the SCF is 17.2.

The values of the maximum stresses have hardly changed compared to the result shown in Fig. 4.

Let us compare the calculation results for a plate with a reinforced hole by varying the ratio of the elastic moduli of the plate and reinforcements. The plate model is shown in Fig. 1, there is.

In Fig. 7 shows the distribution of the relative stress intensity σ_i/q in the section A–B. Here, the SCF almost did not change in comparison with the case, the calculation results of which are shown in Fig. 5. The stresses near the corner points of the reinforcements decreased, but the values of the maximum stresses

did not change. The smallest stresses in the places of concentration arise when orienting the reinforced hole shown in Fig. 1 (e) at 60° .

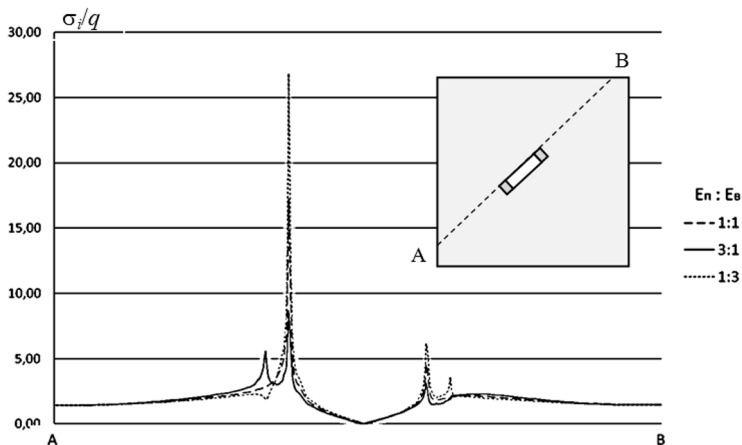


Fig. 5. Distribution of σ_i/q in section A–B at 45°

Let us consider the distribution of the relative stress intensity σ_i/q in section A–B for the plate model shown in Fig. 1,d at 30° .

In Fig. 8 it can be seen that with this orientation of the hole and the parameters of the reinforcements, the SCF is $\sim 20\%$ less than in the case, the results of which are shown in Fig. 3. The presence of reinforcements made of other material reduced the SCF by $\sim 57\%$.

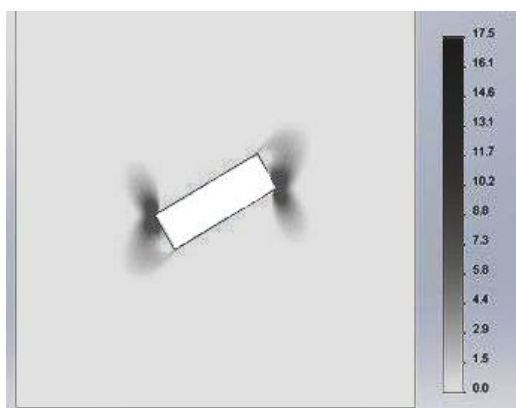
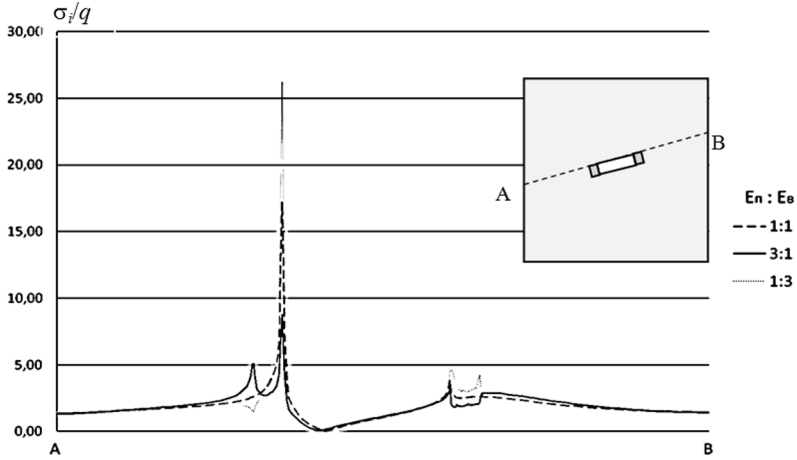
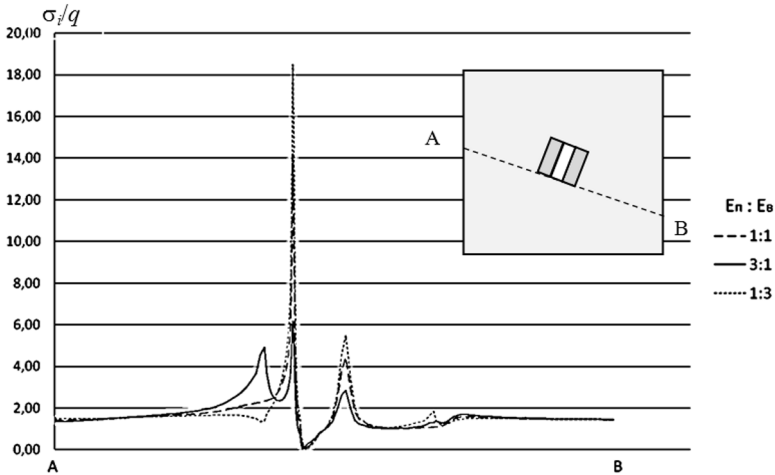


Fig. 6. Distribution of the relative stress intensity σ_i/q for the case shown in Fig. 1 (a)

Let us compare the calculation results for the plate shown in Fig. 1 (d) at 45° . In Fig. 9 shows the distribution of the relative stress intensity σ_i/q in section A–B.

Comparing the results shown in Fig. 9, with the results in Fig. 8, it can be noted that the maximum stresses have increased. This may be due to the fact that the length of the hole in the direction perpendicular to the direction of the load is greater than in the case shown in Fig. 8.

Consider the calculation results for the plate shown in Fig. 1 (d) at 60° . In Fig. 10 shows the distribution of the relative stress intensity σ_i/q in section A–B.

Fig. 7. Distribution of σ_x/q in section A–B at 60° Fig. 8. Distribution of σ_x/q in section A–B at 30°

Conclusion. The analysis of the influence of the orientation of the reinforced hole relative to the direction of the load action in a rectangular plate is carried out. As a result of comparing the results obtained for all considered cases, it was revealed:

- The best of the three options for the orientation of the hole relative to the direction of the load (Fig. 1 (a) – Fig. 1 (c)) from the point of view of stress reduction, we can note the option shown in Fig. 1 (c).
- Variants of the location of reinforcements, which are shown in Fig. 1 (d) gave a better result than the options shown in Fig. 1 (e).
- From the point of view of reducing stresses, the best of the considered options turned out to be the option shown in Fig. 1 (d) at 30° . As a result of the use of reinforcements from a less "rigid" material, the SCF decreased by $\sim 57\%$.

• Variants of hole orientation, which are shown in Fig. 1 (a) and in Fig. 1 (b), give almost the same results.

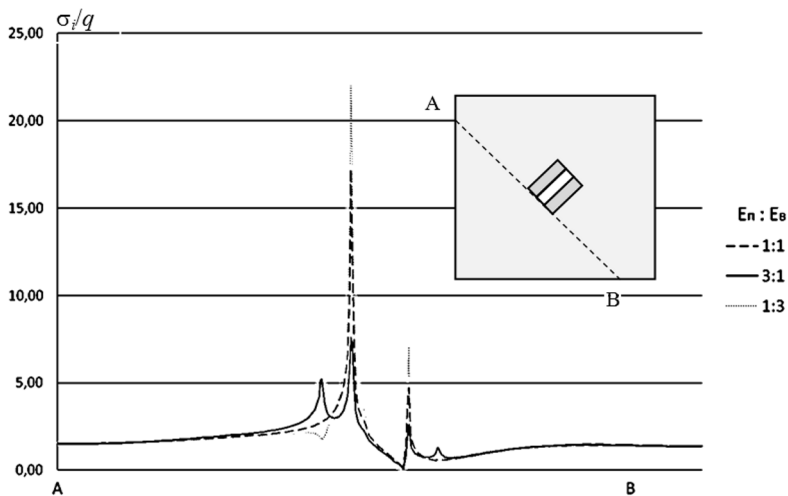


Fig. 9. Distribution of σ_i/q in section A–B at 45°

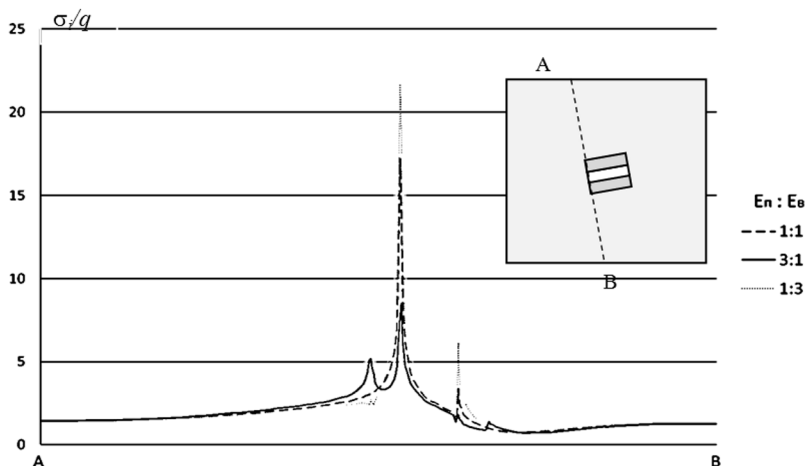


Fig. 10. Distribution of σ_i/q in section A–B at 60°

So, by varying the orientation of the hole with respect to the direction of the load, as well as when using inclusions from a different material, it is possible to significantly reduce the stress in the plate in the places of their concentration. With a decrease in the angle of rotation of the hole relative to the direction of action of the load, the maximum stresses decrease.

The developed calculation methodology can be extended to various relationships between physical, mechanical and geometric parameters of the considered system and other types of loading.

REFERENCES

1. *Timoshenko S.P.* Statically and dynamically problems of the theory of elasticity). – Kiev: Naukova dumka, 1975. – 564 pp.
2. *Timoshenko S.P.* On stresses in a plate with a circular hole // Journal of the Franklin Institute. – 1924. – Vol. 197, No. 4. – P. 505–516.
3. *Timoshenko S.P., Lessell's J.M.* Prikladnaya teoriya uprugosti (Applied theory of elasticity). – Leningrad: Gostekhizdat, 1931. – 392 p.
4. *Vaynberg D.V.* Kонтсентрати́сиа напрыазheniy v пластинakh okolo otverstiy i vykruzhek (Concentration of stresses in plates near holes and fillets). – Kiev: Tekhnika, 1969. – 220 pp.
5. *Hart E.L., Beytsun V.S.* Napruzhenno-deformovanny stan u dvofaznomu kompozytsiynomu materialy z urakhuvannyyam vplyvu perekhidnoho sharu mizh vklyuchennyam i matrytsyeyu (Stress-strain state in a two-phase composite material, taking into account the effect of the transition layer between the inclusion and the matrix) // Problemy obchyslyval'noyi mekhaniky i mitsnosti konstruktsey: zb. nauk. prats' – Dnipro: Lira, 2018. – Vol. 28. – P. 34–44.
6. *Hart E.L., Panchenko S.V.* Chislennyy analiz napryazhenno-deformirovannogo sostoyaniya plastyny s pryamougol'nym otverstiyem, podkreplennym treugol'nymi nakladkami (Numerical analysis of the stress-strain state of a plate with a rectangular hole, reinforced by triangular overlays) // Visnyk Dnipropetrovs'koho un-tu Ser.: Mekhanika. – 2015. – Vol. 24, t. 2. – P. 39–47.
7. *Hudramovich V.S.* Vliyaniye otverstiy na predel'nyye sostoyaniya elementov tonkostennykh metallicheskikh obolochечно-plastinchatykh konstruktsey (Influence of holes on the limiting states of elements of thin-walled metal shell-plate structures) // Visnyk Dnipropetrovs'koho un-tu Ser.: Mekhanika. – 2014. – Vol. 18, t. 2. – P. 47–60.
8. *Hudramovich V.S., Hart E.L., Marchenko O.A.* Reinforcing inclusion effect on the stress concentration within the spherical shell having an elliptical opening under uniform internal pressure //Strength of Materials. – 2021. – Vol. 52, No. 6. – P. 832–842. DOI: 10.1007/s11223-021-00237-7
9. *Gudramovich V.S., Gart E.L., Strunin K.A.* Modeling of the behavior of plane-deformable elastic media with elongated elliptic and rectangular inclusions // Materials Science. – 2017. – Vol. 52, iss. 6. – P. 768–774. DOI: 10.1007/s11003-017-0020-z.
10. *Bazhenov V.A., Herashchenko O.V., Honcharenko M.V.* Variatsiyni pryntsypy budivel'noyi mekhaniky: istoriya stanovlennya ta rozvytku (Variational principles of the building mechanics: history of the formation and development). – Kyiv: Karavela, 2015. – 764 pp.
11. Metody rascheta obolochek: V 5-ti t. / A.N. Guz', I.S. Chernyshenko, Val.N. Chekhov i dr.; Pod obshch. red. A.N. Guzya. – T. 1. Teoriya tonkikh obolochek, oslablennykh otverstiyami (Methods of calculation of shells: In 5 volumes. Vol. 1. The theory of shells weakened by holes). – Kiev: Naukova dumka, 1980. – 636 pp.
12. *Lizin V.T., Pyatkin V.A.* Proyektirovaniye tonkostennykh konstruktsey (Design of thin-walled structures). – Moscow: Mashinostroyeniye, 1994. – 384 pp.
13. *Mossakovskyy V.I., Kvasha O.M.* Konstruktseyiya ta rozrakhunok lyukiv, yaki ne vyklykayut' kontsentratsiyi napruzhen' u sferychnykh obolonkakh (Construction and calculation of hatches that do not cause stresses concentration in spherical shells)// Pryingladna mekhanika. – 1959. – Vol. 5, No. 4. – P. 371–378.
14. *Preobrazhenskiy I.N., Tsurpal I.A.* Vyrezy v nesushchikh konstruktseyakh (Cut-outs in the load-bearing structures). – Moscow: Mashinostroyeniye, 1984. – 112 p.
15. *Oden J.T.* Finite elements of nonlinear continua. – New York: Dover Publications, 2013. – 448 pp.
16. *Zienkiewicz O.C., Taylor R.L.* The finite element method for solid and structural mechanics. – New York: Elsevier, 2005. – 632 pp.

Стаття надійшла 18.12.2021

Гарт Е.Л., Гудрамович В.С.

КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ ПЛАСТИН З ПІДКРІПЛЕНИМИ ВИДОВЖЕНИМИ ПРЯМОКУТНИМИ ОТВОРАМИ РІЗНОЇ ОРІЄНТАЦІЇ

Розроблено схеми для комп'ютерного розрахунку напружено-деформованого стану пружних прямокутних пластин з підкріпленими видовженими отворами при дії віссиметричних розтягувальних сил. Отвори мають різну орієнтацію щодо спрямування

зусиль, матеріали пластини і підкріплень також різні. Комп'ютерне моделювання проведено методом скінченних елементів. Досліджено вплив механічних та геометричних параметрів пластин і підкріплень, орієнтації отворів (кут повороту відносно напрямку дії сил) на напружено-деформований стан пластини. Залежність зміни коефіцієнта концентрації напружень в пластині від орієнтації отвору, співвідношення модуля пружності матеріалів пластини та підкріплення (модуль пружності підкріплювального матеріалу в 3 рази більший, ніж модуль пружності матеріалу пластини). Моделюються пластини з видовженими отворами, розташованими під кутами 60° , 45° і 30° відносно напрямку дії навантаження. Показано, що вдалий вибір геометричних та жорсткісних параметрів підкріплень, орієнтації видовженого отвору може значно зменшити концентрацію напружень у пластині. Побудовано схеми розподілу інтенсивності напружень у перерізах пластини, що проходять вздовж однієї зі сторін отвору, та концентрації напружень в околі кутових точок отворів. Отримані в цій роботі результати можуть бути використані для розв'язання задач оптимізації тонкостінних прямокутних пластин з видовженими отворами, що підкріплюються по краях.

Ключові слова: пластина, видовжений отвір, підкріплення, напружено-деформований стан, коефіцієнт концентрації напружень, метод скінченних елементів.

Гарт Э.Л., Гудрамович В.С.

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ПЛАСТИН С ПОДКРЕПЛЕННЫМИ УДЛИНЕННЫМИ ПРЯМОУГОЛЬНЫМИ ОТВЕРСТИЯМИ РАЗЛИЧНОЙ ОРИЕНТАЦИИ

Разработаны схемы для компьютерного расчета напряженно-деформированного состояния упругих прямоугольных пластин с подкрепленными удлинёнными отверстиями при действии осесимметричных растягивающих сил. Отверстия имеют различную ориентацию относительно направления усилий, материалы пластины и подкреплений также различны. Компьютерное моделирование проведено методом конечных элементов. Исследовано влияние механических и геометрических параметров пластин и подкреплений, ориентации отверстий (угол поворота относительно направления действия сил) на напряженно-деформированное состояние пластины. Изучена зависимость изменения коэффициента концентрации напряжений в пластине от ориентации отверстия, соотношения модулей упругости материалов пластины и подкрепления. Моделируются пластины с удлинёнными отверстиями, расположенными под углами 60° , 45° и 30° относительно направления действия нагрузки. Показано, что при определенном выборе геометрических и жесткостных параметров подкреплений, ориентации удлинённого отверстия можно значительно уменьшить концентрацию напряжений в пластине. Построены графики распределения интенсивности напряжений в сечениях пластины, проходящих вдоль одной из сторон отверстия, и концентрации напряжений в окрестности угловых точек отверстий. Полученные в этой работе результаты могут быть использованы для решения задач оптимизации тонкостенных пластин с удлинёнными отверстиями, которые подкрепляются по краям.

Ключевые слова: пластина, удлинённое отверстие, подкрепление, напряженно-деформированное состояние, коэффициент концентрации напряжений, метод конечных элементов.

УДК 539.3

Гарт Е.Л., Гудрамович В.С. Комп'ютерне моделювання напружено-деформованого стану пластин з підкріпленнями видовженими прямокутними отворами різної орієнтації // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2022. – Вип. 108. – С. 77-86. Англ.

На основі методу скінченних елементів проведено комп'ютерне моделювання впливу механічних та геометричних параметрів підкріплювальних елементів на напружено-деформований стан пластини з видовженими прямокутними отворами різної орієнтації відносно напрямку дії сил розтягу.

Табл. 0. Іл. 10. Бібліогр. 16 назв.

UDC 539.3

Hart E.L., Hudramovich V.S. Computer simulation of the stress-strain state of plates with reinforced elongate rectangular holes of various orientations // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles. – Kyiv: KNUBA, 2022. – Issue 108. – P. 77-86.

On the basis of the finite element method, a computer simulation of the influence of mechanical and geometric parameters of reinforcing elements on the stress-strain state of the plate with elongated rectangular holes of different orientation relative to the direction of action of tensile forces has been carried out.

Tabl. 0. Fig. 10. Ref. 16.

УДК 539.3

Гарт Э.Л., Гудрамович В.С. Компьютерное моделирование напряженно-деформированного состояния пластин с подкрепленными удлиненными прямоугольными отверстиями различной ориентации / Сопротивление материалов и теория сооружений: науч.-тех. сборн. – К.: КНУБА, 2022. – Вып. 108. – С. 77-86. - Англ.

На основе метода конечных элементов проведено компьютерное моделирование влияния механических и геометрических параметров подкрепляющих элементов на напряженно-деформированное состояние пластины с удлиненными прямоугольными отверстиями разной ориентации относительно направления действия сил растяжения.

Табл. 0. Ил. 10. Библиогр. 16 назв.

Автор (науковий ступень, вчене звання, посада): доктор фізико-математичних наук, професор, професор кафедри теоретичної та комп'ютерної механіки Дніпровського національного університету ім. Олеся Гончара ГАРТ Етері Лаврентіївна

Адреса: 49010, Україна, м. Дніпро, проспект Гагаріна, 72, Дніпровський національний університет ім. Олеся Гончара, кафедра теоретичної та комп'ютерної механіки,

ГАРТ Етері Лаврентіївна

Мобільний тел.: +38(050) 146-88-43

E-mail: hart@ua.fm

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-6075-2269>

Автор (науковий ступень, вчене звання, посада): доктор технічних наук, професор, член-кореспондент НАН України, завідувач відділу міцності і надійності механічних систем Інституту технічної механіки НАН України і Державного космічного агентства України ГУДРАМОВИЧ Вадим Сергійович

Адреса: 49005, Україна, м. Дніпро, вул. Лешко-Попеля, 15, Інститут технічної механіки НАН України і Державного космічного агентства України, ГУДРАМОВИЧ Вадим Сергійович

Мобільний тел.: +38(067) 634-83-75

E-mail: hudramovich@i.ua

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0003-0852-9622>

UDC 539.375

ASSESSMENT OF THE TEMPERATURE LOADING INFLUENCE ON CRACK RESISTANCE OF A TANK WITH A SEMI-ELLIPTIC CRACK

S.O. Pyskunov¹,

Dr. Sci.

M.V. Goncharenko²,

Ph.D.

O.O. Shkryl²,

Dr. Sci.

¹*National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute"
Peremogy ave., 37, Kyiv, 03056*

²*Kyiv National University of Construction and Architecture,
Povitroflotsky Ave., 31, Kyiv, 03680*

DOI: 10.32347/2410-2547.2022.108.87-96

The estimation of a stress-strain state of a steel vertical tank with an initial semi-elliptical crack under the thermal loading is performed. The distribution of stress intensity factor along the crack front is obtained. A comparison of the results obtained under hydrostatic pressure is made.

Keywords: finite element method (FEM), elliptic crack, stress intensity factor, tank, thermal loading.

Introduction. Reservoir parks are the main place of storage of petroleum products at refineries and transport companies nowadays. However, it leads to fire risk increase to accumulate large quantities of petroleum products in a relatively small area of such enterprises. Tank fire is one of the most dangerous emergency event, which can lead not only to significant material damage but also to ecological human losses. There has been a tendency transition to the use of larger tanks in recent years, which is economically justified. In turn, the risk of spreading of fire to other tanks increases during the fire event of such tank. According to statistics, data there have been 12 fires a year in the post-Soviet space over the past 30 years. During a fire, the temperature of the tank walls can reach 800 degrees. The heat released during combustion is distributed to neighboring tanks that leads to heat of their walls up to 300 degrees [7]. To ensure safety and test the bearing capacity in these conditions determination of the stress-strain state in such tanks must be performed taking into account the temperature load. Temperature loading is especially dangerous if there is an initial crack in the tank wall. In such cases, the assessment of crack resistance should be performed based on fracture mechanics approaches. The stress intensity factor (SIF) is used as a parameter to crack resistance assessment most often.

The problem of SIF calculating under thermal load is considered in a number of scientific papers of different years. The most attention is paid to the

development of analytical methods [1, 5, 6, 10, 12, 19], in particular taking into account the structure of the material [1, 19] or specific crack shape [5, 6]. In article [12] the use and calculation of two-dimensional thermal J^* -integral for linear thermoelastic materials using the finite element method (FEM) is discussed. The publications cited here by no means exhaust the known experience in solving the problem under consideration.

The authors of this article developed the experience of calculating the parameters of fracture mechanics for a long time also [2-4, 8, 11, 13, 14, 15, 17], including thermal stress [15, 16, 18]. It was shown, in particular, that in order to achieve the required accuracy of the solution under temperature loading, it is necessary to use smaller size of finite elements at the crack tip then one needs under force loading [15].

In a previous work [13] the authors determined the SIF distribution along the semi-elliptical crack front in the RVS-5000 tank under hydrostatic pressure. It is important to continue the study of crack resistance of this tank, taking into account the temperature load.

Determination of SIF values under thermal load can be done by direct and energy methods. The relationship between displacements and values of mode I SIF (opening or tensile mode) K_I near the crack tip at a constant temperature

T when the direct method is used, is described by the following formula [9]:

$$u_i = \frac{K_I}{2G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \cdot F_i(\theta) + \alpha' \cdot k \cdot T \cdot y_i^n, \quad (1)$$

where G – the shear modulus; ν - Poisson's ratio; $\alpha' = \alpha$ - coefficient of linear expansion in the case of a plane stress state, $\alpha' = \alpha(1 + \nu)$ for a plane deformation

$$F_1(\theta) = \sin \frac{\theta}{2} \left(k + 1 - 2 \cos^2 \frac{\theta}{2} \right),$$

$$F_2(\theta) = \cos \frac{\theta}{2} \left(k - 1 + 2 \sin^2 \frac{\theta}{2} \right),$$

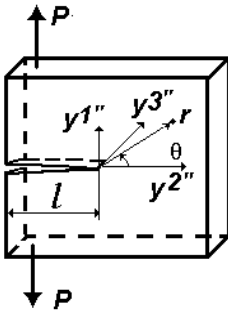


Fig. 1. Normal break crack

where $k = (3 - \nu) / (1 + \nu)$ for a plane stress state, $k = 3 - 4\nu$ for a plane deformation.

The formula (1) acquires a more specific form if values of displacements which is perpendicular to the crack plane being used:

$$K_I = \frac{u_1 - \alpha \cdot (1 + \nu) \cdot T \cdot x^1}{\sin \frac{\theta}{2} (2 - 4\nu + \cos \theta)} \sqrt{\frac{2\pi}{r}} \cdot 2G. \quad (2)$$

Implementation of the SIF calculation technique using the direct method in discrete models of FEM is described in [8, 11, 13-16].

The energy method involves the SIF calculation using the J^* value, which in case of thermal load has the next form:

$$J^* = J + \int_V \alpha \sigma_{ij} \varepsilon_{ij} \frac{\partial T}{\partial x} dV. \tag{3}$$

The first component is the Cherepanov-Rice's J-integral, determined by integration along the contour S of the domain V :

$$J = \int_S \left(W n_t - \sigma^{ij} \frac{\partial u}{\partial x} n_j \right) dS. \tag{4}$$

The second component is determined by integrating of the internal volume of the domain V .

The generalized reaction method in discrete FEM models [8, 11, 17] is used for calculation of J^* in this paper. The implementation of this method involves the consideration of two states of the volume, which is situated near of tip of with a fixed length l_{cr} (Fig. 2). During the transition from the first state to the second the location of the domain V changes on one finite element in relation to the crack tip (Fig. 2).

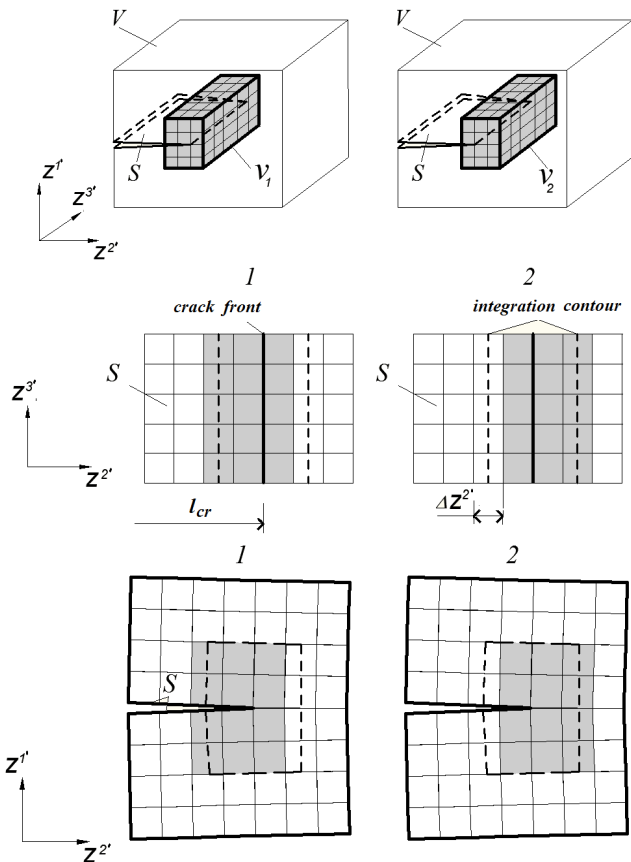


Fig. 2. Scheme of subdomains transition in J^* calculation procedure

The vectors of displacements and nodal reactions of the subdomain in states 1 and 2 are denoted as $\{u\}_I, \{R\}_I$ та $\{u\}_{II}, \{R\}_{II}$. Each of these vectors contains $3N$ components, which are the values of displacements and nodal reactions in three directions, respectively:

$$\{u\}_I^T = \{(u_1')_1 (u_2')_1 (u_3')_1 \dots (u_{k'})_n \dots (u_3')_{N-1} (u_1')_N (u_2')_N (u_3')_N\},$$

where the indices $k' = 1, 2, 3$ represent the directions of movement, and the indices $n = 1, 2, \dots, N$ are the numbers of nodes within each of the subdomains.

Under the condition of a regular finite element mesh in the $z^{2'}$ direction, the definition formula in discrete models takes the following form [2, 8, 11]:

$$J^* = \frac{1}{2\Delta z^{2'}} \left(\{u\}_{II}^T \{R\}_{II} - \{u\}_I^T \{R\}_I \right) - \frac{1}{2\Delta z^{2'}} \left(\{u\}_{II}^T - \{u\}_I^T \right) \left(\{R\}_I + \{R\}_{II} \right). \quad (5)$$

After multiplying the reactions to the corresponding movements and adding of similar components we obtain:

$$J^* = \frac{1}{2\Delta z^{2'}} \left(\{u\}_I^T \{R\}_{II} - \{u\}_{II}^T \{R\}_I \right). \quad (6)$$

The reliability of this calculation procedure is shown in [3, 11].

Numerical modeling of a tank with a crack. The geometric scheme of the HRV-5000 tank and the initial data are shown in Fig. 3(a). Mechanical characteristics $E = 2.1 \cdot 10^5$ MPa, $\nu = 0.3$, $\alpha = 1.2 \cdot 10^{-5}$: The surface of the oil product is at a height of 11,4 m. Hydrostatic pressure varies from 0 at the mark of 11,4 m to $91,7 \text{ kN/m}^2$ on the bottom. The part of wall of the tank, located closest to the fire epicenter, is heated unevenly in height: from 300 degrees at the top to 200 degrees at the bottom. On the other part of the tank the temperature reaches 70 degrees. The temperature within wall thickness is considered constant since one is quite small (8,7 mm). Given the asymmetric nature of the temperature distribution, a discrete model was developed for the entire tank (Fig. 3(b)).

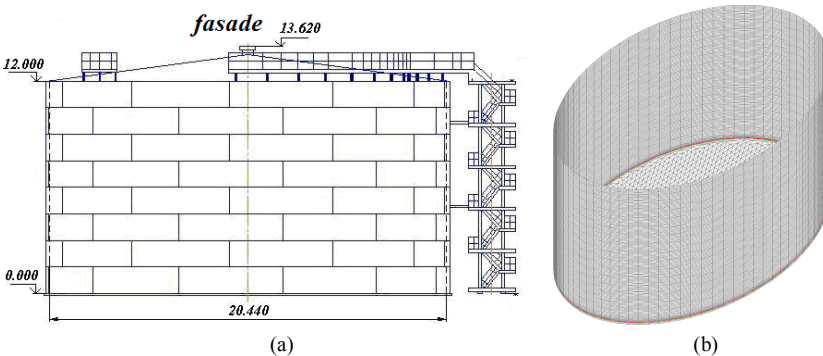


Fig. 3. The general view (a) and the discrete FEM model (b) of vertical tank HRV-5000

The calculation was performed in two stages, which involved determining of the stress-strain state for the tank as a whole (Fig. 3) and determining the SIF using the calculation model as a fragment of the tank wall with a semi-elliptical crack (Fig. 5(a)). The obtained distribution of circumferential stresses $\sigma_{3'3'}$, which are directed perpendicular to the plane of the crack and determine the fracture process, under the action of hydrostatic pressure (axisymmetric) and temperature load (not axisymmetric, due to heating of the part of the tank closest to the fire) for the whole structure is shown in Fig. 4. These results allowed to perform fragmentation of the calculation scheme, in particular - the magnitude of the loads that must be applied to the cut fragment with a crack.

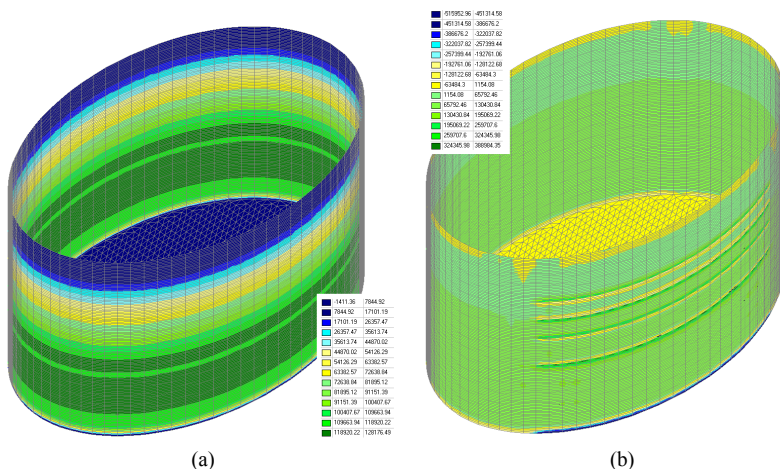


Fig. 4. Distribution of circumferential stresses under hydrostatic pressure (a) and thermal load (b)

The values of these loads were determined using the stress distributions obtained in the calculation of the tank as a whole and acting in the corresponding sections, which are limit the fragment of wall with crack. Semi analytical finite element method (SFEM) used for to form a discrete model of a wall fragment with a crack [4, 11]. The crack modeling in the fragment was made due to the implementation of the relevant boundary conditions: the surface of the crack located in the plane $z^1 - z^2$ (marked in white in Fig. 5(a)). It is considered free from attachments along z^3 . All other points of the end surface (marked in gray in Fig. 5(a)) are fixed along z^3 .

Fig. 6 shows the the obtained distribution of SIF along the crack front under hydrostatic pressure [13] and under thermal load. Calculation was carried out by a direct and energetic method, the difference of results are in the range of 5%.

The obtained results show the uneven distribution of SIF along the crack front both for the case of hydrostatic pressure loading and for temperature loading. The minimum value of SIF acquires at the point of the front, which is located on the outer surface of the tank. The maximum value of SIF acquires at

the point of the front that is furthest from the outer surface. The difference of SIF along the crack front is about 50%.

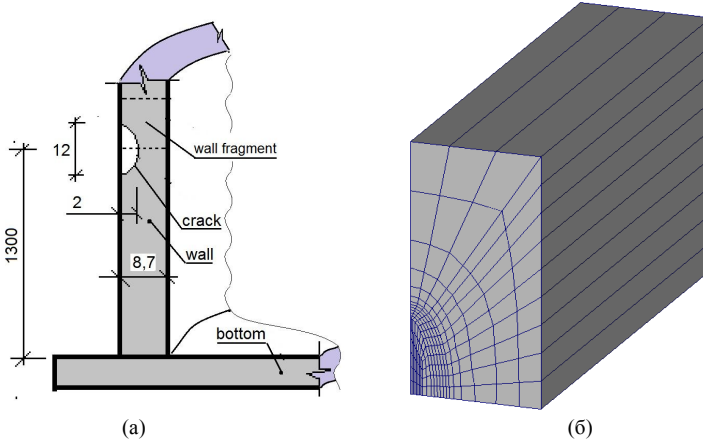


Fig. 5. The location of the crack in the wall of the tank (a) and SFEM discrete model of the wall fragment with a crack (b)

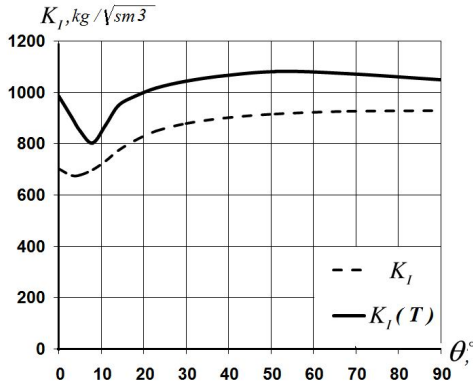


Fig. 6. SIF distribution along the crack front

Taking into account the temperature loading leads to an increase in the SIF values by about 20%. Thus, taking into account the temperature components of the load is important for the correct determination of fracture resistance of a tank for petroleum products storage.

REFERENCES

1. Anuwedita Singha, Dasa S., Craciun E. Thermal stress intensity factor for an edge crack in orthotropic composite media // Composites Part B: Engineering Volume 153, 15 November 2018, Pages 130-136.
2. Bazhenov V., Pyskunov S., Shkryl O. A methodology of determining of parameter J^* in discrete models of finite element method // Strength of materials and theory of structures. – 2017. – No.99. – C. 33-44.

3. *Bazhenov V.A., Gulyar A.I., Piskunov S.O., Shkryl' A.A.* Validity of a Modified Method of Evaluating the Invariant J-integral for Elastoplastic Deformation of Prismatic Solids / *International Applied Mechanics*. – 2018, v.54 – No.4. – PP. 378–383.
4. *Bazhenov, V.A., Pyskunov S.O., Solodoy I.I.* Continuum mechanics: semi-analytical finite element method. - Cambridge Publisher, 2019. - 216 p.
5. *Chen F.M., Chao .C.K, Chiu C.C., Noda N.A.* Stress intensity factors for cusp-type crack problem under mechanical and thermal loading // *Journal of Mechanics*. - Vol. 37, 2021. – PP.279–332. <https://doi.org/10.1093/jom/ufaa028>
6. *Chhabral V., Kumar N.* Analysis of Stress Intensity Factor in a Surface Cracked Plate under Convective Thermal Loading // *IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering IOP Publishing*. - doi:10.1088/1757-899X/1116/1/012011.
7. *Lokalyzatsiya pozharov v rezervuarakh s nefteproduktamy* [Localization of fires in tanks with oil products] / A.E. Basmanov, A.A. Mykhailiuk. – Kharkov: NUHZU, 2011. – 108 p.
8. *Mekhanika ruinuвання. Spetskurs: navchalnyi. posibnyk* [Fracture Mechanics. Special course: educational manual (in Ukrainian)] / O.O.Shkryl. - Kyiv: KNUBA, 2020. – 104 p.
9. *Morozov E. M.* Metod konechnych elementov v mekhanike razrusheniya [Finite element method in a fracture mechanic] / [E. M. Morozov, H. P. Nykyshkov]. – M. : Nauka, 2017. – 257 p.
10. *Nabavi S. M., R. Ghajar R.* Analysis of thermal stress intensity factors for cracked cylinders using weight function method // *International Journal of Engineering Science*. - 48(12), 2010. - PP:1811–1823. DOI:10.1016/j.ijengsci.2010.08.006
11. *Napivanalitichnyi metod skinchenykh elementiv u zadachakh ruinuвання til z trishchynamy* [Semi-analytical method of finite elements in problems of fracture of bodies with cracks (in Ukrainian)] / Bazhenov V. A., Pyskunov S. O., Shkryl O. O. – Kyiv: Karavela, 2017. – 208 p.
12. *Ognjanović O., Stamenković D., Maksimović K.* Effects of Thermal Gradients on Fracture Mechanics Parameters // *Scientific Technical Review*. - Vol.63, No.32013, PP.17-21.
13. *Pyskunov S. O., Shkryl O.O. Maksymiuk Yu.V.* Vyznachennia trishchynostiikosti rezervuaru z napiveliptychnoiu trishchynoiu [Determination of a cracks resistance of a tank with a semi elliptical crack] // *Strength of materials and theory of structures*. – 2021. –No. 106. – PP. 60-66.
14. *Pyskunov S.O., Shkryl O.O., Mytsiuk S.V.* Priamyi metod vyznachennia koefitsiientiv intensyvnosti napruzhen v pryzmatychnykh ta prostоровykh nezamknenykh tilakh obertannia pry statychnomu navantazheni [Direct method for determining stress intensity coefficients in prismatic and spatial open bodies of rotation under static load (in Ukrainian)] // *Strength of materials and theory of structures*. – 2016. – No. 97. – PP. 3-14.
15. *Pyskunov S.O., Hrechukh N.A., Ostapenko R.M.* Obchyslennia KIN v prostоровykh tilakh obertannia pry temperaturnomu navantazheni [SIF calculation in space circular bodies under thermal loading] // *Strength of materials and theory of structures*. – 2006. – No. 80. – PP.38-53.
16. *Pyskunov S.O., Shkryl O.O.* Vyznachennia trishchynostiikosti zakhysnoi obolonky yadernoho reaktoru pry termosylovomu navantazheni [Determination of crack resistance of the protective shell of a nuclear reactor under thermal load (in Ukrainian)] // *Strength of materials and theory of structures*. – 2018. – No.101. – PP. 60-66.
17. *Shkryl O.O.* Vyznachennia G na osnovi obchyslennia invariantnykh ob'emykh intehraliv metodom reaktsii [Determination of G based on the calculation of invariant volume integrals by the reaction method (in Ukrainian)] // *Strength of materials and theory of structures*. – 2017. – No.98. – PP.31-42.
18. *Shkryl O.O.* Vyznachennia koefitsiientiv intensyvnosti napruzhen u dvovymirnykh tilakh pry temperaturnomu navantazheni [Determination of stress intensity factor in two-dimensional bodies under thermal loading] // *Strength of materials and theory of structures*. . – 2014. – No. 93 – PP.125-133.
19. *Walters Matthew C., Paulino Glaucio H., Dodds Robert H.* Stress-intensity factors for surface cracks in functionally graded materials under mode-I thermomechanical loading // *International Journal of Solids and Structures*. - 41, 2004. – PP.1081–1118.

Пискунов С.О., Гончаренко М.В., Шкріль О.О.

ОЦІНКА ВПЛИВУ ТЕМПЕРАТУРНОГО НАВАНТАЖЕННЯ НА ТРИЩИНІСТІЙКІСТЬ РЕЗЕРВУАРУ З НАПІВЕЛІПТИЧНОЮ ТРИЩИНОЮ

Резервуарні парки на сьогоднішній день є основним місцем зберігання нафтопродуктів на нафтопереробних заводах та підприємствах транспорту. Велике скупчення нафтопродукту на відносно невеликій площі резервуарного парку призводить до підвищеної пожежної небезпеки на таких підприємствах. Пожежа в резервуарі є однією з найнебезпечніших надзвичайних ситуацій, що може призвести не лише до значних матеріальних збитків але і до людських втрат. В останні роки спостерігається тенденція переходу до резервуарів більшої ємності, що економічно обгрунтовано. В свою чергу, у випадку виникнення пожежі в таких резервуарах підвищується небезпека її перекидання на інші резервуари. Визначення напружено-деформованого стану (НДС) в таких резервуарах потрібно виконувати із врахуванням температурного навантаження. В деяких резервуарах при цьому можуть бути дефекти у вигляді тріщин. В таких випадках оцінка НДС в них виконується на основі підходів механіки руйнування. В попередніх дослідженнях авторами було визначено розподіл коефіцієнтів інтенсивності напружень (КІН) вздовж фронту напівеліптичної тріщини в резервуарі РВС-5000 від дії гідростатичного тиску. В даній статті продовжено дослідження тріщиністості даного резервуару із врахуванням температурного навантаження, що виникає внаслідок пожежі сусіднього резервуара. Визначення КІН відбувалося прямим та енергетичним методами. Температура стінки чверті резервуара, що розташована найближче до епіцентру пожежі, змінюється по висоті від 300 градусів у верхній частині до 200 градусів у нижній частині. На іншій частині резервуара температура сягає 70 градусів. Оскільки товщина стінки є досить малою, то температура в її межах вважається постійною. Враховуючи несиметричний характер розподілу температур, дискретна модель розроблена для всього резервуара. Після визначення НДС в цілому резервуарі, окремо був проведений розрахунок фрагмента з напівеліптичною тріщиною. В якості зовнішнього навантаження прикладено напруження, що визначені із загального розрахунку резервуара на гідростатичний тиск та температурне навантаження. Отримані результати прямого та енергетичного методів відрізняються в межах 5%. Врахування температурного навантаження призводить до збільшення значень КІН приблизно на 20 відсотків порівняно із результатами розрахунку лише на гідростатичний тиск.

Ключові слова: метод скінченних елементів (МСЕ), еліптична тріщина, коефіцієнт інтенсивності напружень, резервуар, термосилове навантаження.

Pyskunov S.O., Goncharenko M.V., Shkryl O.O.

ASSESSMENT OF THE TEMPERATURE LOADING INFLUENCE ON CRACK RESISTANCE OF A TANK WITH A SEMI-ELLIPTICAL CRACK

Reservoir parks are the main place of storage of petroleum products. There has been a tendency transition to the use of larger tanks in recent years, which is economically justified. However, it is leads to fire risk increase to accumulate large quantities of petroleum products. Tank fire is one of the most dangerous emergency event, which can lead not only to significant material damage but also to ecological human losses in case of spreading of fire to other tanks. To ensure safety and test the bearing capacity in these conditions determination of the stress-strain state in such tanks must be performed taking into account the temperature load. If there is an initial crack in the tank wall the assessment of crack resistance should be performed. In a previous work the authors determined the stress intensity factor (SIF) distribution along the semi-elliptical crack front in the RVS-5000 tank under hydrostatic pressure. The estimation of a stress-strain state of a steel vertical tank with an initial semi-elliptical crack under the thermal loading is performed in this article. It is supposed that the part of wall of the tank, located closest to the fire epicenter, is heated unevenly in height: from 300 degrees at the top to 200 degrees at the bottom. On the other part of the tank the temperature reaches 70 degrees. The temperature within wall thickness is considered constant. Given the asymmetric nature of the temperature distribution, a discrete model was developed for the entire tank. After determining the stress-strained state in the whole tank under hydrostatic pressure and temperature load, a fragment with a semi-elliptical crack was calculated separately. The stresses determined from the calculation of the whole tank are used like an external load, applied on fragment boundaries. The difference of results of direct and energetic method of SIF calculation are in the range of 5%. Taking into account the temperature loading leads to an increase in the SIF values by about 20 % in comparison to the results of the calculation only under hydrostatic pressure.

Keywords: finite element method (FEM), elliptic crack, stress intensity factor, tank, thermal loading.

Пискунов С.О., Гончаренко М.В., Шкріль А.А.

ОЦЕНКА ВЛИЯНИЯ ТЕМПЕРАТУРНОГО НАГРУЖЕНИЯ НА ТРЕЩИНОСТОЙКОСТЬ РЕЗЕРВУАРА С ПОЛУЭЛЛИПТИЧЕСКОЙ ТРЕЩИНОЙ

Проведена оцінка напружено-деформованого стану резервуара з початковою напівеліптичною тріщиною при дії термосилового навантаження викликаного дією гідростатического тиску та теплового впливу від пожежі в сусідньому резервуарі. Отримано розподіл коефіцієнтів інтенсивності напружень вздовж фронту тріщини.

Ключевые слова: метод конечных элементов (МКЭ), эллиптическая трещина, коэффициент интенсивности напряжений, резервуар, термосиловое нагружение.

УДК 539.375

Пискунов С.О., Гончаренко М.В., Шкріль О.О. Оцінка впливу температурного навантаження на тріщиностійкість резервуара з напівеліптичною тріщиною // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2022. – Вип. 108. – С. 87-96.

Проведена оцінка напружено-деформованого стану резервуара з початковою напівеліптичною тріщиною при дії термосилового навантаження, внаслідок дії гідростатического тиску та теплових ефектів від пожежі в сусідньому резервуарі. Отриманий розподіл коефіцієнтів інтенсивності напружень вздовж фронту тріщини.

Іл. 6. Бібліогр. 19 назв.

UDC 539.375

Pyskunov S.O., Goncharenko M.V., Shkryl O.O. Assessment of the temperature loading influence on crack resistance of a tank with a semi-elliptical crack// Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-&-Technical collected articles – Kyiv: KNUBA, 2022. – Issue 108. – P. 87-96.

The estimation of a stress-strain state of a steel vertical tank with an initial semi-elliptical crack under the thermal loading is performed. The distribution of stress intensity factor along the crack front is obtained. A comparison of the results obtained under hydrostatic pressure is made.

Fig. 6. Ref. 19.

УДК 539.375

Пискунов С.О., Гончаренко М.В., Шкріль А.А. Оценка влияния температурного нагружения на трещиностойкость резервуара с полуэллиптической трещиной // Сопротивление материалов и теория сооружений: науч.-тех. сборн. – К.: КНУСА, 2022. – Вып. 108. – С. 87-96.

Проведена оцінка напружено-деформованого стану резервуара з початковою напівеліптичною тріщиною при дії термосилового навантаження викликаного дією гідростатического тиску та теплового впливу від пожежі в сусідньому резервуарі. Отримано розподіл коефіцієнтів інтенсивності напружень вздовж фронту тріщини.

Іл. 6. Бібліогр. 10 назв.

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): професор, доктор технічних наук, завідувач кафедру динаміки і міцності машин та опору матеріалів НТУУ «КПІ ім. Ігоря Сікорського» Пискунов Сергій Олегович.

Адреса: 03056 Україна, м. Київ, просп. Перемоги 37, Національний технічний університет України “Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського”, кафедра динаміки і міцності машин та опору матеріалів.

Мобільний тел.: +38(050) 962-66-14

E-mail: s.piskunov@kpi.ua

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0003-3987-0583>

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): доцент, кандидат технічних наук, доцент кафедри будівельної механіки КНУБА Гончаренко Марина Вікторівна

Адреса: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, кафедра будівельної механіки.

Мобільний тел.: +38(096) 259-79-08

E-mail: maringo@ua.fm

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-7396-5335>

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): професор, доктор технічних наук, професор кафедри будівельної механіки КНУБА Шкриль Олексій Олександрович.

Адреса: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, кафедра будівельної механіки.

Мобільний тел.: +38(050) 307-61-49

E-mail: alxniism@ukr.net

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0003-0851-4754>

UDC539.375

INVESTIGATION OF THE INFLUENCE OF FLANGE THICKNESS ON THE NATURE OF DEVELOPMENT OF PLASTIC ZONES IN THE CASING DETAIL

Yu.V Maksimyyuk,
Doctor of Engineering

Yu. A. Chuprina,
Doctor of Economic

O.V. Kozak,
Candidate of Technical Sciences

I.Yu. Martyniuk,
Candidate of Technical Sciences

O.V.Maksimyyuk

*Kyiv National University of Construction and Architecture, Kyiv
Povitroflotsky Ave., 31, Kyiv, 03680*

DOI: 10.32347/2410-2547.2022.108.97-106

In this work, using the method described in [1, 9, 13, 16], a numerical analysis of the stress-strain state of a spatial object was performed, namely the study of the influence of flange thickness on the nature of the development of zones of plasticity in the casing detail. It should be noted that the use of a thickened flange allowed to localize the zone of plasticity and its length in this case does not exceed half the length of the bell. In this case, the additional cost of material for the manufacture of thickened flange is fully justified. This reduces the level of plastic deformations and stresses in the hazardous area and prolongs the life of the casing detail.

Keywords: finite element method (FEM), semi-analytical finite element method (SAFEM), stress-strain state, elastic and elastic-plastic deformation, curvilinear prismatic bodies, flange, plasticity zones, the casing detail.

Introduction. For prismatic bodies with variable physico-mechanical and geometrical parameters, the matrix of the system of solving equations is completely filled and it is not possible to reduce the dimension of the problem. The conditionality of the matrix of the system of solving equations of SAFEM depends on the rational choice of the system of coordinate functions. High efficiency of the method can be achieved only by ensuring the predominance of diagonal elements.

Trigonometric [4-6] and beam functions [8, 13] are usually used in most works on the application of SAFEM to the calculation of prismatic objects as basic ones. Recently, there have been publications proposing to use spline approximation [7, 14, 20] or polynomial decomposition [2, 3, 17]. Beam functions, Horvey polynomials [10], as well as some types of trigonometric decompositions, for example, proposed by Filonenko-Borodych [9], are focused on the calculation of only thin-walled objects. They, being orthogonal, do not have the property of completeness in the energy space of the operator of

the theory of elasticity and can not be used in constructing the solution relations of a universal finite element focused on the calculation of massive and thin-walled bodies. The use of approximation of displacements by segments of the Fourier series [12, 16] provides a straightforward prismatic body complete separation of variables, but such a system of coordinate functions allows to model the boundary conditions of only a particular species. Since it is supposed to consider curvilinear inhomogeneous bodies with arbitrary boundary conditions, the system of basic functions [12] is adopted, the first two members of which are Langrange polynomials of zero and first order, the others - Michlin polynomials [2, 3, 17]. This approach allows to satisfy arbitrary boundary conditions in the traditional way for the FEM, which is to exclude the corresponding equations.

Investigation of the influence of flange thickness on the stress-strain state of a casing detail. The casing detail consists of alternating fragments, the general view of one of which is presented in Fig. 1.

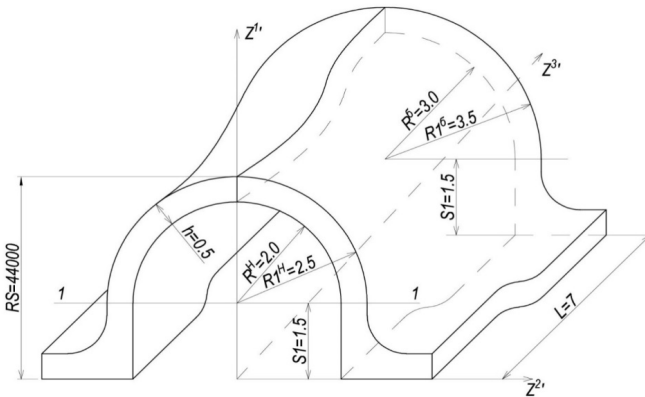


Fig. 1. The casing detail

The object under study is a semi-cylinder of variable radius connected to a flange rigidly fixed to the frame. The radius of the inner surface of the cylindrical section R in the isthmus is 20 mm, in the area of maximum expansion $R = 30$ mm. The thickness of the shell h remains constant and is equal to 5 mm. Between the isthmus and the bell is a transition area, the shape of which is

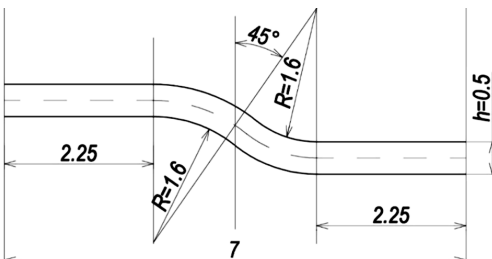


Fig. 2. The transition area between the isthmus and the bell of the casing detail

described by the arcs of two circles with a radius of 16 mm (Fig. 2). Fragment length $L = 70$ mm. The stress-strain state of the body with a flange whose thickness is equal to the wall thickness of the cylindrical section h is investigated. The radius of the filler transition

R2 is 75 mm. In Fig. 2 shows the cross section of the flange and indicates all the required dimensions.

On the inner surface of the casing details loaded with an evenly distributed load, intensity 29 MPa.

The modulus of elasticity of the material $E = 2 \cdot 10^5$ MPa, Poisson's ratio $\nu = 0,3$, yield strength at pure shears $\tau = 160$ MPa. Boundary conditions at the ends of the fragment:

$$U^{3'}/Z^{3'} = 0,5L \quad (1)$$

model the plane of symmetry. Along the length of the flange, there is no displacement in all three directions.

The calculation scheme of the object is shown in Fig. 3, but in Fig. 4(a) shows an approximating grid in the cross section of the flange. To more accurately describe the geometry of the body, an uneven grid of finite elements is used, both in thickness and length of the object. Along $Z^{3'}$ a series decomposition by basic functions is applied.

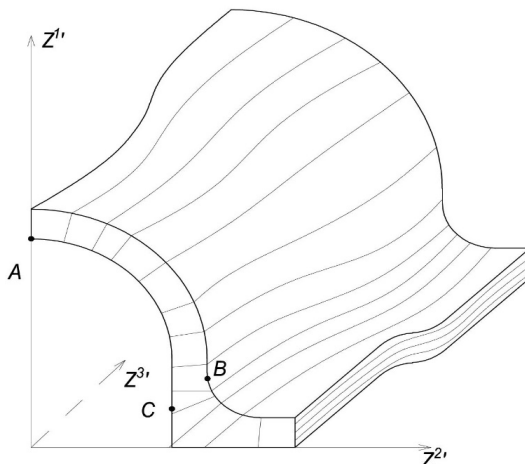


Fig. 3. Estimated scheme of the object

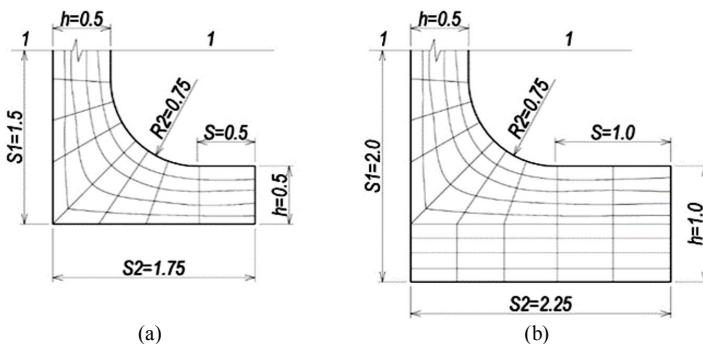


Fig. 4. Approximate grid in the cross section of the flange

In order to substantiate the reliability of the obtained results, convergence was established depending on the number of finite elements in the cross-sectional plane and the number of retained members of the series. As a result of the research, a finite element grid with a total number of nodes 102 was adopted, and 9 members of the decomposition were stored along $Z^{3'}$. Further change of these parameters leads to deviations of the results of the solution within 1.5%.

At the first stage, the calculation of the casing detail was carried out by elastic staging. Analysis of the results of the solution allows us to conclude that the highest stress level is reached at points A and C on the inner surface and at the point on the outer (see Fig. 3). For these points, the intensity curves of tangential stresses along the length of the product are constructed (Fig. 5).

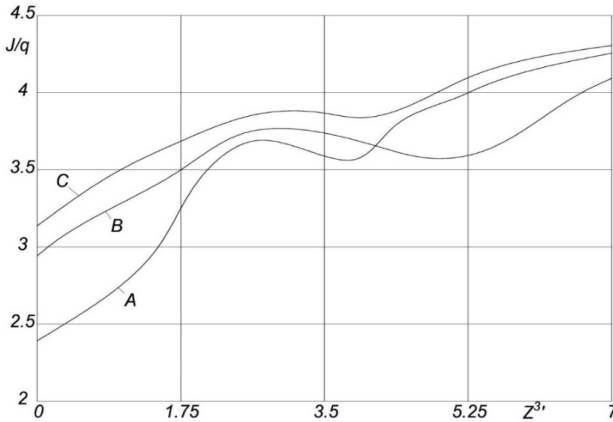


Fig. 5. The intensity curves of the tangential stresses along the length of the product

As we can see, the maximum level of intensity at all points under consideration is achieved in the cross section lying in the plane of symmetry on the side of the bell. Since at this yield strength plastic deformations will develop at $J/q = 4$, we can predict the presence of three zones of plasticity.

Since the highest intensity of tangential stresses takes place on the inner contour of the object (points A and C) to determine the dangerous area, we construct the distribution of the intensity of tangential stresses in a circle (Fig. 6). The diagram has two pronounced maxima and according to the elastic calculation we can assume the presence of two zones of plasticity that pose a danger - one in the central part of the cylindrical section, the other - near the rigid foundation.

To clarify the information obtained, the calculation of casing detail in the elastic-plastic setting was given.

The results of solving the problem in the elastic-plastic formulation are presented in the form of isolines of plastic deformations in Fig. 7, 8. As expected, in the process of deformation there are three zones of plasticity, two of which are located on the inner surface - in the central part of the cylindrical section (near point A) and in the area of rigid foundation (near point C), and one on the outer contour in the area of the joint of the filler and the rectilinear section (point B). Although zones A have a sufficient length along $Z^{3'}$ and capture the length of most of the bell, their intensity is small and in the maximum range does not exceed 0.15%. The zone of plasticity in the area of fixing the flange on the frame, the length of which exceeds the length of the

bell, is dangerous. Zone *C* is close to the clamped corner of the flange and the maximum intensity in this area is 0.5%.

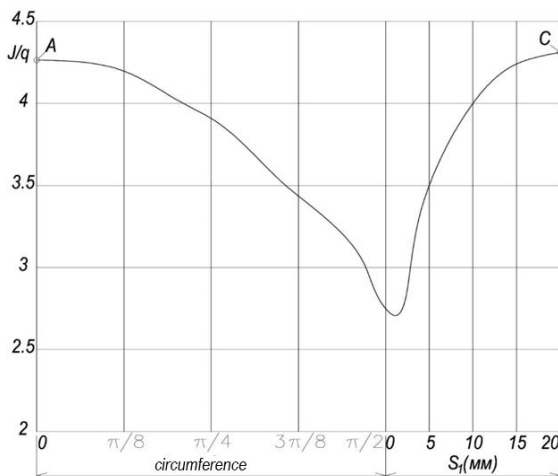


Fig. 6. Distribution of the intensity of tangential stresses in a circle

Thus, the assessment of the load-bearing capacity of the structure, carried out on the basis of elastic calculation, allowed only to determine the areas of occurrence of plastic zones. Detection of the dangerous zone of plastic deformations is possible only with the help of elastic-plastic solution.

One of the ways to reduce plastic deformations in the area of fastening is to increase the geometric dimensions of the flange. Consider the stress-strain state of a casing with a flange $2h$ thick. The dimensions of the cross section of the thickened flange and the option of dividing it into finite elements are shown in Fig. 4(b). In this case,

there are also three zones of plasticity. The length along Z^3 and the maximum intensity of plastic deformations in regions *A* and *B* for the body with a thickened flange (Fig. 8) differ slightly from those previously obtained with a flange of thickness h . In what follows, we distinguish between flange № 1 and flange № 2 with thickness h and $2h$, respectively. In the area near the rigid foundation, the intensity of plastic deformation for the casing detail with a flange № 2 is more than 3 times lower than in the presence of a thin flange and is 0.15%.

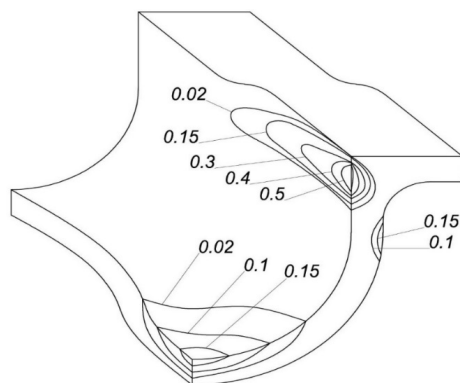


Fig. 7. Isolines of plastic deformations

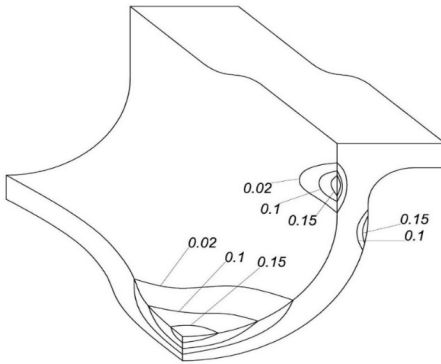


Fig. 8. Isolines of plastic deformations

It is also of interest to compare the nature of the stress change along the inner and outer contours of the section, which lies in the plane of symmetry on the side of the bell, which achieves the maximum level of plastic deformation.

The distribution of ring stresses on the inner and outer contours of the part is shown in Fig. 9, 10 respectively.

On Fig. 9 diagram $\sigma^{2'2'}$ are denoted by the number 1, and the number 2 - graphs of tangential stresses, which reach a significant value in the area of rigid clamping. At the junction of cylindrical and rectilinear sections on the inner surface there is a marked decrease in the value of $\sigma^{2'2'}$, and on the outer - an increase. It should be noted that the flange thickness has little effect on the distribution of both normal and tangential stresses on cylindrical surfaces.

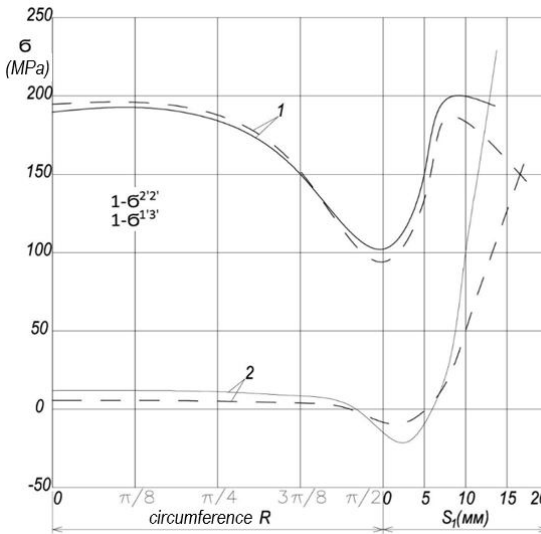


Fig. 9. Distribution of annular stresses along the inner contour of the detail

Thickening of the flange causes a decrease in $\sigma^{2'2'}$ and $\sigma^{3'1'}$ in the region of their maximum values on the inner circuit and some increase in compressive ring stresses in the area of braking. In general, the use of the flange № 2 did

not lead to any significant change in the picture of the stress-strain state in areas not adjacent to the rigid foundation.

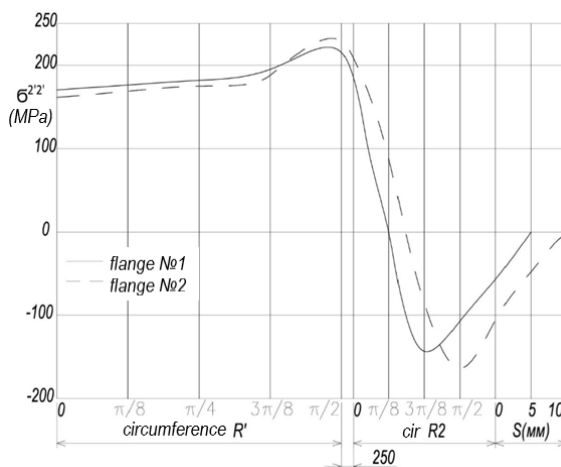


Fig. 10. Distribution of annular stresses along the outer contour of the detail

Conclusion. Thus, the thickening of the flange has reduced the intensity of plastic deformations in the hazardous area and with this design solution, the maximum level of plastic deformations for all three zones of plasticity is the same. It should also be noted that the use of a thickened flange allowed to localize the zone of plasticity and its length in this case does not exceed half the length of the bell.

In this case, the additional cost of material for the manufacture of thickened flange is fully justified. This reduces the level of plastic deformations and stresses in the hazardous area and ensures the extension of the service life of the casing detail.

REFERENCES

1. *Bazhenov V.A.* Convergence of the finite element method and the semi-analytical finite element method for prismatic bodies with variable physical and geometric parameters / V.A. Bazhenov, M.V. Horbach, I.Yu. Martyniuk, O.V. Maksymiuk // *Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-&-Technical collected articles*– 2021. – No. 106. – PP. 92-104.
2. *Bazhenov V., Pyskunov S., Solodei I.* Continuum mechanics: Semi-analytical finite element method. - Cambridge Scientific Publisher, 2019. - 236 p.
3. *Bazhenov V.A., Pyskunov S.O., Shkrii O.O.* Napivanalitichnyi metod skinchenykh elementiv u zadachakh ruinuвання til z trishchynamy (Semi-analytical finite element method in problems of bodies with crack). – Kyiv, 2017. – 206 p.
4. *Chen M.J., Them L.G., Cheung Y.K.* Analysis of Thin Parallelogram Plates Bending by Spline-finite-strip Method // *Иньюн мусюэ хелисюэ, Appl. Math. and Mech.* – 1984. – v.5 – N 6. – P.755-764.
5. *Chernyak A.M.* To the calculation of physically and geometrically nonlinear cylindrical shells and plates by the finite strip method//In the book.: *Research of Structural Mechanics and Structural Engineering.* – Tomsk: Tomsk University Publishing House. – 1984. – P.22-26.
6. *Cheung Y.K.* Static and Dynamic Behavior of Rectangular Plates Using Higher Order of Finite Strips // *Build Sci.* – 1972 – v.7 – N 3 – P.151-158.

7. *Cheung Y.K., Tham L.G., Li W.Y.* Application of Spline-Finite-Strip Method in the Analysis of Curved Slab Bridge // Proc. Inst. Civ. Eng. – 1986. – v.81 – March – P.111-124.
8. *Davidyanis T.R.* The numerical studies of bridge structures from non-linearly deformable elements // Highways and road construction. – 1984. – v.34. – P.58-60.
9. *Filonenko-Borodich M.M.* On a certain system of functions and its application in the theory of elasticity // Prikl. Mat. Mekh. – T.Kh. – v.2. – 1946. – P. 97-104.
10. *Horvay G.* The End Problem of Rectangular Strips // J. Appl. Mech.–1953.–v.20–N 1–P.57-69.
11. *Huliar O.I.* Universalnyi pryzmatychnyi skinchenyi element zahalnoho typu dla fizychno i heometrychno neliniinykh zadach deformuvannya pryzmatychnykh til (Universal prismatic finite element of general type for physically and geometrically nonlinear problems of deformation of prismatic bodies) / O.I. Huliar, Yu.V. Maksymyuk, A.A. Kozak, O.V. Maksymyuk // Building constructions. Theory and Practice. – 2020. – No. 6. – PP. 72–84.
12. *Ivanchenko G.M.* Derivation of formulas for calculation of nodal reactions and coefficients of matrix rigidity of a finite element on the basis of representation of transmission / G.M. Ivanchenko, Yu.V. Maksymyuk, A.A. Kozak, I.Yu. Martyniuk // Management of Development of Complex Systems: Scientific-&Technical collected articles – Kyiv: KNUBA, 2021. – Issue 46 – P. 55-62.
13. *Lantukh-Lyashchenko A.I.* Discrete continuum model of multilayer shallow shells and plates // Strength issues. – 1986. – № 7. – P.96-98.
14. *Li W.Y., Cheung Y.K., Tham L.C.* Spline-finite-strip Analysis of General Plates // J. Eng. Mech. – 1986. v.112 – N 1–P.43-54.
15. *Maksymyuk Yu.V.* Basic relations for physically and geometrically nonlinear problems of deformation of prismatic bodies (Основні співвідношення для фізично і геометрично нелінійних задач деформування призматичних тіл) / Yu.V. Maksymyuk, S.O. Pyskunov, A.A. Shkrlil, O.V. Maksymyuk // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-&Technical collected articles – 2020. – No. 104. – PP. 255–264.
16. *Maksymyuk Yu.V.* Features of derivation of formulas for calculation of nodal reactions and coefficients of matrix of rigidity of a finite element with averaged mechanical and geometrical parameters / Yu.V. Maksymyuk, A.A. Kozak, I.Yu. Martyniuk, O.V. Maksymyuk // Building constructions. Theory and Practice. – 2021. – Issue 8. – P. 97–108.
17. *Maksymyuk Yu.V.* Nodal reactions and coefficients of the stiffness matrix of a finite element based on the representation of displacements by polynomials / Yu.V. Maksymyuk, A.A. Skril', I. Martyniuk, V.V. Buchko // Building constructions. Theory and Practice. – 2021. – Issue 9. – P. 54–62.
18. *Maksymyuk Yu.V.* Alhorytm rozv'язannia systemy liniinykh ta neliniinykh rivnian napivanalitichnym metodom skinchenykh elementiv dla kryvoliniinykh neodnorodnykh pryzmatychnykh til (Algorithm for solving a system of linear and nonlinear equations by the semianalytic finite element method for curvilinear inhomogeneous prismatic bodies) / Yu.V. Maksymyuk, M.V. Honcharenko, I.Yu. Martyniuk, O.V. Maksymyuk // Building constructions. Theory and Practice. – 2020. – Vyp. 7. – S. 101–108.
19. *Mikhlin S.G.* The numerical performance of variational methods.–M.:The science, 1966.–432 p.
20. *Them L.G., Li W.Y., Cheung Y.K., Chen M.J.* Bending of Shew Plates by Spline-finite-strip Method // Comput. and Struct. – 1986. – v.22 – N 1 – P.31-38.
21. *Vorona Y.V.* Reliability of results obtained by semi-analytical finite element method for prismatic bodies with variable physical and geometric parameters / Y.V. Vorona, Yu.V. Maksymyuk, I.Yu. Martyniuk, O.V. Maksymyuk // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-&Technical collected articles – Kyiv: KNUBA, 2021. – Issue 107. – P. 184-192.

Стаття надійшла 22.05.2022

Максим'юк Ю.В., Чуприна Ю.А., Козак О.В., Мартинюк І.Ю., Максим'юк О.В.

ДОСЛІДЖЕННЯ ВПЛИВУ ТОВЩИНИ ФЛАНЦЯ НА ХАРАКТЕР РОЗВИТКУ ЗОН ПЛАСТИЧНОСТІ В КОРПУСНІЙ ДЕТАЛІ

В роботах [11, 15, 18] реалізовано розв'язувальні співвідношення та алгоритм методу блочних ітерацій розв'язання лінійних і нелінійних рівнянь напіваналітичним методом скінчених елементів для криволінійних неоднорідних призматичних тіл. У роботі [1] виконано чисельне дослідження збіжності розв'язання, розглянуто широке коло тестових задач для тіл з плавно і стрибкоподібно мінливими фізичними та геометричними характеристиками в пружній та пружно-пластичній постановці. В [21] для підтвердження достовірності одержуваних

результатів на основі напіваналітичного методу скінчених елементів, показано ефективність застосування даного підходу для розрахунку криволінійних неоднорідних призматичних об'єктів. Розв'язання контрольних задач теорії пружності, термопружності та термопластичності, а також задач формозміни дає можливість зробити висновок про достовірність результатів дослідження виділеного класу об'єктів на базі розробленої методики та реалізує її пакет прикладних програм.

В даній роботі використовуючи методику викладену в наведених вище роботах було виконано чисельний аналіз напружено-деформованого стану просторового об'єкту, а саме дослідження впливу товщини фланця на характер розвитку зон пластичності в корпусній деталі. Слід відзначити, що застосування потовщеного фланця дозволило локалізувати зону пластичності і її довжина в цьому випадку не перевищує половини довжини розтруба. У цьому випадку додаткова витрата матеріалу на виготовлення потовщеного фланця цілком виправдана. Це призводить до зниження рівня пластичних деформацій та напружень у небезпечній області та забезпечує продовження терміну служби корпусної деталі.

Ключові слова: метод скінчених елементів (МСЕ), напіваналітичний метод скінчених елементів (НМСЕ), напружено-деформований стан, пружне та пружно-пластичне деформування, криволінійні призматичні тіла, фланець, зони пластичності, корпусна деталь.

Maksymyuk Yu.V., Chuprina Yu.A., Kozak O.V., Martyniuk I.Yu., Maksymyuk O.V.

INVESTIGATION OF THE INFLUENCE OF FLANGE THICKNESS ON THE NATURE OF DEVELOPMENT OF PLASTIC ZONES IN THE CASING DETAIL

In papers [11, 15-18] the solution relations and the algorithm of the method of block iterations of solving linear and nonlinear equations by the semi-analytic finite element method for curvilinear inhomogeneous prismatic bodies are realized. In paper [1], a numerical study of the convergence of solutions was performed, and a wide range of test problems for bodies with smoothly and abruptly changing physical and geometric characteristics in elastic and resilient-plastic formulation was considered. In paper [21], to confirm the reliability of the results obtained on the basis of the semi-analytical finite element method, the effectiveness of this approach for the calculation of curvilinear inhomogeneous prismatic objects is shown. Solving control problems of the theory of elasticity, thermoelasticity and thermoplasticity, as well as problems of shape change makes it possible to draw conclusions about the reliability of the results of the study of a selected class of objects based on the developed methodology and implements its application package.

In this work, using the method described in the above works, a numerical analysis of the stress-strain state of a spatial object was performed, namely the study of the influence of flange thickness on the nature of the development of plasticity zones in the casing detail. It should be noted that the use of a thickened flange allowed to localize the zone of plasticity and its length in this case does not exceed half the length of the bell. In this case, the additional cost of material for the manufacture of thickened flange is fully justified. This reduces the level of plastic deformations and stresses in the hazardous area and prolongs the life of the casing detail.

Keywords: finite element method (FEM), semi-analytical finite element method (SAFEM), stress-strain state, elastic and elastic-plastic deformation, curvilinear prismatic bodies, flange, plasticity zones, the casing detail.

УДК539.375

Максим'юк Ю.В., Чуприна Ю.А., Козак О.В., Мартинюк І.Ю., Максим'юк О.В. Дослідження впливу товщини фланця на характер розвитку зон пластичності в корпусній деталі. // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – Київ: КНУБА, 2022. – Вип. 108. – С. 97-106.

В даній роботі, використовуючи методику викладену в попередніх роботах, було виконано чисельний аналіз напружено-деформованого стану просторового об'єкту, а саме дослідження впливу товщини фланця на характер розвитку зон пластичності в корпусній деталі.

Лл. 10. Бібліогр. 21 назв.

UDC539.375

Maksymyuk Yu. V., Chuprina Yu. A., Kozak O. V., Martyniuk I. Yu., Maksymyuk O. V. Investigation of the influence of flange thickness on the nature of the development of zones of plasticity in casing detail // Resistance of materials and theory of structures: scientific and technical collection. – Kyiv: KNUBA, 2022. – Issue. 108. – P. 97-106.

In this work, using the method described in previous works, a numerical analysis of the stress-strain state of a spatial object was performed, namely the study of the influence of flange thickness on the nature of the development of zones of plasticity in the casing detail.

Fig. 10. Ref. 21.

УДК 539.375

Максимюк Ю.В., Чуприна Ю.А., Козак А.В., Мартинюк І.Ю., Максимюк О.В. Исследование влияния толщины фланца на характер развития зон пластичности в корпусной детали// Сопротивление материалов и теория сооружений: науч.-тех. сборн. – К.: КНУСА, 2022. – Вып. 108. – С. 97-106.

В данной работе, используя ранее изложенную методику, был выполнен численный анализ напряженно-деформированного состояния пространственного объекта, а именно исследование влияния толщины фланца на характер развития зон пластичности в корпусной детали.

Ил. 10. Библиогр. 21 назв.

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): професор, доктор технічних наук, професор кафедри будівельної механіки КНУБА Максим'юк Юрій Всеволодович.

Адреса: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, кафедра будівельної механіки.

Робочий тел.: +38(044) 241-55-38

E-mail: maksymyuk@ukr.net

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-5814-6227>

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): доктор економічних наук, професор кафедри менеджменту в будівництві КНУБА Чуприна Юрій Анатолійович

Адреса: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, кафедра менеджменту в будівництві

Мобільний тел.: +38(063) 7487486

E-mail: chupryna_yura@ukr.net

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-4934-2058>

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, доцент кафедри залізобетонних і кам'яних конструкцій КНУБА Козак Олександр Володимирович.

Адреса: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, кафедра залізобетонних і кам'яних конструкцій.

Мобільний тел.: +38(095) 441-24-17

E-mail: oleksandr.kozak@zetis.biz

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-0025-6554>

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, докторант кафедри будівельної механіки КНУБА Мартинюк Іван Юрійович.

Адреса: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, кафедра будівельної механіки.

Мобільний тел.: +38(096) 068-00-29

E-mail: ivan.martinyuk@gmail.com

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0001-7957-2068>

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): аспірант Київського національного університету будівництва і архітектури Максим'юк Олександр Всеволодович.

Адреса: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, кафедра будівельної механіки.

Мобільний тел.: +38(067) 306-17-81.

E-mail: sashamaksymiuk@gmail.com

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-2367-3086>

UDC 539.3

COMPARATIVE ANALYSIS OF NONLINEAR DEFORMATION AND BUCKLING OF THIN ELASTIC SHELLS OF STEP-VARIABLE THICKNESS

O.P. Krivenko,

Candidate of Science (Engineering)

Yu.V. Vorona,

Candidate of Science (Engineering)

*Kyiv National University of Construction and Architecture
31, Povitroflotsky ave., Kyiv, Ukraine, 03037*

DOI: 10.32347/2410-2547.2022.108.107-118

A comparative analysis of finite element models and methods for solving complex problems of geometrically nonlinear deformation, buckling and post-buckling behavior of thin shells of stepwise variable thickness is carried out. An approach based on the use of the moment scheme of finite elements is considered. The features of using the software suite LIRA and integrated software system SCAD for solving the assigned problems are also provided. Thin and medium thickness shells are considered. They can have different geometric features in thickness and be under the action of static thermomechanical loads. A technique for solving these problems with the help of an efficient refined approach is presented. The technique is based on the general methodological positions of the three-dimensional theory of thermoelasticity and the use of the finite element moment scheme. With this approach, the approximation through the shell thickness is carried out by a single universal spatial finite element. The element can be modified in different portions of the shell with a step-variable thickness. It can be located eccentrically relative to the middle surface of the casing and can change its dimensions in the direction of the shell thickness. Such a unified approach made it possible to create a unified designed finite element model of a shell of an inhomogeneous geometric structure under the combined action of a thermomechanical load. A comparative analysis of the application of three finite element approaches for problems of geometrically nonlinear deformation and buckling of shells of stepwise variable thickness is carried out.

Key words: flexible shell, step-variable thickness, thin inhomogeneous shell, universal spatial finite element, finite element moment scheme, geometrically nonlinear deformation, buckling, post-buckling behavior, thermomechanical load.

Introduction

Shells as flexible thin-walled elements of increased strength are widely used in various engineering structures in many industries. Therefore, the problems of analyzing the behavior of thin elastic shells have a long history and currently continue to arouse great and constant interest. In recent decades, the number of works on the subject has increased significantly [1–20]. Much attention is paid to the study of elastic shells of stepwise-variable thickness, in particular, thin shells reinforced with ribs [1-6, 8-9, 12, 15, 16]. Much less research is devoted to the consideration of shells with different types of weakening [1-2, 4, 5, 12, 19, 20]. Shell structures are usually subjected to various operational loads, including thermomechanical ones. It should be noted that common algorithms for studying the nonlinear deformation and stability of shell structures with stepwise thickness are not sufficiently developed in the known software suites. Due to their complexity and possible ambiguity of the

obtained results, obtaining solutions for this class of problems is difficult to implement in the form of a standard computational procedure.

The development of approaches to solving this problem took place in parallel with the progress in the field of computer technology. Modern methods for studying the strength, stability and vibrations of the responsible shell elements of structures under complex thermomechanical loads are presented, in particular, in [1-9]. The most significant developments are the creation of a finite element method for studying the processes of nonlinear deformation, buckling, post-buckling behavior and oscillations of a wide class of thin and medium-thickness elastic shells of complex shape and structure under the complex mechanical and thermal loads. The method is based on the unified methodological positions of the 3D geometrically nonlinear theory of thermoelasticity and the use of the finite element moment scheme (FEMS).

1. Technique for solving geometrically nonlinear problems of deformation and buckling of inhomogeneous shells using the FEMS

A finite element method for studying geometrically nonlinear deformation, buckling, post-buckling behavior and vibrations of elastic shells of various shapes and structures under the static action of thermomechanical loads has been developed from the unified standpoint of the 3D geometrically nonlinear theory of thermoelasticity [1, 2]. A model of a linearly elastic continuous medium subject to the generalized Duhamel-Neumann law has been used. Large displacements but small deformations are assumed.

The finite element moment scheme developed and theoretically substantiated by A.S. Sakharov [21] has been applied. The FEMS is extended to problems of geometrically nonlinear deformation of thin shells of stepwise-variable thickness under the action of thermomechanical loads [1-2, 5-6]. Approximations of displacements and deformations within finite elements (FE) are coordinated according to the FEMS. This approach guarantees the correct consideration of rigid body motion, which increases the convergence and accuracy of the solutions obtained for sparse meshes. The temperature field in the volume of the shell is considered to be a known function of coordinates independent of the stress-strain state [1-2]. The temperature distribution over the thickness of the shell because of its thinness is assumed to be linear.

A thin shell is considered as a three-dimensional body and is modeled in thickness by one isoparametric spatial FE with multilinear shape functions. The FE is universal. It can be eccentrically displaced relative to the middle surface of the shell casing, can change its dimensions in the thickness direction, modeling ribs and cavities. The casing of a shell is understood as the body of the shell without stepped features. The universal FE has additional variable parameters. Varying the values of these additional FEs' parameters makes it possible to model a wide class of shells with geometric features along the thickness according to a unified methodology. Thanks to this approach, the volume of finite elements with ribs, cover plates, channels and cavities, located eccentrically with respect to the middle surface of the shell, is accurately modeled. The examples of modeling shells of stepwise variable thickness by

the universal FE are schematically shown in Fig. 1 (for the shell with 'ribs') and Fig. 2 (for the shell with 'cavities').

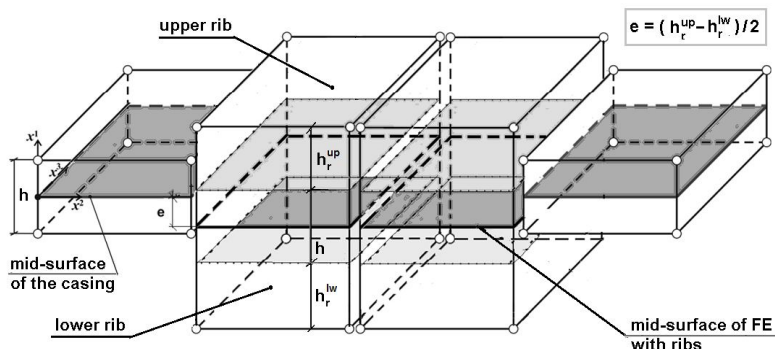


Fig. 1. Modeling a shell portion with 'ribs' by the universal FE

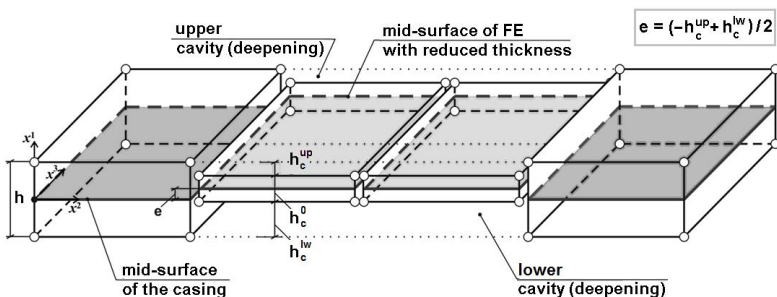


Fig. 2. Modeling a shell portion with 'cavities' by the universal FE

Features of the stress-strain state of a thin inhomogeneous shell are taken into account by using two non-classical hypotheses: (i) the static hypothesis which assumes that the compressive stresses in the fibers throughout the shell thickness are constant; and (ii) the kinematic hypothesis of deformed straight line. The use of the first hypothesis does not deprive the stress state of an inhomogeneous shell of its three-dimensional properties. The latter hypothesis makes it possible to perform the docking of spatial FEs in the process of deformation without violating the compatibility in terms of coordinates and displacements, as well as to simulate in a natural way sharp bends in the mid-surface, slopes of the walls of ribs, recesses and holes. In the thickness direction, the distribution of displacements is assumed to be linear as it is accepted in the theory of thin shells [22]. The nodal displacements on the bounding surfaces of the finite element shell model, defined in the global Cartesian coordinate system, are taken as unknown. To improve the convergence of solutions for thin shells, the set of displacements of nodal points on the middle surface of the FE and the difference of nodal displacements on its bounding surfaces are usually taken as resolving functions [1, 2]. The algorithm for constructing a system of resolving equations

for a finite element model of a shell with a stepped thickness always requires transformation of the corresponding matrices of the modified FE relative to the reference surface [1, 2]. The mid-surface of the shell's casing is taken as a single reference surface.

The implementation of the nonlinear stability problem is performed by a step-by-step algorithm that combines the parameter continuation method and the Newton-Kantorovich iterative procedure. Automated procedures have been developed for solving problems of nonlinear deformation, buckling, and post-buckling behavior of inhomogeneous shells with determination of branching points \bar{q}^* , the upper \bar{q}_{cr}^{up} and lower \bar{q}_{cr}^{lw} critical loads [1, 2].

2. The analysis of geometrically nonlinear buckling problems for shells with stepped thickness using LIRA and SCAD software

Two types of flat shell FE are applied to determine the stress-strain state of thin shells and plates with the help of the software package (SP) LIRA [23, 24] and the integrated software system (ISS) SCAD [25, 26]: (i) the triangular three-node FE No.342 and (ii) the quadrangular four-node FE No. 344. Finite elements have a constant thickness. FE nodes located on its middle surface have 6 degrees of freedom: three displacements u_1, u_2, u_3 and three rotations $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ relative to local Cartesian axes x_i .

2.1. Modeling of shell fragments with step-variable thickness in SP LIRA and ISS SCAD. Special elements are used in SP LIRA and ISS SCAD, when modeling the geometric features of shells in the form of eccentrically located elements of stepwise-constant thickness (ribs, overlays, channels and cavities). Two types of such elements are used in SP LIRA. These are the so-called 'absolutely rigid insertions' (ARIs) and 'absolutely rigid bodies' (ARBs) [23, 24]. ISS SCAD uses 'absolutely rigid (solid) bodies' (ARBs) [25, 26]. In all cases, this is an artificial technique. It is used to approximate the step change in the thickness of the shell and consider the eccentric location of its elements. The purpose of introducing these special elements is to set the kinematic connection of the corresponding nodal displacements.

2.1.1. 'Absolutely rigid insertions' of SP LIRA are used for attaching special elements nodes to the main structural nodes located on its middle surface in areas of the stepwise-constant thickness. Modeling of the shift (eccentricity) of the 'elastic part' of the FE is carried out with the help of the ARI too.

The 'elastic part' of the rigid insertion is understood as the FE of the corresponding constant thickness, shifted relative to the middle surface of the structure. The nodes of the 'rigid insertion' are tied to the middle surface of the original shell using kinematic relations. The use of the ARIs in the calculation model is schematically shown in Fig. 3 on the example of a shell portion with 'lower' and 'upper' deepening (cavities). A similar technique is used when modeling ribs and cover plates.

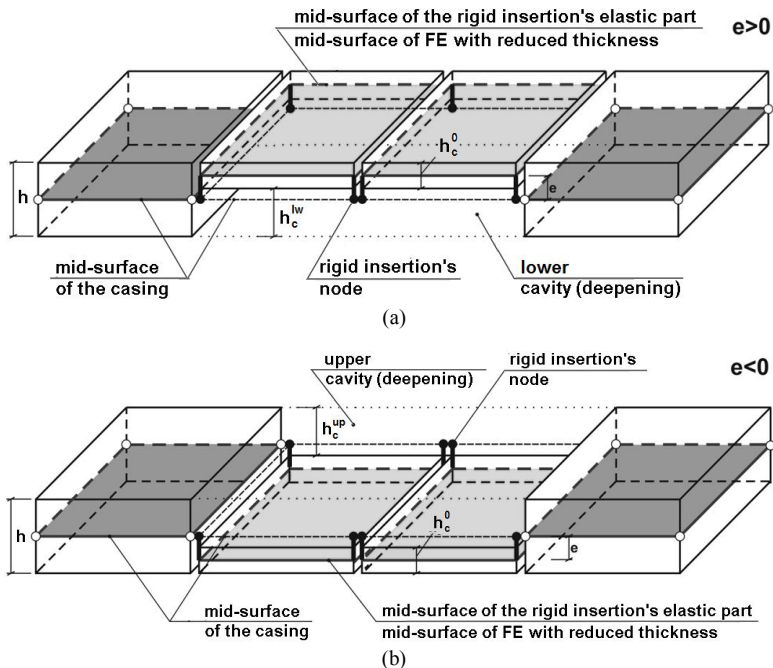


Fig 3. Modeling of step-variable shell thickness by 'absolutely rigid insertions' in SP LIRA (a) in a portion with a 'lower cavity'; (b) in a portion with the 'upper cavity'

2.1.2. 'Absolutely rigid bodies' of SP LIRA and of ISS SCAD are special (conditional) FEs of high rigidity. They are additionally introduced into the calculation model to connect the nodes of the middle surfaces of the casing and the eccentric element.

In general, the ARB can only be conditionally attributed to the concept of a finite element, since it, in fact, does not have the classical attributes of a FE (basis functions, finite element area, etc.) [24]. However, from an implementation point of view, the ARB fits into a finite element procedure. The ARB is a rigid connection between nodes of eccentrically located elements when modeling displacements. This FE has no number in SP LIRA and it has No. 100 in ISS SCAD. The use of the ARBs in the calculation model is schematically shown in Fig. 4 on the example of a shell portion with 'lower' and 'upper' deepening (cavities). A similar technique is used when modeling ribs and cover plates.

2.2. Algorithms for solving geometrically nonlinear problems in SP LIRA and ISS SCAD

In both software suites three step algorithms are implemented.

2.2.1. SP LIRA implements the following algorithms for solving the geometrically nonlinear stability problem:

(i) sequential loading method ('simple stepping'). The number of steps and the value of the load step are set by a user. It has the designation in the figures as '1. SL';

(ii) sequential loading method ('with automatic step selection'). The number of steps and its value are automatically selected by the algorithm ('2. SLA');

(iii) Newton-Raphson method ('step by step with the search for new shapes of equilibrium') implements the method of compensating loads. The buckling moment is fixed and the transition to a new stable branch of equilibrium is performed ('3. N-R').

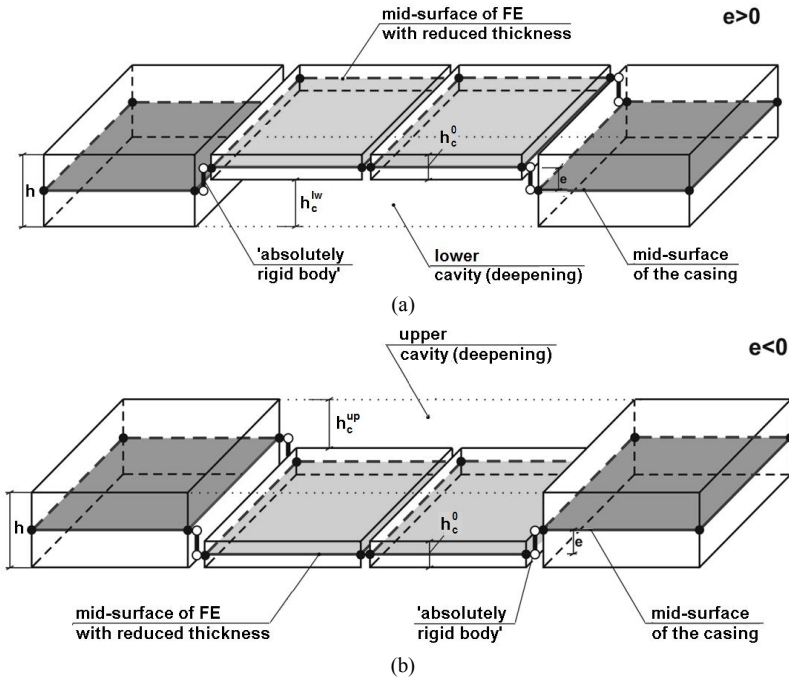


Fig 4. Modeling of step-variable shell thickness by 'absolutely rigid bodies' in SP LIRA and ISS SCAD (a) in a portion with a 'lower cavity'; (b) in the portion with the 'upper cavity'

The first two algorithms use a simple modification of the sequential loading method, where the calculation is performed until the system stiffness matrix degenerates. The branch points and the upper critical load do not differ. The solution of the problem of nonlinear deformation is realized either up to the branching point (\bar{q}^*) or up to the point of the upper critical load (\bar{q}_{cr}^{up}). The third algorithm implements the transition to a new stable branch. As studies have shown [4] it leads to a significant error.

2.2.2. The SCAD software also implements step-by-step algorithms for solving a geometrically nonlinear stability problem:

(i) sequential loading analysis ('simple stepping'). The number of steps and the value of each step of the load are set by a user ('1. SL');

(ii) Newton-Kantorovich method ('step-by-step with refinement'). The number of steps, the value of each step and the number of iterations are set ('2. N-K');

(iii) Newton-Raphson method ('step iterative'). The number of steps, the value of each step, the number of iterations are set ('3. N-R').

The ISS SCAD does not analyze the possible occurrence of a branch point.

3. Numerical examples

Documentation for SP LIRA and ISS SCAD has insufficiently complete descriptions of nonlinear algorithms. Therefore, the problems have been solved using each of the three programs.

3.1. A smooth spherical panel of constant thickness is considered. All nonlinear calculation algorithms have been investigated in order to evaluate them and select the most suitable one. The obtained solutions have been compared with the solutions obtained using the FEMS and those presented in the article [12].

We consider the panel that is square in plan (in the $x^2 x^3$ plane of the global Cartesian coordinate system), hinged along the contour and loaded with uniform normal pressure of intensity q . The research results are presented using dimensionless parameters $\bar{q} = a^4 q / (Eh^4)$, $\bar{u}^l = u^l / h$. The curvature of the panel is determined by the parameter $K = 2a^2 / (Rh) = 32$. The following values of the design parameters have been accepted: $a = 60h$ – panel size in plan, $R = 225h$ – radius, $h = 1$ cm – thickness, $E = 2.1 \cdot 10^6$ kg/cm², $\nu = 0.3$. The design fragment is a quarter of the panel with a finite element mesh of 30×30 elements.

Fig. 5 and Table show the comparison between results obtained using the described finite element algorithms (FEMS, SP LIRA, ISS SCAD) and results presented in [12] that are considered benchmark. As can be seen in Fig. 5 (a), all results of the comparison give complete agreement of the curves ' $\bar{q} - \bar{u}^l$ ' of the panel center in the sub-buckling domain.

Both variants of the sequential loading analysis (the '1. SL' and '1. SLA' methods of the SP LIRA) give a good match in terms of the value of the upper critical load \bar{q}_{cr}^{up} , where the solution of the problem ends (Fig. 5 (c), the point '*'). Newton-Raphson method ('3. H-P') implements the transition to a new stable equilibrium branch with a large error (Fig. 5 (a)). The sequential loading algorithm with automatic step selection ('2. PNA') leads to acceptable results.

All SCAD algorithms allow switching to a new stable branch of equilibrium. Sequential loading approach ('1. PS') performs the transition to the post buckling branch with a large error that occurs when calculating the value \bar{q}_{cr}^{up} (Fig. 5 (d)). This problem is solved quite accurately by the algorithms using Newton-Kantorovich method ('2. N-K') and Newton-Raphson method ('3. H-R') (Fig. 5 (a), (d)).

The equilibrium shapes of the deformed panels in the subcritical and post buckling domains have a simple form and are in good agreement when using all the software suites. The Fig. 5 (b) shows the shapes of the middle surface of the shells in the vicinity of the upper critical load.

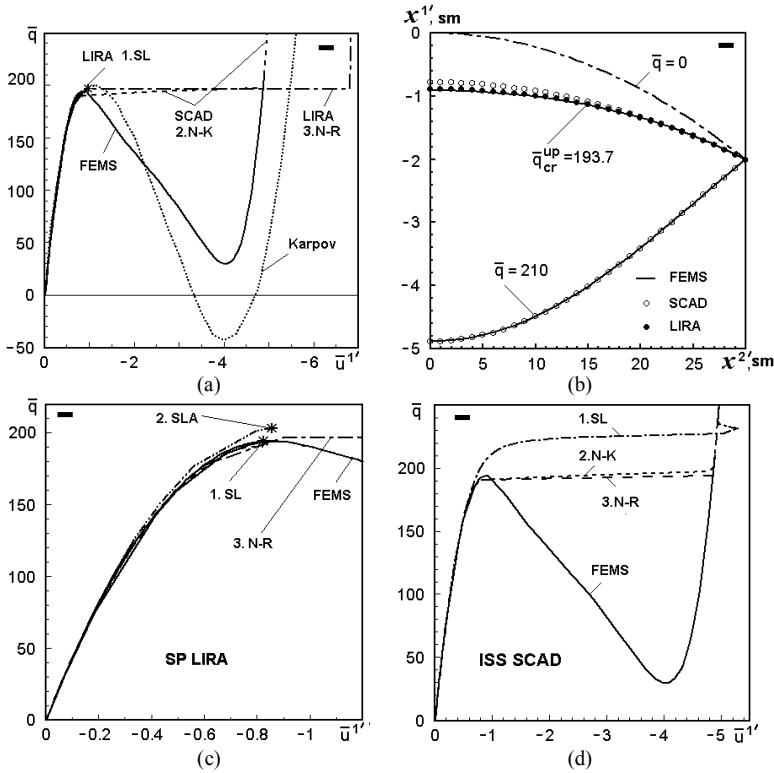


Fig. 5

Table

Solution method (Algorithm)		\bar{q}_{cr}^{up}	$\Delta, \%$	\bar{u}_{cr}^{1up}	$\Delta, \%$
Karpov V.V. [12]		200	0	1.1250	0
FEMS	N-K [1,2]	193.7	-3.15	0.9125	-18.89
	\bar{q}^*	192.6		0.8888	
SP LIRA	1. SL (\bar{q}^*)	194.1	-2.95	0.8796	-21.81
	2. SLA (\bar{q}^*)	202.8	1.40	0.8580	-23.73
	3. N-R (\bar{q}^*)	196.4	-1.80	0.9013	-19.88
ISS SCAD	1. SL	-	-	-	-
	2. N-K	190.2	-4.90	0.7729	-31.30
	3. N-R	190.2	-4.90	0.7730	-31.29

3.2. Analysis of the stability of shells with stepped-variable thickness is illustrated using the problem of deformation of a panel weakened by four crisscrossed channels [4]. The shell with the same parameters as in the previous problem is considered. The channels are located symmetrically on the inner and outer sides of the shell. Two types of channels are considered. Narrow

channels have a width $b_c = 2h$ and a total depth $h_c = 0.3h$. Wide channels have such parameters: $b_c = 6h$, $h_c = 0.7h$. The design fragment is a quarter of the panel with a mesh of 30×30 finite elements.

To approximate channels, 'absolutely rigid insertions' are used in SP LIRA, and 'absolutely rigid bodies' in ISS SCAD. Method '2. SLA' in SP LIRA is used to solve the nonlinear stability problem. Newton-Kantorovich method '2. N-K' is used in ISS SCAD. Comparison of the results with the solution obtained using FEMS is carried out.

All curves 'load-displacement' obtained using FEMS, SP LIRA and ISS SCAD completely coincide in the subcritical region and in the zone of the upper critical load (Fig. 6, Fig. 7).

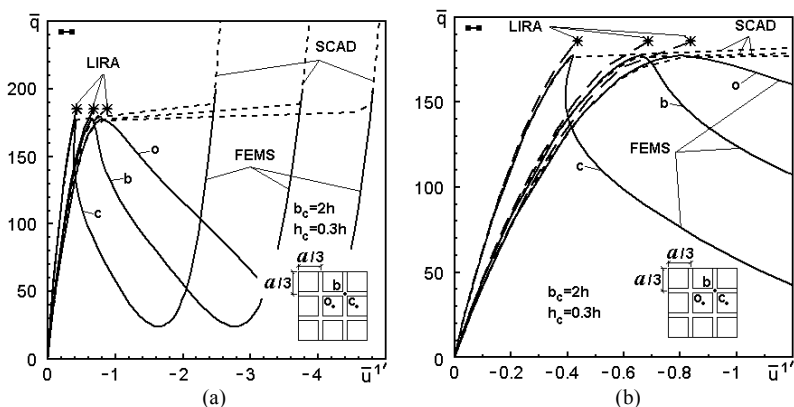


Fig. 6

Changing the width and depth of the channels significantly affects the results. For panels with narrow channels (see Fig. 6), the discrepancy between the value obtained by FEMS and SP LIRA is 4.45% while in the case of using ISS SCAD it is -0.73%. For panels with wide channels (see Fig. 7), the discrepancy is 2.43% when ISS SCAD is used. SP LIRA stopped calculations at the branch point \bar{q}^* . The branch point \bar{q}^* has been also detected by FEMS. The discrepancy of the results at the branch point is -1.83%. In this case, the SP LIRA takes the branch point as the upper critical load. This load is -11.2% lesser than critical one. The difference between the deformation shapes is shown in Fig. 7b for the panel with wide channels.

Conclusions

Three methods for studying geometrically nonlinear deformation, buckling, and post-buckling behavior of thin elastic shells of complex shape and structure under the action of static loads are presented and analyzed. The methods are intended for the calculation of shell structures, which may have ribs, cover plates, channels, cavities, holes, breaks of the middle surface. An approach based on the use of the finite elements moment scheme is considered.

The features of using the software suites LIRA and SCAD for solving the assigned problems are provided too.

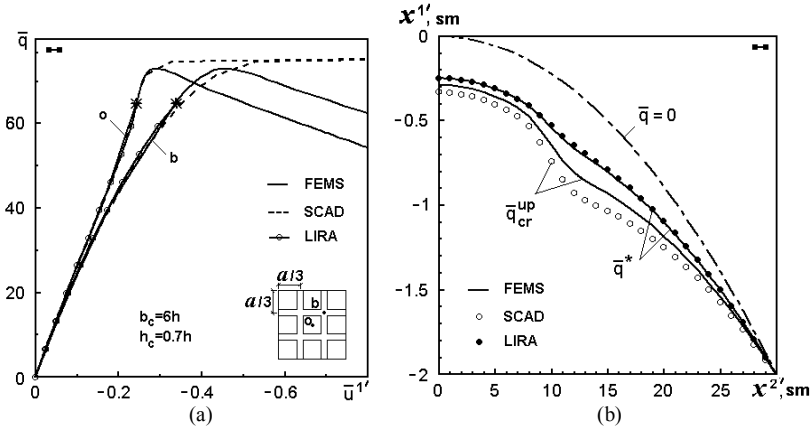


Fig. 7

The performed investigations of nonlinear deformation and buckling of inhomogeneous shells confirm the reliability of the solutions obtained by the FEMS, software suites LIRA and SCAD.

REFERENCES

1. *Bazhenov V.A., Krivenko O.P., Solovei M.O.* Nonlinear deformation and buckling of elastic shells with inhomogeneous structure (Nelineine deformuvannya ta stiikest pruzhnykh obolonok neodnorodnoi struktury). – Kyiv: ZAT Vipol, 2010. – 316 p. ISBN: 978-966-646-097-7 (in Ukrainian).
2. *Bazhenov V.A., Krivenko O.P., Solovei N.A.* Nonlinear deformation and stability of elastic shells of an inhomogeneous structure: Models, methods, algorithms, poorly-studied and new problems (Nelineynoe deformirovanie i ustoychivost uprugih obolochek neodnorodnoy struktury: Modeli, metody, algoritmy, maloizuchennyye i novyye zadachi). – M.: Knizhnyiy dom LIBROKOM, 2013. – 336 s. ISBN: 978-5-397-03500-2 (in Russian).
3. *Bazhenov V.A., Solovei N.A., Krivenko O.P.* Modeling of Nonlinear Deformation and Buckling of Elastic Inhomogeneous Shells // *Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected*. K.: KNUBA, 2014. – Issue 92. – P.121-147. DOI: 10.5862/MCE.53.6.
4. *Solovei N.A., Krivenko O.P., Malygina O.* Finite element models for the analysis of nonlinear deformation of shells stepwise-variable thickness with holes, channels and cavities // *Magazine of Civil Engineering*, 2015. – No. 1. – P 56-69. DOI: 10.5862/MCE.53.6 (in Russian).
5. *Bazhenov V.A., Krivenko O.P.* Buckling and Natural Vibrations of Thin Elastic Inhomogeneous Shells. Saarbrücken, Deutschland: LAP LAMBERT Academic Publishing, 2018. – 97 p. ISBN: 978-613-9-85790-6.
6. *Bazhenov V.A., Krivenko O.P.* Buckling and vibrations of elastic inhomogeneous shells under thermo-mechanical loads (Stiikest i kolyvannya pruzhnykh neodnorodnykh obolonok pry termosylovykh navantazhenniakh). – Kyiv: Karavella, 2020. – 187 p. ISBN: 978-966-8019-85-2 (in Ukrainian).
7. *Bazhenov V.A., Krivenko O.P., Vorona Yu.V.* Effect of heating on the natural vibrations of thin parabolic shells // *Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles*. – K.: KNUBA, 2019. – Issue 103. – P. 3-16. DOI: 10.32347/2410-2547.2019.103.3-16
8. *Bazhenov V.A., Krivenko O.P.* Buckling and vibrations of the shell with the hole under the action of thermomechanical loads // *Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles* – Kyiv: KNUBA, 2020. – Issue 104. – P. 136-146. DOI: 10.32347/2410-2547.2020.104.136-146

9. *Krivenko O.P., Vorona Yu.V.* Finite element analysis of nonlinear deformation, stability and vibrations of elastic thin-walled structures // *Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles*. – K.: KNUBA, 2021. – Issue 107. – P. 20-34.
10. *Reddy J.N.* *Theory and Analysis of Elastic Plates and Shells*. Second Edition. CRC Press. 2006. 568 p.
11. *Golovanov A.I., Tyuleneva O.N., Shigabutdinov A.F.* Finite element method in statics and dynamics of thin-walled structures (Metod konechnykh elementov v statike i dinamike tonkostennykh konstruksiy). – M.: FIZMATLIT, 2006. – 392 p. (in Russian).
12. *Karpov V.V.* Strength and buckling of reinforced shells of rotation. Part 2. Computational experiment with static mechanical action (Prochnost i ustoychivost podkreplennykh obolochek vrascheniya. Ch. 2. Vyichislitelnyy eksperiment pri staticheskom mehanicheskom vozdeystvii). – M.: FIZMATLIT, 2011. – 248 p. (in Russian).
13. *Chapelle D., Bathe K.J.* *The finite element analysis of shells – Fundamentals*. Series: Computational fluid and solid mechanics. Berlin; Heidelberg: Springer, 2011. – 410 p.
14. *Hutchinson J.W., Thompson J.M.T.* Nonlinear Buckling Interaction for Spherical Shells Subject to Pressure and Probing Forces. *J. Appl. Mech.*, 2017. 84(6). 061001.
15. *Podvornyi A.V., Semenyuk N.P., Trach V.M.* Stability of Inhomogeneous Cylindrical Shells Under Distributed External Pressure in a Three-Dimensional Statement. *Int. Appl. Mech.* 2017. 53. P.623–638.
16. *Karpov V.V., Semenov A.A.* Mathematical models and algorithms for studying the strength and buckling of shell structures (Matematicheskie modeli i algoritmy issledovaniya prochnosti i ustoychivosti obolocheknykh konstruksiy) // *Siberian J. of Industrial Mathematics*, 2017. - V.20, No. 1. – P. 53–65. (in Russian).
17. *Cinefra M.* Formulation of 3D finite elements using curvilinear coordinates. *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, 2020. P.1-10.
18. *Gureeva N.A., Klochkov Yu.V., Nikolaev A.P., Yushkin V.N.* Stress-strain state of shell of revolution analysis by using various formulations of three-dimensional finite elements. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, 2020. 16(5). P. 361–379.
19. *Okhten I.O., Lukianchenko O.O.* Some aspects of consideration of initial imperfections in the calculations of stability of thin-walled elements of open profile // *Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles*. – K.: KNUBA, 2021. – Issue 106. – P. 122-128.
20. *Yakupov N. M., Kiyamov H. G. & Mukhamedova I. Z.* Calculation of the Fragments Toroidal Shell with Local Internal Deepening // *Lobachevskii J. Math.* 42, 2257–2262 (2021). <https://doi.org/10.1134/S1995080221090304>
21. *Sakharov A.S., Solovoy N.A.* Investigation of the convergence of the finite element method in the problems of plates and shells. (Issledovanie shodimosti metoda konechnykh elementov v zadachah plastin i obolochek) – In the book: *Spatial designs of buildings and structures*, vol. 3. – M.: Stroyizdat, 1977. – P. 10-15. (in Russian).
22. *Novozhilov V.V.* *Theory of thin shells (Teoriya tonkikh obolochek)*. – L.: Sudpromgiz, 1962. – 431 p. (in Russian).
23. *Strelets-Streletskiy E.B., Bogovis V.E., Genzersky Y.V., Geraymovich Y.D. [et al.]*. LIRA 9.4. User Guide. Basics. Textbook (LIRA 9.4. Rukovodstvo polzovatelya. Osnovy. Uchebnoe posobie). – Kyiv: Fact, 2008. 164 p. (in Russian).
24. *Gorodeckiy, A.S., Evzerov, I.D.* *Computer models of Structures (Kompyuternye modeli konstruksiy)*. – Kyiv: Fact, 2007. – 394 p. (in Russian)
25. *Karpilovskiy V.S., Kriksunov E.Z., Perel'muter A.V., Perel'muter M.A.* *Software SCAD (Vyichislitelnyy kompleks SCAD)*. – Moscow: SCAD SOFT, 2009. – 656 p. (in Russian).
26. *Perel'muter A.V., Slivker V.I.* *Design models of structures and possibility of their analysis (Raschetnyye modeli sooruzheniy i vozmozhnost ih analiza)*. – Moscow: DMK Press, 2007. – 600 p. (in Russian).

Стаття надійшла 18.04.2021

Кривенко О.П., Ворона Ю.В.

ПОРІВНЯЛЬНИЙ АНАЛІЗ НЕЛІНІЙНОГО ДЕФОРМУВАННЯ І СТІЙКОСТІ ТОНКИХ ПРУЖНИХ ОБОЛОНОК СТУПІНЧАСТО-ЗМІННОЇ ТОВЩИНИ

Проведено порівняльний аналіз скінчено-елементних моделей і методів розв'язання складних задач геометрично нелінійної деформації та втрати стійкості тонких оболонок ступінчато-змінної товщини. Розглянуто підхід, що спирається на використанні моментної

схеми скінченних елементів. Також наведено особливості використання програм ЛІРА та SCAD для вирішення поставлених задач. Розглядаються тонкі та середньої товщини оболонки. Вони можуть мати різні геометричні особливості за товщиною і перебувати під дією статичних термосилових навантажень. Наведено методику розв'язування цих проблем за допомогою ефективного уточненого підходу. Методика базується на загальних методологічних положеннях тривимірної теорії термопружності та використанні моментної схеми скінченних елементів. При такому підході апроксимація по товщині оболонки здійснюється одним універсальним просторовим скінченням елементом. Елемент може модифікуватися на різних ділянках оболонки зі ступінчасто-змінною товщиною. Він може розташовуватися ексцентрично відносно середньої поверхні обшивки і змінювати свої розміри в напрямку товщини оболонки. Такий уніфікований підхід дозволив створити єдину скінчено-елементну модель оболонки неоднорідної геометричної структури при спільній дії термосилового навантаження. Проведено порівняльний аналіз застосування трьох скінченних елементів для задач геометрично нелінійного деформування та втрати стійкості оболонок ступінчасто-змінної товщини.

Ключові слова: гнучка оболонка; ступінчасто-змінна товщина; тонка неоднорідна оболонка; універсальний просторовий скінченний елемент; момент на схема скінченних елементів; геометрично нелінійне деформування; стійкість; втрата стійкості; закритична поведінка; термосилове навантаження

УДК 539.3

Кривенко О.П., Ворона Ю.В. Порівняльний аналіз нелінійного деформування та стійкості тонких пружних оболонок ступінчасто-змінної товщини // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2022. – Вип. 108. – С. 107-118. – Англ.

Представлено та проаналізовано три методи дослідження геометрично нелінійного деформування, втрати стійкості та закритичної поведінки тонких пружних оболонок складної форми та структури під дією статичних навантажень.

Табл. 1. Іл. 7. Бібліогр. 26 назв.

UDC 539.3

Krivenko O.P., Vorona Yu.V. Comparative Analysis of Nonlinear Deformation and Buckling of Thin Elastic Shells of Step-Variable Thickness // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles. – K.: KNUBA, 2022. – Issue 108. – P. 107-118.

Three methods for studying geometrically nonlinear deformation, buckling, and post-buckling behavior of thin elastic shells of complex shape and structure under the action of static loads are presented and analyzed.

Tabl. 1. Fig. 7. Ref. 26.

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, старший науковий співробітник, провідний науковий співробітник НДІ будівельної механіки КНУБА КРИВЕНКО Ольга Петрівна

Адреса робоча: 03035 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури.

Робочий тел.: +38(044) 245-48-29.

мобільний тел.: +38(066) 048-32-77

E-mail: olakop@ukr.net

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-1623-9679>

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, доцент, професор кафедри будівельної механіки КНУБА ВОРОНА Юрій Володимирович

Адреса робоча: 03035 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури.

Робочий тел.: +38(044) 245-48-29.

мобільний тел.: +38(050) 750-13-61

E-mail: vorona.iuv@knuba.edu.ua

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0001-8130-7204>

УДК 624.94.012.6.044

ДО РОЗРАХУНКУ СТАЛЕВИХ КОНСТРУКЦІЙ ІЗ ТОНКОСТІННИХ СТЕРЖНІВ

А.В. Перельмутер,
д-р техн. наук

НПО СКАД Софт, 03037, Київ, вул. Освіти, 3а, оф. 2.

Київський національний університет будівництва і архітектури

DOI: 10.32347/2410-2547.2022.108.119-130

Розглядається розрахунок систем, складених із тонкостінних стрижнів відкритого профілю з урахуванням неоднаковості депланацій, що виникають у торцевих перерізах стрижнів, які примикають до вузла. Використовується метод скінчених елементів з матрицею жорсткості тонкостінного стрижня 14-го порядку, побудованої на підставі класичної безсувної теорії Власова для стрижнів відкритого профілю, коли враховується депланация поперечного перерізу. Вузли розглядаються як суперелементи складені з оболонкових кінцевих елементів з m депланаційними ступенями свободи за кількістю стрижнів, що підходять до них, Вказано прийом побудови матриці жорсткості вузла, оснований на використанні нескінченно жорстких тіл, зміщення і повороти яких дозволяють імітувати вплив депланацій на вузол.

Ключові слова: тонкостінний стрижень, депланация, бімомент, суперелемент, матриця жорсткості.

Вступ. В останні роки спостерігається широке застосування металевих конструкцій у промисловому та цивільному будівництві. Особливе місце в будівельній індустрії займають легкі сталеві тонкостінні конструкції, що мають ряд технологічних та експлуатаційних переваг (легкість, швидкозведення і т.д.).

Теоретично у тонкостінних стрижнях фігурує поняття додаткового силового чинника, бімомента, якому відповідає «сьома ступінь свободи» – депланация перерізу тонкостінного стрижня. Слід зазначити, що в інженерній практиці бімомент є важливою характеристикою, оскільки він безпосередньо впливає на нормальні напруження, які враховуються під час перевірки несучої здатності.

Але проблема полягає в тому, що для систем, складених із тонкостінних стрижнів, відсутня методика розрахунку, що враховує взаємодію бімоментів у вузлах, де такі стрижні стикаються. В якості такої методики іноді використовують апроксимацію стрижня набором оболонкових скінчених елементів, але при цьому кількість невідомих зростає в порівнянні зі стрижневою апроксимацією схеми в багато разів і розрахунок будь якої складної конструкції стає проблематичним.

Було чимало спроб побудови досить універсального алгоритму для розрахунку довільних тонкостінних стрижневих систем, і тут основною проблемою було формулювання крайових умов на кінцях тонкостінного стрижня.

У деяких роботах виходили з того, що на кінці стрижня депланація або повністю відсутня (абсолютно жорсткий вузол) або не зустрічає жодних перешкод (шарнір щодо депланації). Однією з перших робіт цього напрямку була стаття [9]. У ній розглядалися просторові (зокрема, циклічно симетричні) системи із тонкостінних стрижнів. Передбачалося, що їхні вузли є або нескінченно жорсткими, і депланація торцевих перерізів усіх стрижнів, що сходяться у вузлі, дорівнює нулю, або конструкція вузла така, що для всіх торцевих перерізів забезпечується свобода депланації і нулю дорівнюють бімоменти в торцевих перерізах стрижнів.

В інших дослідженнях використовувалася гіпотеза про рівність депланацій на торцях всіх тонкостінних стрижнів, що сходяться у вузлі (див., наприклад, [12]), в дещо зміненій формі ця ж гіпотеза присутня в роботі [10], в якій вводиться поняття «коефіцієнт перетворення депланації». Ці коефіцієнти задаються для переходу типу "стрижень-стрижень", а не "стрижень-вузол" і визначаються для пари стрижнів, що примикають до вузла. Яким він буде для третього, четвертого або іншого стрижня, які можуть сходитися у вузлі невідомо. Оскільки депланація є скаляром, повністю позбавлені сенсу висловлювання типу «орієнтація осі депланації», і навіть інші маніпуляції зі зміною орієнтації таких «осей», якими насичена книга [10].

У всіх цих публікаціях мало уваги приділялося значному впливу структури вузла на його деформації та розподіл бімоментів у поперечних перерізах. У 1975 році Szmíd J.K. був першим, хто помітив та вивчив ці важливі ефекти. Він представив ці особливості роботи рам, виготовлених з двутаврових тонкостінних стрижнів, з допомогою розрахунку методом скінчевих елементів, та виконав експериментальні дослідження. Було підтвержено важливий вплив конструкції вузла на розподіл внутрішніх сил, зокрема бімоментів [23].

У загальному випадку неспроможність гіпотези про рівність депланацій всіх торцевих перерізів, що примикають до вузла, була продемонстрована в роботі [7]. На простих прикладах було продемонстровано, що депланації торцевих перерізів всіх елементів, що сходяться у вузлі, не збігаються, а їх значення залежать від конструкції вузла, деформація якого надає помітний вплив на поведінку конструкції.

Виходом із ситуації став підхід, запропонований у роботах польського вченого S. Koczubiej [19, 17]. Оскільки повне скінченно-елементне моделювання всіх тонкостінних стрижнів призводить до дуже громіздких розрахункових схем, у його роботах пропонується використовувати плоскі скінченні елементи тільки в зоні конструкції вузла, а поза конструкцією вузла – тонкостінні скінченні елементи. Такий підхід значно скорочує обсяг вихідної інформації, а модель конструкції відбиває її стрижневий характер.

Природним розвитком цієї ідеї було введення поняття суперелемента вузла [22, 20], яке дозволяє врахувати взаємодію між внутрішніми зусиллями та деформацією вузла і торцевими перерізами тонкостінних стрижнів, що примикають до нього.

Є.І. Бритвін у роботі [1] запропонував метод розрахунку просторових рамних конструкцій, сформованих з тонкостінних стрижнів, що враховує нерівність деплантацій перерізів, тих стрижнів, що підходять до вузла. Вузол розглядається як одноточковий скінчений елемент з n деплантаційними ступенями свободи за кількістю стрижнів, що підходять до нього. Дається досить витончений спосіб побудови матриці жорсткості вузла і показано, що елементи конструкції вузла виконують роль зовнішніх пружних деплантаційних в'язів, накладених на вузол.

Були запропоновані інші прийоми розрахунку, що дозволяють врахувати деформативність вузлових з'єднань [15], [19]. У всіх згаданих роботах центральним моментом алгоритму є побудова матриці жорсткості вузла, в основі якого лежить аналіз скінчено-елементної моделі вузла, і ця модель безпосередньо або після спеціальної обробки включається до загальної розрахункової схеми.

Тонкостінний стрижень як елемент МСЕ. Двохвузловий скінчений елемент тонкостінного стрижня має 14 ступенів свободи, як показано на рис. 1.

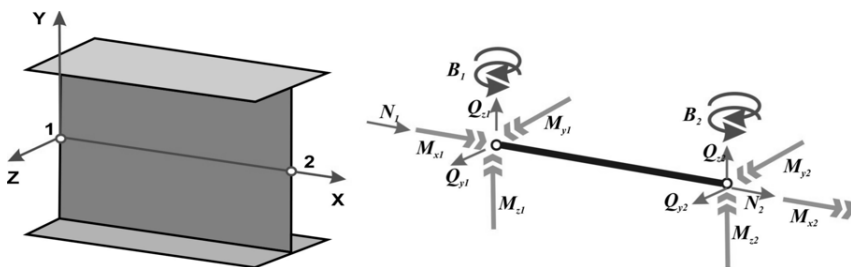


Рис. 1. Тонкостінний стрижень: система координат та кінцеві зусилля

Матриця жорсткості, елемента має структуру, представлену схематично рівнянням (1):

$$\begin{bmatrix} N_1 \\ Q_{y1} \\ Q_{z1} \\ M_{x1} \\ M_{y1} \\ M_{z1} \\ B_1 \\ N_2 \\ Q_{y2} \\ Q_{z2} \\ M_{x2} \\ M_{y2} \\ M_{z2} \\ B_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{1,1} & 0 & 0 & 0 & r_{1,5} & r_{1,6} & 0 & r_{1,8} & 0 & 0 & r_{1,11} & r_{1,12} & 0 & 0 \\ & r_{2,2} & 0 & 0 & 0 & r_{2,5} & 0 & 0 & r_{2,9} & 0 & 0 & 0 & r_{2,13} & 0 \\ & & r_{3,3} & 0 & r_{3,5} & 0 & 0 & 0 & r_{3,10} & 0 & r_{3,12} & 0 & 0 & 0 \\ & & & r_{4,4} & 0 & 0 & r_{4,7} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & r_{5,5} & r_{5,6} & 0 & 0 & r_{5,10} & r_{5,12} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & r_{6,6} & 0 & r_{6,8} & r_{6,9} & 0 & 0 & 0 & r_{6,13} & 0 \\ & & & & & & r_{7,7} & r_{7,8} & 0 & 0 & 0 & 0 & r_{7,14} & 0 \\ & & & & & & & r_{8,8} & 0 & 0 & 0 & r_{8,12} & r_{8,13} & 0 \\ & & & & & & & & r_{9,9} & 0 & 0 & 0 & r_{9,13} & 0 \\ & & & & & & & & & r_{10,10} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & & & & & r_{10,12} & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & & & & & & r_{11,11} & 0 & 0 \\ & & & & & & & & & & & & r_{12,12} & r_{12,13} & 0 \\ & & & & & & & & & & & & & r_{13,13} & 0 \\ & & & & & & & & & & & & & & r_{14,14} \\ & & & & & & & & & & & & & & & r_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ w_1 \\ \varphi_{x1} \\ \varphi_{y1} \\ \varphi_{z1} \\ D_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ w_2 \\ \varphi_{x2} \\ \varphi_{y2} \\ \varphi_{z2} \\ D_2 \end{bmatrix} \quad (1)$$

Симетрично

Компоненти цієї матриці обчислюються за формулами:

$$\begin{aligned}
 r_{1,1} = r_{8,8} = EA/l, \quad r_{1,8} = -EA/l, \quad r_{2,2} = r_{9,9} = 12EI_z/l^3, \quad r_{2,6} = r_{2,13} = 6EI_z/l^2, \\
 r_{2,9} = -12EI_z/l^3, \quad r_{9,13} = -6EI_z/l^2, \quad r_{3,3} = r_{10,10} = 12EI_y/l^3,
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 r_{3,5} = r_{3,12} &= -6EI_y/l^2, \quad r_{3,10} = -12EI_{yz}/l^3, \quad r_{10,12} = -6EI_y/l^2, \\
 r_{2,2} = r_{9,9} &= \lambda EI_{\omega}/l^3, \quad r_{4,11} = -\lambda EI_{\omega}/l^3, \quad r_{11,14} = -\alpha EI_{\omega}/l^3, \\
 r_{5,5} = r_{12,12} &= (4EI_y + EAz^2)/l, \quad r_{5,12} = (2EI_y - EAz^2)/l, \\
 r_{6,6} = r_{13,13} &= (4EI_z + EAy^2)/l, \quad r_{6,9} = -6EI_z/l^2, \quad r_{6,13} = (2EI_z - EAy^2)/l, \\
 r_{7,7} = r_{14,14} &= \mu EI_{\omega}/l, \quad r_{7,11} = -\alpha EI_{\omega}/l^2, \quad r_{7,14} = gEI_{\omega}/l.
 \end{aligned} \tag{2}$$

Вони залежать від таких функцій параметру $k = \sqrt{GI_d/(EI_{\omega})}$

$$\begin{aligned}
 \alpha &= \frac{k^2 l^2 [ch(kl) - 1]}{kl sh(kl) - 2ch(kl) + 2}; \quad g = \frac{kl [sh(kl) - kl]}{kl sh(kl) - 2ch(kl) + 2}; \\
 \lambda &= \frac{k^3 l^3 sh(kl)}{kl sh(kl) - 2ch(kl) + 2}; \quad \mu = \frac{kl [kl ch(kl) - sh(kl)]}{kl sh(kl) - 2ch(kl) + 2}.
 \end{aligned} \tag{3}$$

Перетворення до глобальних координат необхідне для складання ансамблю елементів (рівнянь рівноваги). Ці перетворення виконуються досить просто для векторів зсувів та векторів внутрішніх зусиль, де вони реалізуються за допомогою матриці \mathbf{C} косінусів кутів між локальними та глобальними осями координат. Але вузлові зміщення та повороти є векторними величинами, а депланація – це скаляр. Це визначається відомим твердженням, що дивергенцією вектора $\mathbf{M} = (M_x, M_y, M_z)$ є скалярна функція $div \mathbf{M} = \partial M_x / \partial x + \partial M_y / \partial y + \partial M_z / \partial z$. Тому матриця перетворення має вигляд

$$\bar{\mathbf{C}} = \begin{bmatrix} \mathbf{C} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{bmatrix}, \tag{5}$$

де $\mathbf{0}$ – трикомпонентний нульовий вектор.

Вузлові суперелементи. Вузли тонкостінних каркасів є найбільш значущими елементами, де тонкостінні стрижні з'єднані під різними кутами. В цьому випадку в рамках одномірної класичної теорії стрижнів неможливо визначити, яким чином вузол розподіляє депланації та бімоменти. Це можна зробити тільки при розгляді конструкції вузлового з'єднання стрижнів і при розрахунках методом скінченних елементів моделлю вузла є суперелемент, за допомогою якого можна врахувати всі згадані ефекти.

Зовнішніми вузлами такого суперелементу є вузли, до яких примикають торцеві перерізи тонкостінного стрижня. Ці вузли передають бімоменти, а їх переміщення повинні допускати деформацію депланаційного типу, що виникає на торці тонкостінного стрижня. Це досягається, як, наприклад, запропоновано в роботі [22] шляхом встановлення нескінченно жорстких тіл, приєднаних до вузлів, відповідних кожній пластині, з яких складається тонкостінний стрижень (див. рис 2).

Ці тіла з'єднують один незалежний вузол («провідний») зі змінною кількістю залежних вузлів («відомих»). За допомогою твердих тіл можна

імітувати завдання депланації. Дійсно, при крученні тонкостінного стрижня, внаслідок депланації перерізу, поздовжні переміщення у напрямку осі стрижня X змінюються згідно із законом секторіальних площин

$$u = -\frac{d\varphi_x}{dx}\omega. \quad (6)$$

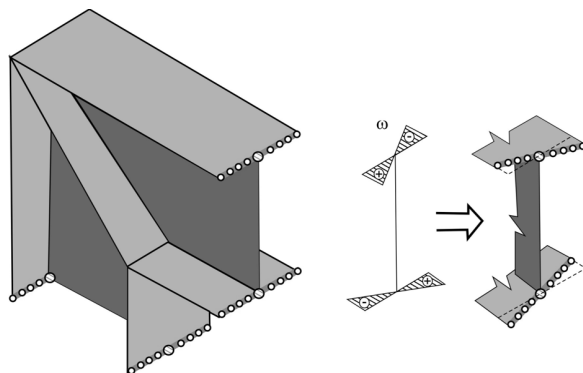


Рис. 2. Вузловий суперелемент: - вузли примикання торцевих перерізів, - тверде тіло та його провідний вузол

Якщо депланація $D = d\varphi_x/dx$ дорівнює одиниці ($D=1,0\text{ м}^{-1}$), то переміщення контуру поперечного перерізу чисельно збігаються зі взятою із зворотним знаком епюрою секторіальних площин. Отже, при одиничній депланації потрібно задати переміщення u чисельно рівними значенням $-\omega$. А це можна зробити, задавши провідним вузлам жорстких тіл зміщення та повороти, як це показано на рис. 3.

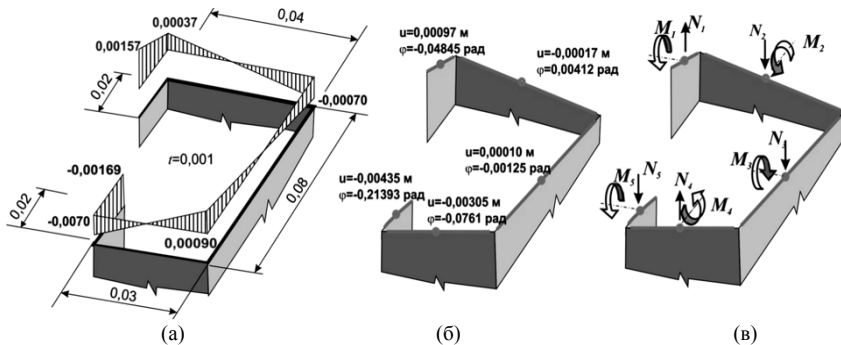


Рис. 3. Імітація одиничної депланації: (а) - епура секторіальних площ, (б) - відповідні їй задані переміщення провідних вузлів, (в) - реакції у зв'язках

Матриця жорсткості вузлового суперелементу щодо депланацій має структуру, схематично представлену у співвідношенні (7)

$$\begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \\ \dots \\ B_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & \dots & d_{1m} \\ d_{21} & d_{22} & \dots & d_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ d_{m1} & d_{m2} & \dots & d_{mm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ \dots \\ D_m \end{bmatrix}. \quad (7)$$

Елементи d_{jk} ($j, k = 1, 2, \dots, m$) цієї матриці розраховується за загальною процедурою одиничних примусових переміщень. Розглядається послідовність навантажень, у кожному з яких одному з провідних вузлів задається зміщення та кут повороту, навколо осі, перпендикулярній до напрямку відповідної смужки. Значення цих параметрів обчислюються за формулами:

$$u_i = (\omega_{i,b} + \omega_{i,e}) / 2, \quad \varphi_i = \arctan((\omega_{i,b} - \omega_{i,e}) / b_i), \quad i = 1, \dots, m. \quad (8)$$

Тут введені такі позначення: $\omega_{i,b}$, $\omega_{i,e}$ – значення секторіальної площі перерізу на початку (begin) і в кінці (end) аналізованої i -тої смужки, b_i – її ширина.

Результуючі реакційні сили, що виникають при примусовому зміщенні кожного набору жорстких тіл, що відносяться до стику з тонкостінним стрижнем, утворюють відповідні стовпці матриці жорсткості суперелемента. Реакційні сили (моменти M_i та поздовжні сили N_i) виникають у накладених на провідні вузли зв'язках, за допомогою зміщень яких задавалися величини u_i та φ_i .

Ці зосереджені у провідних вузлах реакції можна розглядати як рівнодіючі напруження σ_ω , які діють з боку вузла на жорстке тіло і розподілені в межах смужки, що розглядається, за лінійним законом, змінюючись від значення $\sigma_{\omega,b}$ до значення $\sigma_{\omega,e}$.

Їх значення для i -тої смужки визначаються за формулами

$$\sigma_{\omega,b,i} = \frac{N_i}{tb_i} + \frac{6M_i}{tb_i^2}, \quad \sigma_{\omega,e,i} = \frac{N_i}{tb_i} + \frac{6M_i}{tb_i^2}, \quad i = 1, \dots, m. \quad (9)$$

Звичайно, що повинні виконуватись рівності

$$\sigma_{\omega,e,i} = \sigma_{\omega,b,i+1}, \quad i = 1, \dots, m-1, \quad (10)$$

які можна використовувати для контролю точності обчислень, і при порушенні (10) вважати що правильне значення напруги в точці стикування смужок (нехай її номер буде k) дорівнює

$$\sigma_{\omega,k} = (\sigma_{\omega,e,i} + \sigma_{\omega,b,i+1}) / 2, \quad k = 1, \dots, m-1. \quad (10)$$

Якщо скористатися значеннями напруги, то з відомого виразу

$$\sigma_{\omega,k} = \frac{B\omega_k}{I_\omega} \quad (11)$$

легко знайти величину бімоменту B .

При абсолютно точних розрахунках значення, обчислені при різних $\sigma_{\omega,k}$, ω_k , повинні збігатися, але враховуючи наближеність МСЕ-моделі вузла це може не статися. Тоді слід скористатися середнім значенням.

Ілюстративний приклад

Розглянемо найпростішу тристрижневу систему з жорстким закріпленням зовнішніх вузлів. Початкові вузли стрижнів з'єднуються вузловою конструкцією (рис. 4), яка характеризується матрицею жорсткості щодо депланцій:

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} \\ d_{12} & d_{22} & d_{23} \\ d_{13} & d_{23} & d_{33} \end{bmatrix}.$$

Матриці жорсткості елементів мають розміри лише 7×7 , і можуть бути представлені як

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_{6 \times 6}^e & \mathbf{k}_{6 \times 1}^e \\ (\mathbf{k}_{6 \times 1}^e)^T & k_{77}^e \end{bmatrix},$$

де $\mathbf{K}_{6 \times 6}^e$ - підматриця елемента, що відповідає шести звичайним ступеням свободи в початковому кінці стрижня.

А система вирішальних рівнянь щодо звичайних вузлових переміщень $u_1 \dots u_6$ та депланцій торцевих перерізів стрижнів D_1, D_2, D_3 із глобальною матрицею жорсткості буде мати вигляд:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} u_1 \dots u_6 & D_1 & D_2 & D_3 \\ \mathbf{K}_{6 \times 6}^1 + \mathbf{K}_{6 \times 6}^2 + \mathbf{K}_{6 \times 6}^3 & \mathbf{0}_{6 \times 1} & \mathbf{0}_{6 \times 1} & \mathbf{0}_{6 \times 1} \\ \mathbf{0}_{1 \times 6} & k_{77}^1 + d_{11} & d_{12} & d_{13} \\ \mathbf{0}_{1 \times 6} & d_{21} & k_{77}^2 + d_{22} & d_{23} \\ \mathbf{0}_{1 \times 6} & d_{31} & d_{32} & k_{77}^3 + d_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{p}_{6 \times 1} \\ b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix}.$$

Тут $\mathbf{p}_{6 \times 1}$ – вектор вузлових навантажень, b_1, b_2 та b_3 – наведені до вузлів бімоменти, що виникають від місцевих навантажень на стрижні.

Розрахункова модель вузлового суперелемента побудована в програмі СКАД із кінцевих оболонкових елементів (тип 44) товщиною 10 мм (див. рис. 5). Для трьох контактів із двотавровими стрижнями передбачені жорсткі тіла, на вузлах полиць, на вузлах стінки, у яких секторіальні координати $\omega=0$, такі тіла не будувалися.

Депланція визначається поворотом твердих тіл, прив'язаних до вузлів полиць двотаврів, на кути $+\varphi$ і $-\varphi$ навколо осі, що збігається з напрямком стінки. Кут φ обчислюється за формулою (8) за значенням секторіальних координат дорівнює:

для твердих тіл 1 і 2 $\varphi=0,1185$ рад,

для твердого тіла 3 $\varphi=0,2360$ рад.

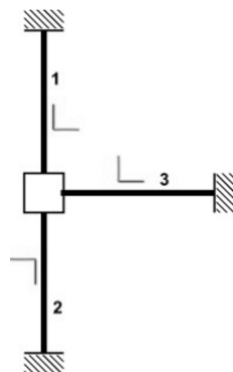


Рис. 4. Приклад системи тонкостінних стрижнів

Розрахунок виконувався за програмою СКАД, розглянуто три навантаження депланациями (рис. 6), відповідні деформовані схеми для них показані на рис. 7.

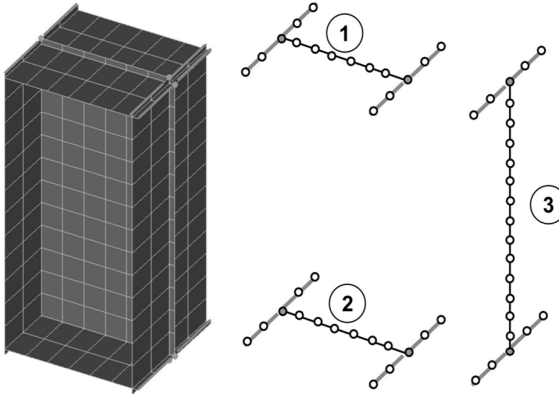


Рис. 5. Конструкція вузла та жорсткі тіла в місцях контакту зі стрижнями

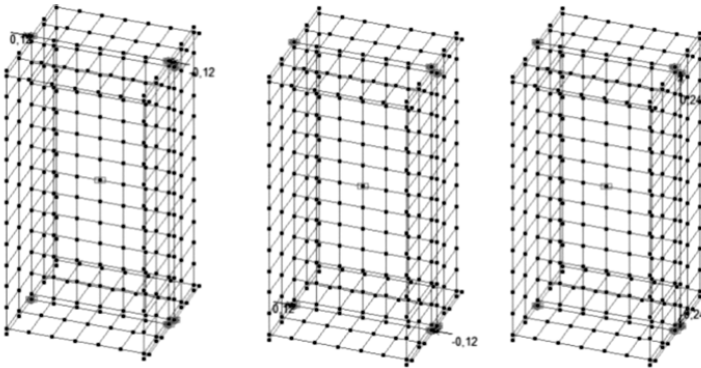


Рис. 6. Схеми навантажень

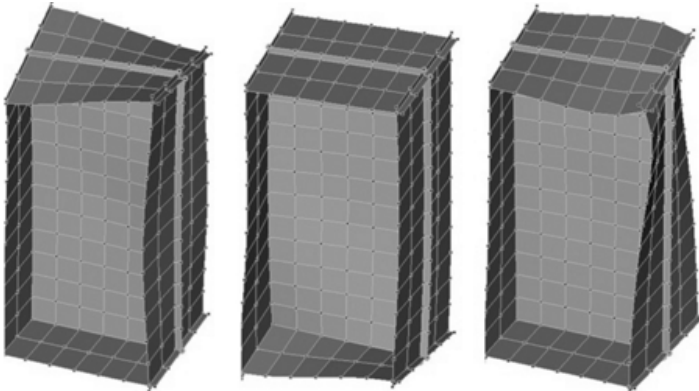


Рис. 7. Результати розрахунків – деформовані схеми вузлового суперелемента

Матриці жорсткості вузла щодо депланаций обчислені за значеннями реактивних моментів провідних вузлів твердих тіл. Для товщини елементів вузла, що дорівнює 10 мм, матриця **D** має вигляд

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} 0,53688 & 0,03492 & -0,50411 \\ 0,03492 & 0,53688 & -0,49476 \\ -0,50411 & -0,49476 & 7,24104 \end{bmatrix}.$$

Висновок

Розглянута методика визначає реалістичний підхід до вирішення проблеми розрахунку конструкцій, сформованих їх тонкостінних стрижневих елементів. Необхідність попереднього дослідження кінцево-елементної моделі вузла, покладена в її основу, не є надмірно обтяжливою процедурою, особливо для каркасів регулярного типу, у яких більшість вузлів є однаковими.

Для багатьох часто використовуваних конструктивних систем, наприклад для каркасів багатоповерхових житлових та офісних будівель, можна уявити спеціальну бібліотеку матриць жорсткості типових вузлових з'єднань.

Пристосування існуючих розрахункових програм для використання описаної методики можна уявити або у формі, що допускає використання числових матриць жорсткості вузлових суперелементів, або шляхом розробки спеціалізованих блоків препроцесора, щоб створювати згадані матриці жорсткості.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Бритвин Е.И. К расчету рамных конструкций, составленных из тонкостенных стержневых элементов // Строительная механика и расчет сооружений, 2016, № 4 — С. 43-54.
2. Бычков Д. В. Строительная механика стержневых тонкостенных конструкций. — М.: Гостройиздат, 1962. — 476 с.
3. Власов В. З. Тонкостенные упругие стержни. — М.: Госгортехиздат, 1940. — 256 с.
4. Горбунов Б. Н., Стрельбицкая А. И. Расчет прочности тонкостенных стержневых систем // Расчет пространственных конструкций. Вып. 1. — М.: Изд-во министерства строительства предприятий машиностроения, 1950. — С. 97–162.
5. Горбунов Б. Н., Стрельбицкая А. И. Теория рам из тонкостенных стержней. — М.: Гостехиздат, 1948. — 198 с.
6. Городецкий А. С., Здоренко В. С., Карпиловский В. С. Применение МКЭ к расчету тонкостенных стержневых систем // Сопроотивление материалов и теория сооружений. Вып. 28. — К.: Издательство Будівельник, 1976. — С. 134–140.
7. Перельмутер А.В., Юрченко В.В. О расчете пространственных систем из тонкостенных стержней открытого профиля // Строительная механика и расчет сооружений, 2012, №6 - С. 18-25.
8. Постнов В. А., Хархурим И. Я. Метод конечных элементов в расчетах судовых конструкций. М.: Судостроение, 1974. — 344 с.
9. Ставрики Л.Н. Устойчивость пространственных каркасов из тонкостенных симметричных профилей // Сборник трудов института строительной механики. №12 К. Изд-во АН УССР, 1950 — С.102-154.
10. Туснин А.Р. Численный расчет конструкций из тонкостенных стержней открытого профиля. — М.: Изд-во АСВ, 2009. — 143 с.
11. Урбан И.В. Теория расчета стержневых тонкостенных конструкций — М.: Трансжелдориздат, 1955 — 193 с.
12. Чернов С.А., Дьяков И.Ф. К расчету пространственной тонкостенной стержневой системы // Автоматизация и современные технологии. — 2008. — № 2. — С. 3–7.

13. Черный А. Н. К вопросу моделирования узловых соединений тонкостенной стержневой системы // Механика и процессы управления. – Ульяновск: УГТУ, 1996. – С. 54–58.
14. Bazant P., Nemeiri M.E. Large-deflection spatial buckling of thin-walled beams and frame // Journal of Structural Engineering. – ACSE, 1973. – #99. – P.1259–1281.
15. Cichoń C., Koczubiej S. Consistent FEM model for thin-walled space frames // Czasopismo Techniczne, 21, Budownictwo 1-B, 2008, vol. 21. – P. 3–20.
16. Gluck G., Kalev J. Computer method for analysis of multistory structures // Computer and Structures. – 1972. – v. 2. – № 5–6. – P.25–32.
17. Koczubiej S., Cichoń C. Shell-beam model of thin-walled space structures for geometrically nonlinear analysis // Proceeding of the 19th International Conference on Computer Methods in Mechanics CMM-2011, 9–12 May, 2011, Warsaw, Poland (Full text on CD-ROM).
18. Mikulski T. Thin-Walled Frames. Modeling and Sensitivity Analysis. Gdansk University of Technology —Gdansk: Publishers, Monographs, 2010.
19. Resaiee-Pajand M., Maayedian M. Explicit stiffness of tapered and mono-symmetric I beam-columns // International Journal of Engineering. – 2000. – v. 13. – № 2. – P. 1–18.
20. Szymczak C., Kreja I., Mikulski T., Kujawa M.: Sensitivity Analysis of Beams and Frames made of Thin-Walled Members. — Gdansk: Gdansk University of Technology Publishers, 2003.
21. Szmidt J. K. Analiza ram z elementów cienkościennych // Rozprawy Inżynierskie – Engng. Trans., 23, 1975, s. 447–472. (in Poland)

REFERENCES

1. Britvin E.I. K raschetu ramnykh konstrukcij, sostavlennyh iz tonkostennyh sterzhnevych elementov [To the calculation of frame structures made up of thin-walled rod elements] // Stroitel'naya mekhanika i raschet sooruzhenij, 2016, № 4 - S. 43-54.
2. Bychkov D. V. Stroitel'naya mekhanika sterzhnevych tonkostennykh konstrukcij [Structural mechanics of rod thin-walled structures]. – M.: Gosstrojizdat, 1962. – 476 s.
3. Vlasov V. Z. Tonkostennye uprugie sterzhni [Thin-walled elastic rods]. – M.: Gosgortekhzizdat, 1940. – 256 s.
4. Gorbunov B. N., Strel'bickaya A. I. Raschet prochnosti tonkostennyh sterzhnevych sistem [Calculation of the strength of thin-walled bar systems] // Raschet prostranstvennykh konstrukcij. Vyp. 1. – M.: Izd-vo ministerstva stroitel'stva predpriyatij mashinostroeniya, 1950. – S. 97–162.
5. Gorbunov B. N., Strel'bickaya A. I. Teoriya ram iz tonkostennyh sterzhnej [The theory of frames from thin-walled rods]. – M.: Gostekhzizdat, 1948. – 198 s.
6. Gorodeckij A. S., Zdorenko V. S., Karpilovskij V. S. Primenenie MKE k raschetu tonkostennyh sterzhnevych sistem [Application of FEM to the design of thin-walled bar systems] // Soprotivlenie materialov i teoriya sooruzhenij. Vyp. 28. – K.: Izdatel'stvo Budivel'nyk, 1976. – S. 134–140.
7. Perel'muter A.V., YUrchenko V.V. O raschete prostranstvennyh sistem iz tonkostennyh sterzhnej otkrytogo profilya [On the calculation of spatial systems from thin-walled bars of an open profile] // Stroitel'naya mekhanika i raschet sooruzhenij, 2012, №6 — S. 18-25.
8. Postnov V. A., Harhurim I. YA. Metod konechnykh elementov v raschetah sudovykh konstrukcij [Finite element method in calculations of ship structures]. M.: Sudostroenie, 1974. – 344 s.
9. Stavradi L.N. Ustojchivost' prostranstvennykh karkasov iz tonkostennyh simmetrichnykh profiley [Stability of spatial frameworks from thin-walled symmetrical profiles] // Sbornik trudov instituta stroitel'noj mekhaniki. №12 K. Izd-vo AN USSR, 1950 — S.102-154.
10. Tusnyn A. R. Chislennyj raschet konstrukcij iz tonkostennyh sterzhnej otkrytogo profilya [Numerical calculation of structures from thin-walled rods of an open profile]. — M.: Izd-vo ASV, 2009. — 143 s.
11. Urban I.V. Teoriya rascheta sterzhnevych tonkostennykh konstrukcij [Theory of calculation of bar thin-walled structures] — M.: Transzheldorizdat, 1955 — 193 s.
12. Chernov S. A., D'yakov I. F. K raschetu prostranstvennoj tonkostennoj sterzhnevoj sistemy [To the calculation of a spatial thin-walled rod system] // Avtomatizaciya i sovremennye tekhnologii. – 2008. – № 2. – S. 3–7.
13. Chernyj A. N. K voprosu modelirovaniya uzlovnykh soedinenij tonkostennoj sterzhnevoj sistemy // Mekhanika i processy upravleniya [On the issue of modeling nodal connections of a thin-walled rod system]. – Ulyanovsk: UGTU, 1996. – S. 54–58.
14. Bazant P., Nemeiri M. E. Large-deflection spatial buckling of thin-walled beams and frame // Journal of Structural Engineering. – ACSE, 1973. – #99. – P.1259–1281.

15. Cichoń C., Koczubiej S. Consistent FEM model for thin-walled space frames // *Czasopismo Techniczne*, 21, Budownictwo 1-B, 2008, vol. 21. – P. 3–20.
16. Gluck G., Kalev J. Computer method for analysis of multistory structures // *Computer and Structures*. – 1972. – v. 2. – № 5–6. – P.25–32.
17. Koczubiej S., Cichoń C. Shell-beam model of thin-walled space structures for geometrically nonlinear analysis // *Proceeding of the 19th International Conference on Computer Methods in Mechanics CMM-2011*, 9–12 May, 2011, Warsaw, Poland (Full text on CD-ROM).
18. Mikulski T.: *Thin-Walled Frames. Modeling and Sensitivity Analysis*. Gdansk University of Technology —Gdansk: Publishers, Monographs, 2010.
19. Resaiee-Pajand M., Maayedian M. Explicit stiffness of tapered and mono-symmetric I beam-columns // *International Journal of Engineering*. – 2000. – v. 13. – № 2. – P. 1–18.
20. Szymczak C., Kreja I., Mikulski T., Kujawa M.: *Sensitivity Analysis of Beams and Frames made of Thin-Walled Members*. — Gdansk: Gdansk University of Technology Publishers, 2003.
21. Szmidt J. K. Analiza ram z elementów cienkościennych // *Rozprawy Inżynierskie – Engng. Trans.*, 23, 1975, s. 447–472. (in Poland)

Стаття надійшла 08.04.2022

Перельмутер А.В.

ДО РОЗРАХУНКУ СТАЛЕВИХ КОНСТРУКЦІЙ ІЗ ТОНКОСТІННИХ СТЕРЖНІВ

Стаття містить короткий історичний нарис, щодо основних ідей розрахунку систем, складених із тонкостінних стрижнів відкритого профілю. Визначається важливість урахування конструктивних рушень вузлових з'єднань, їх вплив на перерозподіл деплацій, що виникають у торцевих перерізах стрижнів, які примикають до вузла. Аналізуються основні підходи до розрахунку вказаних систем з урахуванням нерівності вузлових деплацій.

Пропонується використовувати метод скінчених елементів використанням у якості скінчених елементів тонкостінних стрижнів і спеціально побудованих суперелементів, що враховують участь вузлових з'єднань. Матриця жорсткості тонкостінного стрижня 14-го порядку, побудована на підставі класичної безсувної теорії Власова для стрижнів відкритого профілю, коли враховується деплація поперечного перерізу. Вузлові суперелементи складаються з ободкових кінцевих елементів і мають m деплаційних ступенів свободи відповідно кількістю стрижнів, що підходять до вузла.

За допомогою матриці жорсткості вузлового суперелементу реалізується зв'язок між деплаціями, які впливають на вузол, і реактивними зусиллями, що мають вигляд бімоментів. Вказано прийом побудови матриці жорсткості вузла, яка оснований на використанні нескінченно жорстких тіл, зміщення і повороти яких дозволяють імітувати вплив деплацій на вузол. Вказано на особливості операції асемблювання при наявності вузлових суперелементів.

Вказано на можливі варіанти включення розглянутої методики у програмні комплекси для розрахунку будівельних конструкцій.

Ключові слова: тонкостінний стрижень, деплація, бімомент, суперелемент, матриця жорсткості.

Perelmuter A.V.

TO THE CALCULATION OF STEEL STRUCTURES FROM THIN-WALLED RODS

The article contains a brief historical essay on the main ideas for calculating systems composed of thin-walled rods of open profile. The main approaches to the calculation of these systems taking into account the inequality of nodal deplanations are analyzed.

It is proposed to use the finite element method using thin finite rods and specially constructed superelements as finite elements, which take into account the participation of nodal joints. The stiffness matrix of a thin-walled rod of the 14th order, built on the basis of the classical Vlasov's non-slip theory for open-profile rods, when the cross-sectional displacement is taken into account. Nodal superelements consist of shell finite elements and have m deplanation degrees of freedom according to the number of rods that approach the node.

With the help of the matrix of stiffness of the nodal superelement, the connection between the deplanai, which affect the node, and the reactive forces, which have the form of bimoments realized. The method of construction of the node stiffness matrix is indicated, which is based on the use of infinitely rigid bodies, displacements and rotations of which allow to simulate the

influence of deplanations on the node. The peculiarities of the assembly operation in the presence of nodal superelements are indicated.

Possible variants of inclusion of the considered technique in software complexes for calculation of building designs are specified.

Keywords: thin-walled rod, deplanation, bimoment, superelement, stiffness matrix.

УДК 624.94.012.6.044

Перельмутер А.В. До розрахунку сталевих конструкцій із тонкостінних стержнів // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2021. – Вип. 108. – С. 119-130.

Розглядається розрахунок систем, складених із тонкостінних стержнів відкритого профілю з урахуванням неоднаковості депланацій, що виникають у торцевих перерізах стержнів, які примикають до вузла. Використовується метод скінчених елементів з матрицею жорсткості тонкостінного стержня 14-го порядку, побудованої на підставі класичної безсувної теорії Власова для стержнів відкритого профілю, коли враховується депланація поперечного перерізу. Вузли розглядаються як суперелементи складені з оболонкових кінцевих елементів з m депланаційними ступенями свободи за кількістю стержнів, що підходять до них. Вказано прийом побудови матриці жорсткості вузла, оснований на використанні нескінченно жорстких тіл, зміщення і повороти яких дозволяють імітувати вплив депланацій на вузол.

Рис. 7. Бібліог. 21 назв

UDC 624.94.012.6.044

Perelmuter A.V. To the calculation of steel structures from thin-walled rods // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles. – Kyiv: KNUBA, 2021. – Issue 108. – P. 119-130.

The calculation of systems composed of thin-walled rods of open profile is considered, taking into account the inequality of deplanations that occur in the end sections of the rods adjacent to the node. The finite element method with a stiffness matrix of a thin-walled rod of the 14th order, built on the basis of the classical non-slip Vlasov theory for open-profile rods, is used, when the cross-section deplanation is taken into account. Nodes are considered as superelements composed of shell finite elements with m deplanation degrees of freedom by the number of rods that fit them.

Figs 7. Refs. 21.

УДК 624.94.012.6.044

Перельмутер А.В. К расчету стальных конструкций из тонкостенных стержней // Спротивлення матеріалів і теорія споруджень: науч.-тех. збірн. – К.: КНУСА, 2022. – Вип. 108. – С. 119-130.

Рассматривается расчет систем, составленных из тонкостенных стержней открытого профиля с учетом неравенства депланаций примыкающих к узлам торцевых сечений. Используется метод конечных элементов с матрицей жесткости тонкостенного стержня 14-го порядка, построенной на основании классической безсдвиговой теории Власова для стержней открытого профиля, когда учитывается депланация поперечного сечения. Узлы рассматриваются как суперэлементы с m депланационными степенями свободы по числу подходящих к ним стержней, составленные из оболочечных конечных элементов. Указан прием построения матрицы жесткости узла, основанный на использовании бесконечно жестких тел, смещения и повороты которых позволяют имитировать воздействие депланаций на узел.

Пл. 7. Библиог. 21 назв

Автор: доктор технічних наук, головний науковий співробітник HBO SCAD Soft Перельмутер Анатолій Вікторович

Адреса: 03037, Україна, м. Київ, вул Освіти, 3а, Науково-виробниче об'єднання з обмеженою відповідальністю SCAD Soft

Мобільний тел.: +38 (050) 382-16-25

E-mail: AnatolyPerelmuter@gmail.com

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0001-9537-2728>

UDC 624.014

THE STABILITY OF LOW-PITCHED VON MISES TRUSSES WITH HORIZONTAL ELASTIC SUPPORTS

S.I. Bilyk,

Doctor of Technical Science, Professor

A.S. Bilyk,

Candidate of Engineering Science, Associate Professor

V.H. Tonkacheiev,

Candidate of Engineering Science, Associate Professor

Kyiv National University of Construction and Architecture

DOI: 10.32347/2410-2547.2022.108.131-144

The work's aim is to study the horizontal supports stiffness impact, which simulate the conditions for supporting the domes upper tier on the von Mises trusses' stability. A three-hinged truss' deformed scheme with a concentrated vertical load in the ridge joint was considered. A two transcendental equations' system for the dependence of the load on vertical and horizontal displacements taking into account the rods' compression was obtained. The truss' stability numerical studies were carried out depending on the structure's design geometry.

Keywords: stability; von Mises truss; steel dome; nonlinear displacements; deformational calculation; elastic horizontal supports; the critical load equation; domes' nodal buckling.

1. Introduction

Topicality. Dome coverings are used in the public buildings construction. Such constructions best meet the rational design criterion - minimizing the difference between construction and functional volume [4, 5], along with other design solutions [5].

It should be noted that there are a large number of the solid shell structures stability studies [1, 2, 3, 17, 23]. But in the transition to rod dome systems it is possible to design cylindrical shells and geodesic domes structures with different tiers' variable stiffness to reduce the inclined elements deformation's impact with small uppermost tier angles.

There are also known dome coverings accident studies, which showed the rod domes or shell systems sensitivity to the stability loss with the joints' snap-through effect to the covering's center [22]. It is important that the several rods' stability loss effect which hinged in the dome's node has a caloptic character [6, 7, 9, 17, 19, 20]. Dome node stability loss effect description similar to snap-through effect first was studied in von Mises works (Richard Edler von Mises) [19, 20], which were described a trusses deformation model that consists of two rods or several rods hinged at the ridge and hinged to the base. However, these studies relevance remains, because it is possible, by complicating the von Mises truss physical and mathematical model, to study the sloped rod structures (cylindrical shells and geodesic domes) nodes snap-through effect, by modeling the load at an angle and elastic supports in the

ridge node [6,9]. In the next, some similar structural systems nonlinear deformation problems, including the loss of stability, are described in [10, 11, 12, 13, 14, 15, 16]. Some scientists to illustrate the theory of catastrophes cites the von Mises's truss snap-through effect example. The following works were devoted to such phenomena [21, 22]. The researchers paid special attention to the tall two-rod systems stability loss, in which they discovered the skew-symmetric stability loss possibility [7].

An important task is also to avoid, during dome with rods made of thin-walled profiles deformation, local stability loss by choosing the optimal cross-section of the rods [8].

Modeling the dome system upper tier elements support's elasticity with small angles inclination to the horizon will make it possible to predict such system's stability loss. Therefore, the upper tier support elastic conditions influence study on the lower tiers for such rod-systems is relevant. At the same time, it is necessary to study displacements' growing and impact in the horizontal direction. In this case, into the von Mises truss structural model should be added the horizontal elastic supports. Such asymmetrical constructive systems are considered in work [18].

Topical von Mises trusses stability problems, which needs to be further investigated, include the two-rod systems on elastic supports stability problems. The need to solve them is conditioned by the compliance influence of dome upper-tier rods connection to the rods structures lower-tier.

2. Works' purpose

Obtain analytical dependencies and reveal the elastic horizontal supports stiffness influence on the von Mises trusses stability at small inclination angles and at different elastic supports' stiffness, thereby simulating the dome annular elements stiffness effect on the its upper tier stability.

3. Basic research

The von Mises truss design scheme is a three-hinge rod system: the support risers are hinge supported on the foundations; the rods are pivotally connected in the ridge node (Fig. 1).

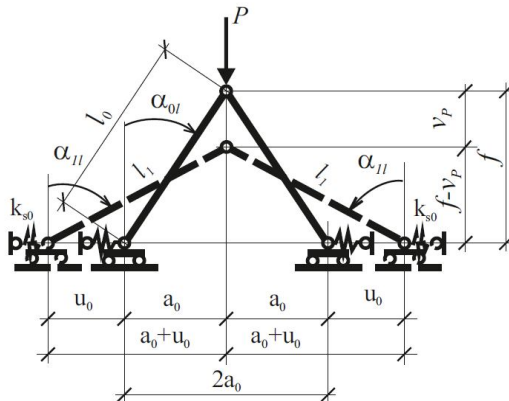


Fig. 1. Three-hinge system design scheme and its deformed scheme

Three-hinge sloping truss (Fig. 1) has rods length l_0 , a truss span equals to $2a_0$, the truss height f_0 – the distance between hinge-supports to the ridge joint. The initial support-rod angle from the vertical axis equals α_{0l} . The horizontal elastic support stiffness characteristic is taken as follows – $k_{s0}=T_1/u_{0l}$, where T_1 – standard force at which an elastic support elongation or contraction occurs by a certain value – u_{0l} .

Truss elements are made from linear elastic material with the deformation module E .

Under the vertical load (P) which effects to the ridge joint the system deforms symmetrically. The ridge node is undergoing displacement – v_p , and the rods length is reduced due to the compression, the longitudinal reduction in length is indicated by $\Delta l_{0l} = l_0 - l_1$. In the deformed state the length of each element will be – l_1 . Now each inclined rod's deformation will be as follows:

$$\varepsilon_l = \Delta l_{0l} / l_0 = l - l_1 / l_0. \quad (1)$$

Under the load action, due to the occurrence in the supports, in addition to vertical reactions, also horizontal reactions in elastic supports, the horizontal supports will move by an amount u_0 . The relations between rods angles (α_{0l}) in deformed state depending on horizontal and vertical displacements will be:

$$\tan \alpha_{0l} = \frac{a_0}{f} \rightarrow f = \frac{a_0}{\tan \alpha_{0l}}, \quad (2,a)$$

$$(f - v_p) = \left(\frac{a_0}{\tan \alpha_{0l}} - v_p \right) = a_0 \left(\frac{1}{\tan \alpha_{0l}} - \frac{v_p}{a_0} \right). \quad (2,b)$$

$$\cos(\alpha_{1l}) = \frac{f - v_p}{\sqrt{(a_0 + u_0)^2 + (f - v_p)^2}} = \frac{((f/a_0) - (v_p/a_0))}{\sqrt{(1 + (u_0/a_0))^2 + ((f/a_0) - (v_p/a_0))^2}},$$

$$\sin(\alpha_{1l}) = \frac{a_0 + u_0}{\sqrt{(a_0 + u_0)^2 + (f - v_p)^2}} = \frac{(1 + (u_0/a_0))}{\sqrt{(1 + (u_0/a_0))^2 + ((f/a_0) - (v_p/a_0))^2}},$$

$$\tan(\alpha_{1l}) = \frac{1 + (u_0/a_0)}{(f/a_0) - (v_p/a_0)}. \quad (3)$$

From the deformed truss state equations (2, 3) it is composing a deformation's continuity equation through the conjoint vertical displacements at the ridge node under the load:

$$f - v_p = l_{1l} \cos(\alpha_{1l}), \quad a_0 + u_0 = l_{1l} \sin(\alpha_{1l}), \quad l_{0l} = a_0 / \sin(\alpha_{0l}). \quad (4)$$

The deformations in rods by (1) (Fig.1):

$$\varepsilon_1 = \frac{\frac{a_0}{\sin(\alpha_{0l})} - \frac{a_0 + u_0}{\sin(\alpha_{1l})}}{\frac{a_0}{\sin(\alpha_{0l})}} = \left[1 - (1 + (u_0/a_0)) \frac{\sin(\alpha_{0l})}{\sin(\alpha_{1l})} \right]. \quad (5)$$

The compression forces in rods (N_1) at deformed state under the vertical load has type:

$$N_1 = \varepsilon_1 EA_{cal}; \rightarrow N_1 = \left[1 - (1 + (u_0/a_0)) \frac{\sin(\alpha_{0l})}{\sin(\alpha_{1l})} \right] EA_{cal}. \quad (6)$$

The forces in the rods, which are due to the balance of the forces in the node:

$$P = 2N_1 \cos(\alpha_{1l}). \quad (7)$$

The ratios combination (1, 2, 5) with equation (7) gives an equation (criterion) for the two-rod truss structure on elastic supports operation:

$$\frac{P}{E_0 A_{cal}} = 2 \left[1 - (1 + (u_0/a_0)) \frac{\sin(\alpha_{0l})}{\sin(\alpha_{1l})} \right] \cos(\alpha_{1l});$$

$$\frac{P}{E_0 A_{cal}} = 2 \left[1 - \frac{(1 + (u_0/a_0)) \sin(\alpha_{0l})}{\frac{(1 + (u_0/a_0))}{\sqrt{(1 + (u_0/a_0))^2 + ((f/a_0) - (v_p/a_0))^2}}} \right] \frac{(f/a_0) - (v_p/a_0)}{\sqrt{\left(1 + \frac{u_0}{a_0}\right)^2 + \left(\frac{f}{a_0} - \frac{v_p}{a_0}\right)^2}};$$

$$\frac{P}{E_0 A_{cal}} = 2 \left(\frac{f}{a_0} - \frac{v_p}{a_0} \right) \left[\frac{1}{\sqrt{(1 + (u_0/a_0))^2 + ((f/a_0) - (v_p/a_0))^2}} - \sin(\alpha_{0l}) \right]. \quad (7)$$

However, the horizontal displacements u_0 depends on thrust ($T_{KS} = k_{s0} u_0$).

From the forces balance at the ridge node:

$$T_{KS} = k_{s0} u_0; \quad T_{KS} = N_1 \sin(\alpha_{1l}).$$

$$P = 2N_1 \cos(\alpha_{1l}). \rightarrow N_1 = \frac{P}{2 \cos(\alpha_{1l})}.$$

$$T_{KS} = k_{s0} u_0 = \frac{P}{2} \tan(\alpha_{1l}) = \frac{P}{2} \frac{1 + (u_0/a_0)}{(f/a_0) - (v_p/a_0)}. \quad (8)$$

From the equilibrium equation of the moment's sum that arise due to external forces-reactions in the semi-arch support in the deformed state, the following equation can also be obtained:

$$\begin{aligned}
 k_{s0}u_0 \left((f/a_0) - (v_p/a_0) \right) - \frac{P}{2} (1 + (u_0/a_0)) &= 0; \\
 \frac{u_0}{a_0} \left((f/a_0) - (v_p/a_0) \right) - \frac{P}{2k_{s0}a_0} (1 + (u_0/a_0)) &= 0; \\
 \left((f/a_0) - (v_p/a_0) \right) \frac{u_0}{a_0} &= \frac{P}{2k_{s0}a_0} (1 + (u_0/a_0)). \quad (9)
 \end{aligned}$$

Next, we will find the relationship between the supports horizontal displacements and the ridge node vertical displacements under the action of the force P according to equation (8.9).

$$\begin{aligned}
 (1 + (u_0/a_0)) &= \frac{P}{2(k_{s0}a_0)} \frac{(1 + (u_0/a_0))}{\left((f/a_0) - (v_p/a_0) \right)} + 1; \\
 (1 + (u_0/a_0)) \left[1 - \frac{P}{2(k_{s0}a_0) \left((f/a_0) - (v_p/a_0) \right)} \right] &= 1; \\
 (1 + (u_0/a_0)) &= \frac{1}{\left[1 - \frac{P}{2(k_{s0}a_0) \left((f/a_0) - (v_p/a_0) \right)} \right]}. \quad (10)
 \end{aligned}$$

Thus, the condition that the structure is quickly geometrically unchanged is the condition:

$$1 - \frac{P}{2(k_{s0}a_0) \left((f/a_0) - (v_p/a_0) \right)} > 0, \quad (11,a)$$

$$\frac{P}{2(k_{s0}a_0) \left((f/a_0) - (v_p/a_0) \right)} < 1. \quad (11,b)$$

That is, the elastic support rigidity must be sufficient to fulfill the last condition so that the structure does not instantly turn into a mechanism.

Equation (8.9) implies another equation for the vertical and horizontal displacements dependence on the vertical load:

$$\frac{P}{2(k_{s0}a_0)} = \left[\frac{(u_0/a_0)}{(1 + (u_0/a_0))} \right] \left((f/a_0) - (v_p/a_0) \right). \quad (12)$$

Combining equation (12) with equation (7), we obtain a system of two transcendental equations with two unknown relative displacements $((v_p/a_0), (u_0/a_0))$:

$$\left\{ \begin{aligned}
 \frac{P}{E_0 A_{cal}} &= 2 \left(\frac{f}{a_0} - \frac{v_p}{a_0} \right) \left[\frac{1}{\sqrt{(1 + (u_0/a_0))^2 + \left((f/a_0) - (v_p/a_0) \right)^2}} - \sin(\alpha_{0l}) \right]; \\
 \frac{P}{2(k_{s0}a_0)} &= \left[\frac{(u_0/a_0)}{(1 + (u_0/a_0))} \right] \left((f/a_0) - (v_p/a_0) \right)
 \end{aligned} \right. \quad (13)$$

Thus, the two nonlinear equations system for the two-rod hinge system deformation calculation with a certain geometry on elastic supports with two unknown displacements v_p , u_0 under a load with a force P and the rods constant stiffness $E_0 A_{cal}$ and the supports stiffness k_{s0} .

To solve the equations system (13), we introduce a dimensionless relative vertical and horizontal displacements parameter (ψ_{vu}).

$$\psi_{vu} = \frac{((f/a_0) - (v_p/a_0))}{(1 + (u_0/a_0))} = \frac{f}{a_0} \frac{(1 - (v_p/f))}{(1 + (u_0/a_0))}. \quad (14)$$

The relative displacements parameter (ψ_{vu}) is a rod's inclination angle changes trigonometric function:

$$\tan(\alpha_{0l}) = \psi_{vu} = \frac{((f/a_0) - (v_p/a_0))}{(1 + (u_0/a_0))} = \tan(\alpha_{0l}) \frac{(1 - (v_p/f))}{(1 + (u_0/a_0))}.$$

In addition, we have dependencies:

$$\begin{aligned} (1 + (u_0/a_0))\psi_{vu} &= ((f/a_0) - (v_p/a_0)) = (f/a_0)(1 - (v_p/f)). \\ (v_p/f) &= 1 - (a_0/f)(1 + (u_0/a_0))\psi_{vu}. \end{aligned} \quad (15)$$

Now, the given equations system has single common reduced argument (ψ_{vu})

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{P}{E_0 A_{cal}} &= 2 \frac{\left(\frac{f}{a_0} - \frac{v_p}{a_0} \right)}{\left(1 + \frac{u_0}{a_0} \right)} \left[\frac{1}{\sqrt{1 + \frac{((f/a_0) - (v_p/a_0))^2}{(1 + (u_0/a_0))^2}}} - \left(1 + \frac{u_0}{a_0} \right) \sin(\alpha_{0l}) \right], \\ \frac{P}{E_0 A_{cal}} &= \frac{2(k_{s0} a_0)}{E_0 A_{cal}} \left(\frac{u_0}{a_0} \right) \left[\frac{((f/a_0) - (v_p/a_0))}{(1 + (u_0/a_0))} \right], \\ \frac{P}{E_0 A_{cal}} &= 2\psi_{uv} \left[\frac{1}{\sqrt{1 + \psi_{uv}^2}} - (1 + (u_0/a_0)) \sin(\alpha_{0l}) \right], \\ \frac{P}{E_0 A_{cal}} &= 2\psi_{uv} \frac{(k_{s0} a_0)}{E_0 A_{cal}} \left(\frac{u_0}{a_0} \right) \end{aligned} \right. \quad (16)$$

Eliminating the load parameter ($P/(E_0 A_{cal})$) from the two equations, we have the equation:

$$\frac{2(k_{s0} a_0)}{E_0 A_{cal}} \left(\frac{u_0}{a_0} \right) \psi_{uv} = 2\psi_{uv} \left[\frac{1}{\sqrt{1 + \psi_{uv}^2}} - \left(1 + \frac{u_0}{a_0} \right) \sin(\alpha_{0l}) \right],$$

$$\frac{(k_{s0}a_0)}{E_0A_{cal}}\left(\frac{u_0}{a_0}\right) = \left[\frac{1}{\sqrt{1+\psi_{uv}^2}} - \left(1 + \frac{u_0}{a_0}\right) \sin(\alpha_{0l}) \right].$$

Next:

$$\frac{u_0}{a_0} \left[\frac{k_{s0}a_0}{E_0A_{cal}} + \sin(\alpha_{0l}) \right] = \frac{1}{\sqrt{1+\psi_{uv}^2}} - \sin(\alpha_{0l}).$$

Finally, from the last equation, a recurrent formula for determining horizontal and vertical displacements was obtained depending on the displacements relative parameter (ψ_{uv}):

$$\left(\frac{u_0}{a_0}\right) = \frac{\left[\frac{1}{\sqrt{1+\psi_{uv}^2}} - \sin(\alpha_{0l}) \right]}{\left(\frac{k_{s0}a_0}{E_0A_{cal}} + \sin(\alpha_{0l}) \right)}, \quad (17,a)$$

$$\left(\frac{u_0}{a_0}\right) + 1 = \frac{\left[\frac{1}{\sqrt{1+\psi_{uv}^2}} - \sin(\alpha_{0l}) \right]}{\left(\frac{k_{s0}a_0}{E_0A_{cal}} + \sin(\alpha_{0l}) \right)} + 1. \quad (17,b)$$

Thus, combining the recurrent formula (17, b) with the first equation from the equations system (16), we can obtain a criterion for the two-rod system deformation on elastic supports under symmetric nonlinear deformation:

$$\frac{P}{E_0A_{cal}} = 2\psi_{uv} \left\{ \frac{1}{\sqrt{1+\psi_{uv}^2}} - \left[\frac{\frac{1}{\sqrt{1+\psi_{uv}^2}} - \sin(\alpha_{0l})}{\frac{k_{s0}a_0}{E_0A_{cal}} + \sin(\alpha_{0l})} + 1 \right] \sin(\alpha_{0l}) \right\}. \quad (18)$$

The resulting equation (18) is a criterion for the sloped two-rod truss stability of the Mises truss type on elastic supports. It should be noted that equation (18) is an analytical equation for direct calculation in the critical force relative coordinates. Moreover, the obtained equations (17, b) and (15) are recurrent formulas for the transition from the displacements relative parameter (ψ_{uv}) according to formula (14) to relative displacements ($(v_p/a_0), (u_0/a_0)$).

At Fig. 2 is shown the dependency of $\frac{P}{E_0A_{cal}}$ from the relative vertical

displacements $\frac{v_p}{f}$ with $\alpha_{0l}=80^\circ$. Where: 1 - a diagram when $\frac{k_{s0}a_0}{E_0A_{cal}}=1$; 2 -

a diagram when $\frac{k_{s0}a_0}{E_0A_{cal}}=2$; 3 - a diagram when $\frac{k_{s0}a_0}{E_0A_{cal}}=5$; 4 - a diagram

when $\frac{k_{s0}a_0}{E_0A_{cal}}=15$.

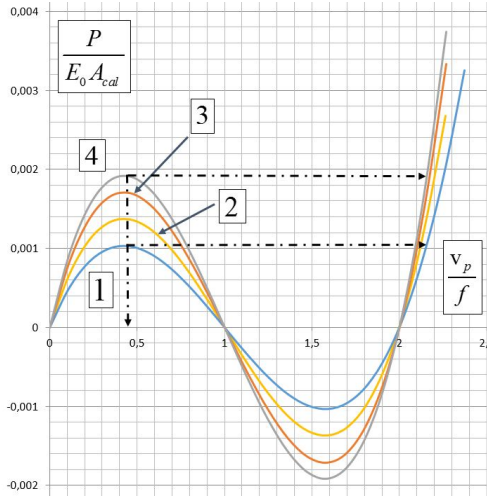


Fig. 2. Numerical studies of von Mises truss with horizontal elastic supports results by formula (18) with the displacements parameters by formulas (15, 17)

4. The numerical studies results

In order to determine certain regularities of elastic double-rod trusses' on elastic supports nonlinear deformation under a vertical load in the ridge node numerical studies were carried out. Thus, it was found that the truss' inclined rods angle, as well as the elastic supports stiffness, affects the ridge node vertical displacements dependence on the vertical load.

When manufacturing a truss structure from an elastic material without elastic supports ($u_0 / a_0 = 0$) that is a rigid horizontal support, at small rods inclination angles, the obtained expression (16, the first equation) goes over to the traditional solution given in [19, 20].

$$\frac{P}{EA_{cal}} = 2 \left(\frac{1}{\tan \alpha_{0l}} - \frac{v_p}{a_0} \right) \left[\frac{1}{\sqrt{1 + \left((1/\tan \alpha_{0l}) - (v_p/a_0) \right)^2}} - \sin(\alpha_{0l}) \right]. \quad (19)$$

At the first researches stage, the elastic supports rigidity influence was determined at a fixed initial angle $\alpha_{0l} = 80^\circ$ and $\alpha_{0l} = 82.5^\circ$ (Fig. 2, Fig. 3).

At Fig. 3 is shown the dependency of $P/E_0 A_{cal}$ from relative vertical displacements v_p/f with $\alpha_{0l} = 80^\circ$. Where: 1 - a diagram when $(k_{s0} a_0)/(E_0 A_{cal}) = 1$; 2 - a diagram when $(k_{s0} a_0)/(E_0 A_{cal}) = 2$; 3 - a diagram when $(k_{s0} a_0)/(E_0 A_{cal}) = 5$; 4 - a diagram when $(k_{s0} a_0)/(E_0 A_{cal}) = 15$.

It is shown that the general deformation's nature is similar to the traditional von Mises truss deformation without elastic horizontal supports - the truss' ridge node is snapping through the horizontal axis, but under a vertical load, which depends on the horizontal supports stiffness.

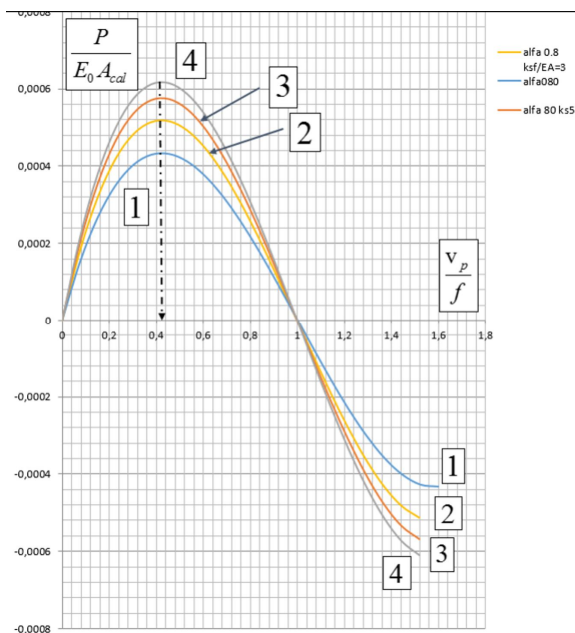


Fig. 3. Numerical studies results of the von Mises truss with elastic horizontal supports deformation according to equation (18) with displacement parameters according to formulas (15.17)

It has been established that the lower the horizontal supports rigidity, the lower the truss critical buckling force. The critical force value corresponds to such a load at which a slight decrease in the vertical force does not lead to the return the truss to the design position. It was also found that at an initial angle value $\alpha_{0I} = 80^\circ$ (Fig. 2), an increase in the elastic supports relative stiffness from $(k_{s0}a_0)/(E_0A_{cal}) = 1,0$ to $(k_{s0}a_0)/(E_0A_{cal}) = 2,0$ increases the critical force reduced to the rods stiffness by almost 1.4 times. But with a further increase in the relative horizontal elastic supports stiffness from $(k_{s0}a_0)/(E_0A_{cal}) = 2$ to $(k_{s0}a_0)/(E_0A_{cal}) = 15$ an additional increase in the critical reduced force can be achieved, but such an increase in the horizontal supports stiffness is apparently not economically feasible. The same effect is observed at the initial design support rods angle $\alpha_{0I} = 82,5^\circ$ (Fig. 3).

Thus, by constructive measures by creating additional horizontal rigid elements in the domes belts, or by increasing the elements' cross-sections for lower tiers, it is possible to increase the domes upper tier stability, which will ensure the architectural form and structural safety.

At the second stage, to determine an inclination angle influence on the truss with elastic supports stability, the studies were carried out at a fixed elastic supports stiffness: it is assumed that the relative elastic supports stiffness is $(k_{s0}a_0)/(E_0A_{cal}) = 2$. The studies were carried out at the truss' elastic

supporting elements deflection angles from the vertical axis: $\alpha_{011} = 75^\circ$; $\alpha_{012} = 77,5$; $\alpha_{013} = 80^\circ$; $\alpha_{014} = 82,5^\circ$. The research results are shown at Fig. 4.

At Fig.4 is shown the dependency of P/E_0A_{cal} from the relative vertical displacements parameter v_p/f and with $(k_{s0}a_0)/(E_0A_{cal}) = 2$. Where: 1 - a diagram when $\alpha_{011} = 75^\circ$; 2- a diagram when $\alpha_{012} = 77,5$; 3 - a diagram when $\alpha_{013} = 80^\circ$, 4 - a diagram when $\alpha_{014} = 82,5^\circ$.

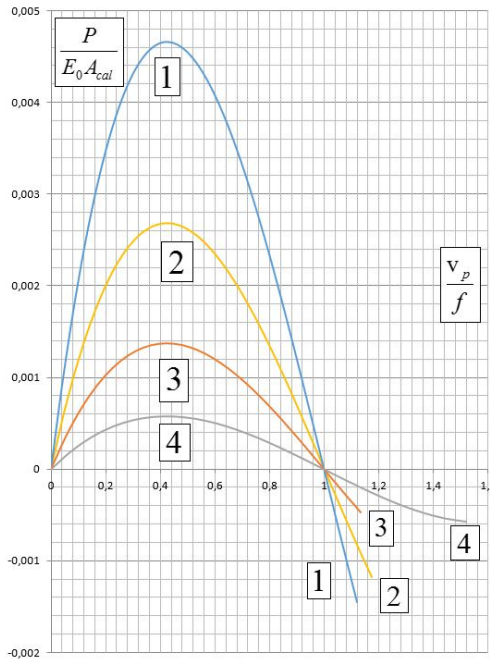


Fig. 4. Numerical studies results of the von Mises truss with elastic horizontal supports deformation according to equation (18)

Studies have confirmed an additional essential sensitivity to the two-rod three-hinged trusses stability loss from the initial inclination angle and at a certain horizontal supports stiffness.

The presented results analysis (Fig. 2) showed that on snapping through the neutral axis which connecting the supports, the rods are stretched. It was also noted that, regardless from small inclination angles, at a given stiffness ratio of the rods and horizontal supports, the truss nonlinear deformation occurs rather quickly. In the stability loss case, any small reduction in the critical load may not lead to a stable state, but will lead to an increase in vertical and horizontal displacements. Therefore, a more detailed dependence graph vertical displacements on the load at different stiffness of horizontal supports is shown in Fig. 3 and Fig. 4.

5. Conclusions. Scientific novelty and practical significance

1. The horizontal supports elasticity influence which is simulating the domes upper tier supporting conditions on the Mises trusses stability has been investigated. A three-hinged truss deformed scheme when a concentrated vertical load is applied to the ridge node is considered. An analytical method is used to obtain a generalized equation for the three-hinged trusses stability criterion to determine the critical load depending on the design system parameters: the rods' inclination angle, the rods' stiffness, and the horizontal elastic supports' stiffness. A two transcendental equations system for the load dependence on vertical and horizontal displacements is obtained, taking into account the rods' compression. Such equations system analytical solution using a generalized parameter - an inclined rods variable angle's tangent, made it possible to obtain one equation for the vertical load dependence on the vertical and symmetric horizontal supports displacement. The truss' numerical stability studies depending on the design geometry of a structure was carried out.

2. The dependence analytical expression of load on the structure reduced to the rod's stiffness on the rods' inclination angle and the supports' horizontal stiffness was obtained. The inclined double-rod three-hinged trusses nonlinear deformation's nature, depending on the elastic supports stiffness and the rods angle was confirmed. It has been established that the inclined two-rod three-hinged systems' deformation nature has the node snapping-through effect. It was found that, depending on the horizontal supports rigidity, and with a decrease in the rods angle, the relative critical load reduced value significantly decreases.

3. On the three-hinged inclined two-rod truss with elastic horizontal supports deformed scheme's theoretical studies basis, was obtained a generalized analytical solution to determine the critical load for such systems. The horizontal supports' elasticity influence regularities on a decrease in the critical load value and a decrease in such systems stability was obtained.

4. The obtained generalized analytical solution models the dome system's annular elements stiffness through the horizontal supports stiffness and determines the lower tier's elements stiffness effect on the dome's uppermost tier structural system's stability.

The obtained analytical equation and a numerical studies has a practical importance, since they allow one to determine the dome's annular elements rigidity's rational design parameters to ensure the upper tier stability.

REFERENCES

1. *Bazhenov V.A., Perelmuter A.V., Vorona Yu.V.* Structural mechanics and theory of structures. History essays. – LAP LAMBERT Academic Publishing, Saarbrücken, Deutschland, 2017. -580 p.
2. *Bazhenov V.A., Solovei N.A., Krivenko O.P.* Modeling of Nonlinear Deformation and Buckling of Elastic Inhomogeneous Shells // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific and technical collected articles – Kyiv: KNUBS. – Issue 92, pp. 121-147 (2014), [in Ukrainian]. <http://opir.knuba.edu.ua/>
3. *Bazant Z.P., Cedolin L.* (2010) Stability of structures: Elastic, inelastic, fracture and damage theories World Scientific Publishing, Co. 1040 p. <https://doi.org/10.1142/7828> <https://www.scholars.northwestern.edu/en/publications/stability-of-structures-elastic-inelastic-fracture-and-damage-the-4/>

4. *Bilyk S.I.* Optimal form of the geometrical circuitry of the frame carcass with incline elements around functional cubature / Bilyk S. I. // Applied geometry and engineering graphics: Collection of scientific papers/ KNUBA. – K., 2004. – V. 74. – P. 228–235, [in Ukrainian]. Білик С.І. Рациональна форма геометричної схеми рамного каркасу з карнизними похилими елементами навколо функціонального об'єму// Прикладна геометрія та інженерна графіка: міжвід. наук. зб./МОН України, КНУБА. –К., 2004. – V. 74. – P. 228–235.
5. *Bilyk S.I., Bilyk A.S., Nilova T.O., Shpynda V.Z., Tsyupyn E.I.* Buckling of the steel frames with the I-shaped cross-section columns of variable web height // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles – Kyiv: KNUBA, 2018. – Issue 100. – P. 140-154. <http://library.knuba.edu.ua/books/zborniki/12/201604.pdf>.
6. *Bilyk Sergiy, Tonkacheiev Vitaliy.* Determining sloped-load limits inside von Mises truss with elastic support. *Materiali in tehnologije*, Ljubljana, Slovenija 52 (2018), 105-109, doi:10.17222/mit.2016.083 <http://mit.imt.si/Revija/izvodi/mit182/bilyk.pdf>.
7. *Bilyk S.I., Tonkacheiev H.M., Bilyk A.S., Tonkacheiev V.H.* Tall von-Mises trusses' skew-symmetric deformation// Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles – Kyiv: KNUBA, 2020. – Issue 105. – P. 114-126. <https://doi.org/10.32347/2410-2547.2020.105.114-126>
8. *Bilyk S.I., Yurchenko V.V.* Size optimization of single edge folds for cold-formed structural members// Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles – Kyiv: KNUBA, 2020. – Issue 105. – P. 73-86. DOI: 10.32347/2410-2547.2020.105.73-86
9. *Bilyk S.I., Tonkacheiev V.H.* The influence of direction of the nodal load on stability of the von Mises truss with elastic supports on the example of ribbed domes with rings of steel// Construction, materials science, mechanical engineering. Section: Innovative lifecycle technology of housing and civil, industrial and transportation purposes – Dnepr: PGASA, 2015. – Issue No 85. – P. 44-49. <http://smm.pgasa.dp.ua/article/view/67272>
10. *Blązejewski P., Marcinowski J., Rotter M.* Buckling of externally pressurised spherical shells. Experimental results compared with recent design recommendations/ EUROSTEEL 2017, September 13–15, 2017, Copenhagen, Denmark, Ernst & Sohn Verlag für Architektur und technische Wissenschaften GmbH & Co. KG, Berlin • ce/papers 1 (2017), No. 2 & 3, p.1010-1018. <https://doi.org/10.1002/cepa.141>
11. Frantík P. Simulation of the stability loss of the von Mises truss in an unsymmetrical stress state/ Engineering MECHANICS, Vol. 14, 2007, No. 1, p. 155–161 http://www.engineeringmechanics.cz/pdf/14_3_155.pdf
12. *Greco Marcelo, Carlos Eduardo Rodrigues Vicente,* Analytical solutions for geometrically nonlinear trusses, *Revista Escola de Minas*, 62 (2009) 2, 205-214, doi:10.1590/S0370-44672009000200012
13. *Kala Z., Kalina M.* Static equilibrium states of von Mises trusses. *INTERNATIONAL JOURNAL OF MECHANICS*, volume 10, 2016, p. 294-298. [https://www.researchgate.net/publication/305175165Kala, Zdenek & Kalina, Martin. \(2016\)](https://www.researchgate.net/publication/305175165Kala_Zdenek_Kalina_Martin_(2016)).
14. *Kala Z.* Stability of von-Mises truss with initial random imperfections. *Modern Building Materials, Structures and Techniques*, MBMST 2016. *Procedia Engineering* 172 (2017) p.473 – 480. <https://pdf.sciencedirectassets.com/278653/>
15. *Kalina, M.* Stability Problems of Pyramidal von Mises Planar Trusses with Geometrical Imperfection. *International Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, volume 1, 2016 p.118-123. <https://www.iasas.org/iasas/filedownloads/ijtam/2016/009-0018.pdf>
16. *Ligarò S.S., Valvo P.S.* Large Displacement Analysis of Elastic Pyramidal Trusses. *International Journal of Solids and Structures*, Vol.43, No.16, 2006, pp. 206-212. 43, pp. 4867-4887. https://www.researchgate.net/profile/Paolo_Valvo/publication/229292690.
17. *Marcinowski J.* Stateczność konstrukcji sprężystych // Wrocław, DWE, 2017, 278 p.
18. *Mikhlin Y.V.:* Nonlinear normal vibration modes and their applications, *Proceedings of the 9th Brazilian Conference on Dynamics Control and their Applications Serra Negra*, (2010), 151-171, <http://www.sbmec.org.br/dincon/trabalhos/PDF/invited/68092.pdf>, 23.11.2016
19. *R.V. Mises,* Über die Stabilitätsprobleme der Elastizitätstheorie, *Z. angew. Math. Mech.*, 3 (1923), 406–422, doi:10.1002/zamm.19230030602 <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/zamm.19230030602>.
20. *R. von Mises, J. Ratzersdorfer,* “Die Knicksicherheit von Fachwerken *ZAMM* 5, pp. 218-235, 1925/ <https://doi.org/10.1002/zamm.19250050305>
21. *Dynamical Systems V: Bifurcation Theory and Catastrophe Theory // V.I. Arnold, V.S. Afrajmovich, Yu.S. Il'yashenko, L.P. Shil'nikov// Springer Science & Business, New York, 1999-*

- 272p/. https://scholar.google.com.ua/scholar?q=bifurcation+theory+and+catastrophe+theory&hl=uk&as_sdt=0&as_vis=1&oi=scholar.
22. *Endzhiievskij L.V., Tereshkova A.V.* Istoriya avarij i katastrof. ISBN978-5-7638-2771-2 SFU-2013, 440 s. <https://znanium.com/catalog/document?id=163542>
23. *Barabash M.* Some aspects of modelling nonlinear behaviour of reinforced concrete // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles – Kyiv: KNUBA, 2018. – Issue 100. – P. 164-171. http://opir.knuba.edu.ua/files/zbirnyk-100/13-100_barabash.pdf

Стаття надійшла 04.04.2022

Білик С.І., Білик А.С., Тонкачєв В.Г.

СТІЙКІСТЬ ПОЛОГИХ ФЕРМ ФОН МІЗЕСА ПРИ ПРУЖНИХ ГОРИЗОНТАЛЬНИХ ОПОРАХ

Анотація. Мета. Метою роботи є дослідження впливу на стійкість ферм фон Мізеса пружності горизонтальних опор, які моделюють умови спирання верхнього ярусу куполів. **Методика.** Розглянуто деформовану схему тришарнірної ферми при прикладанні в гребеневому вузлі зосередженого вертикального навантаження. Аналітичним методом отримано узагальнене рівняння критерію стійкості тришарнірних ферм для визначення критичного навантаження в залежності від параметрів розрахункової системи: кута нахилу стрижнів, жорсткості стрижнів, жорсткості горизонтальних пружних опор. Отримана система двох трансцендентних рівнянь залежності навантаження від вертикальних і горизонтальних переміщень з урахуванням обтиску стрижнів. Аналітичне рішення такої системи рівнянь через узагальнений параметр – змінний тангенс кута нахилу похилих стрижнів, дозволив отримати одне рівняння залежності вертикального навантаження від вертикального та симетричного горизонтального переміщення опор. Проведено числові дослідження стійкості ферми в залежності від проектної геометрії конструкції. **Результати.** Отримано аналітичний вираз залежності приведеного до жорсткості стрижня навантаження на конструкцію в залежності від кута нахилу стрижнів і горизонтальної жорсткості опор. Підтверджено нелінійний характер деформування положистих двострижневих тришарнірних ферм в залежності від жорсткості пружних опор і кута нахилу стрижнів. Встановлено, що характер деформування двострижневих положистих тришарнірних систем має ефект прокладування гребеневого вузлу. Встановлено, що разом зі зменшенням кута нахилу стрижнів знижується відносно приведенне значення критичного навантаження в залежності від жорсткості горизонтальних опор. **Наукова новизна.** На підставі теоретичних досліджень деформованої схеми тришарнірної двострижневої похилої ферми з пружними горизонтальними опорами отримано узагальнене аналітичне рішення таких систем. Отримано закономірності впливу пружності горизонтальних опор на стійкість таких систем. Узагальнене аналітичне рішення моделює через жорсткість горизонтальних опор жорсткість кільцевих елементів купольної системи, та визначає загальний вплив жорсткості елементів нижнього ярусу на стійкість конструктивної системи самого верхнього ярусу купола. **Практична значимість.** Отримане аналітичне рівняння дозволяє визначити раціональні конструктивні параметри кільцевих елементів куполу, для забезпечення стійкості верхнього ярусу.

Ключові слова: стійкість; ферма фон Мізеса, сталевий купол; нелінійні переміщення; деформаційний розрахунок, пружні горизонтальні опори; рівняння критичного навантаження; моделювання; вузлова стійкість куполів.

Bilyk S.I., Bilyk A.S., Tonkachev V.H.

THE STABILITY OF LOW-PITCHED VON MISES TRUSSES WITH HORIZONTAL ELASTIC SUPPORTS

Abstract. Purpose. The work's aim is to study the horizontal supports stiffness impact, which simulate the conditions for supporting the domes upper tier on the von Mises trusses' stability. **Methodology.** A three-hinged truss' deformed scheme under applying a concentrated vertical load in the ridge joint was considered. An analytical method was used to obtain a generalized equation for the three-hinged trusses' stability criterion to determine the critical load depending on the design system's parameters such as the rods' inclination angle, the rods' stiffness, and the horizontal elastic supports stiffness. A two transcendental equations' system for the dependence of the load on vertical and horizontal displacements taking into account the rods' compression was obtained. Such equations' system's analytical solution through a generalized parameter - a variable rods' angle tangent, made it possible to obtain one equation for the dependence of the vertical load on the vertical and symmetric

horizontal supports' displacement. The truss' stability numerical studies were carried out depending on the structure's design geometry. **Findings.** An analytical expression of the dependence for the load on the structure, which was reduced to the rod's stiffness depending on the rods' angle to the horizontal stiffness of the supports, was obtained. The low-pitched double-rod three-hinged trusses' nonlinear deformation nature depending on the elastic supports' stiffness and the rods' angle was confirmed. It was found that with the two-rod low-pitched three-hinged systems' nonlinear deformation nature the ridge joint's snap-through effect takes place. It was found that the relative reduced critical load value decreases along with the rods' inclination angle decrease depending on the horizontal supports' stiffness. **Scientific innovation.** On the theoretical studies basis of the three-hinged two-rod low-pitched trusses with elastic horizontal supports deformed scheme a generalized analytical equation for the such systems' solution was obtained. The generalized analytical solution models the dome system annular elements stiffness through the horizontal supports' stiffness and determines the general lower tier elements stiffness effect on the dome uppermost tier structural system stability. **Practical value.** The obtained analytical equation makes it possible to determine the dome annular elements rational design parameters to ensure the upper tier stability.

Keywords: stability; von Mises truss; steel dome; nonlinear displacements; deformational calculation; elastic horizontal supports; the critical load equation; domes' nodal buckling.

УДК 624.014

Білик С.І., Білик А.С., Тонкачев В.Г. Стійкість пологих ферм фон Мізеса при пружних горизонтальних опорах // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірник – К.: КНУБА, 2022. – Вип. 108. – С. 131-144. – Англ.

Досліджено стійкість пологих ферм фон Мізеса при наявності пружних горизонтальних опор.

Рис. 4. Бібліогр. 22 назв.

UDC 624.014

Bilyk S.I., Bilyk A.S., Tonkacheiev V.H. The stability of low-pitched von Mises trusses with horizontal elastic supports // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles. – K.: KNUBA, 2022. – Issue 108. – P. 131-144.

The low-pitched von Mises trusses' stability with elastic horizontal supports is considered.

Fig. 4. Ref. 22.

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): доктор технічних наук професор, професор кафедри металевих та дерев'яних конструкцій, завідувач кафедри металевих та дерев'яних конструкцій КНУБА БІЛИК Сергій Іванович

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури

Мобільний тел.: +38(067) 098-044-82 88

E-mail: vartist@ukr.net

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0001-8783-5892>

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри металевих та дерев'яних конструкцій КНУБА БІЛИК Артем Сергійович

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури

Мобільний тел.: +38(067) 588-8-295

E-mail: vartist@ukr.net

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-9219-920X>

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, доцент кафедри металевих та дерев'яних конструкцій КНУБА ТОНКАЧЕВ Віталій Геннадійович

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури.

Мобільний тел.: +38(063) 322-40-50

E-mail: tonkacheiev.vg@knuba.edu.ua

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-1010-8440>

UDC 539.3

**INFLUENCE OF FOUNDATION STIFFNESS ON DEFORMATION OF
LAYERED BUILDING STRUCTURES****S.O. Pyskunov,**
Dr. Sci., Prof.**S.I. Trubachev,**
Cd. Sci., Doc.**Ye.Ye. Onyshchenko,**
Cd. Sci., Doc.**V.A. Kolodezhnyi,**
Sen. Lec.

*National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute"
Peremogy ave., 37, Kyiv, 03056*

DOI: 10.32347/2410-2547.2022.108.145-155

The paper considers the bending of a three-layer plate with a rigid filler, which is on an elastic basis. Hypotheses of a broken line are accepted for the description of kinematics of deformation. The contour of the plate has a rigid diaphragm, which prevents the relative displacement of the layers. Analytical and numerical calculations of the three-layer plate using finite element method (FEM) were performed. As a result of the calculation, the dependences of the deflection on the stiffness coefficient of the elastic basis were determined. Recommendations on the choice of stiffness factor are given.

Keyword: stress-strain state, bending, rigidity of the base, three-layer plate, building structures.

Introduction. Composite materials (CM) with pre-predicted properties are actively used for the manufacture of structural elements along with traditional (isotropic) materials in recent years. This kind of materials meet the extreme operating conditions of the products best of other. Widespread use of CM in the creation of modern technology requires consideration of new factors, such as the nonlinear nature of their deformation, anisotropy of rigidity and strength; the possibility of their fracture along the layers interface provide the load-bearing capacity of the structure; the possibility of the presence of various defects. It is requires comprehensive analytical and numerical studies aimed at elucidating the nature of the manifestation of the physical picture of the processes occurring, both in structural elements and in the material, with possible operating loads [1, 2] to solve such problems. Structures in the form of three-layer plates and plates on an elastic basis are widely used in industrial, civil and transport structures, as well as in other fields of technology. In transport structures, the calculation scheme in the form of a plate on an elastic basis is used to calculate pavement, slabs used to strengthen the slopes of embankments, cones and the calculation of the bridge deck [3, 4]. In industrial and civil structures, such a calculation scheme is used to calculate slab foundations, retaining walls, etc.

Recently, the requirements for the level of strength of pavement to pass heavy vehicles have increased significantly, as well as the requirements for their equality to create conditions for the realization of dynamic opportunities for traffic [5-7]. In our climate, longer service life can have tough road wear. They are usually used in the most difficult operating conditions – on roads with high traffic, on city highways, on approaches to large cities, quarry roads, airfields, etc. [4, 5]. Despite the fact that currently the cost of structures of rigid pavement is 10–20% higher than asphalt pavements, this ratio is not stable and will change due to the price of oil products and transport services [3-5]. The paper considers the problem of modeling the behavior of hard road blankets taking into account the real operating conditions based on the Winkler model [8, 9]. Such structures are subjected to intense static loads during operation.

Basic relations and method of calculation. Consider an elastic three-layer plate with a rigid filler, which is on an elastic basis. To describe the kinematics of the package, the hypotheses of the broken line are accepted: in the bearing layers Kirchhoff's hypotheses are valid, in the incompressible thickness of the filler the normal remains straight, does not change its length, but returns to some additional angle with coordinate axes quantities $\psi_x(x, y)$, $\psi_y(x, y)$ [9,10]. We consider deformations to be small. External distributed surface loads act on the plate $q(x, y)$, $p_x(x, y)$, $p_y(x, y)$ and base reaction (Fig. 1).

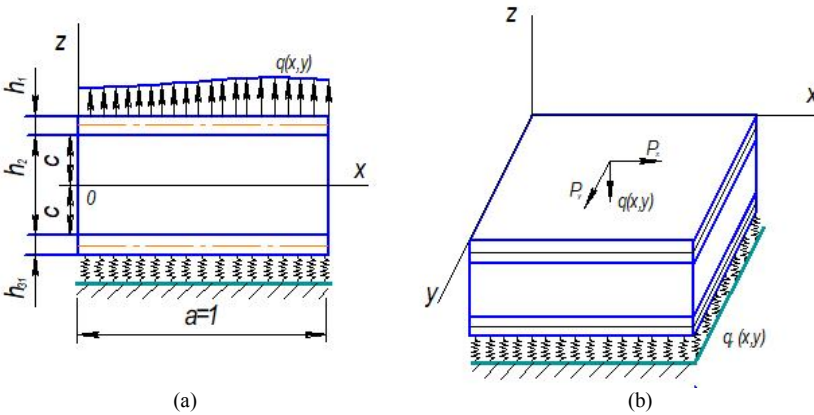


Fig. 1. Calculation scheme of a three-layer plate on an elastic basis

Base reaction q_r corresponds to Winkler's model [8, 9]:

$$q_r = -kw, \tag{1}$$

where k – base stiffness coefficient, w – deflection of the plate; a minus sign indicates that the reaction is directed in the direction opposite to the deflection.

The coordinate system x, y, z connects with the median plane of the filler. Through $w(x, y)$, $u_x(x, y)$, $u_y(x, y)$ marked deflection and axial longitudinal movements (displacements) of the middle surface of the aggregate. The

contour of the plate has a rigid diaphragm, which prevents the relative displacement of the layers. Denote by h_k the thickness of the k -th layer, with $h_3 = 2c$ ($k = 1, 2, 3$).

Using the introduced geometric hypotheses, the longitudinal displacements in the layers $u^{(k)}$ can be expressed through the required five functions $u_x, u_y, \Psi_x, \Psi_y, w$:

$$\begin{aligned} u_x^{(1)} &= u_x + c\Psi_x - zW_{,x}, & u_y^{(1)} &= u_y + c\Psi_y - zW_{,y} \quad (c \leq z \leq c + h_1), \\ u_x^{(3)} &= u_x + z\Psi_x - zW_{,x}, & u_y^{(3)} &= u_y + z\Psi_y - zW_{,y} \quad (-c \leq z \leq c), \\ u_x^{(2)} &= u_x - c\Psi_x - zW_{,x}, & u_y^{(2)} &= u_y - c\Psi_y - zW_{,y} \quad (-c - h_2 \leq z \leq -c), \end{aligned} \quad (2)$$

where z – the distance from the considered fiber to the middle plane of the aggregate, $u + c\Psi$ – the value of displacement of the outer carrier layer due to the deformation of the aggregate, for the second carrier layer, this displacement will be appropriate ($u - c\Psi$).

The components of the strain tensor are expressed in terms of the five required functions using the Cauchy relations [9] and expressions (2):

$$\begin{aligned} \varepsilon_{xx}^{(1)} &= u_{x,x} + c\Psi_{x,x} - zW_{,xx}, & \varepsilon_{yy}^{(1)} &= u_{y,y} + c\Psi_{y,y} - zW_{,yy} \quad (c \leq z \leq c + h_1), \\ \varepsilon_{xx}^{(3)} &= u_{x,x} + z\Psi_{x,x} - zW_{,xx}, & \varepsilon_{yy}^{(3)} &= u_{y,y} + z\Psi_{y,y} - zW_{,yy} \quad (-c \leq z \leq c), \\ \varepsilon_{xx}^{(2)} &= u_{x,x} - c\Psi_{x,x} - zW_{,xx}, & \varepsilon_{yy}^{(2)} &= u_{y,y} - c\Psi_{y,y} - zW_{,yy} \quad (-c - h_2 \leq z \leq -c), \\ \varepsilon_{xy}^{(1)} &= \frac{1}{2}(u_{x,y} + c\Psi_{x,y} - zW_{,xy} + u_{y,x} + c\Psi_{y,x} - zW_{,yx}) = \\ &= \frac{1}{2}(u_{x,y} + u_{y,x}) + c\Psi_{x,y} - zW_{,xy}, \\ \varepsilon_{xy}^{(2)} &= \frac{1}{2}(u_{x,y} - c\Psi_{x,y} - zW_{,xy} + u_{y,x} - c\Psi_{y,x} - zW_{,yx}) = \\ &= \frac{1}{2}(u_{x,y} + u_{y,x}) - c\Psi_{x,y} - zW_{,xy}, \\ \varepsilon_{xy}^{(3)} &= \frac{1}{2}(u_{x,y} + z\Psi_{x,y} - zW_{,xy} + u_{y,x} + z\Psi_{y,x} - zW_{,yx}) = \\ &= \frac{1}{2}(u_{x,y} + u_{y,x}) + z\Psi_{x,y} - zW_{,xy}, \\ \varepsilon_{xz}^{(1)} &= \varepsilon_{xz}^{(2)} = 0, & \varepsilon_{xz}^{(3)} &= \frac{1}{2}\Psi_x, & \varepsilon_{yz}^{(1)} &= \varepsilon_{yz}^{(2)} = 0, & \varepsilon_{yz}^{(3)} &= \frac{1}{2}\Psi_y, & \varepsilon_{yx}^{(k)} &= \varepsilon_{xy}^{(k)}. \end{aligned} \quad (3)$$

The ball and deviator parts of the strain tensor in this case will be as follows ($\vartheta_{ij} = \varepsilon_{ij} - \varepsilon\delta_{ij}$; $i, j = x, y, z$):

$$\varepsilon^{(k)} = \frac{1}{3}(\varepsilon_{xx}^{(k)} + \varepsilon_{yy}^{(k)}), \quad \vartheta_{xx}^{(k)} = \frac{2}{3}\varepsilon_{xx}^{(k)} - \frac{1}{3}\varepsilon_{yy}^{(k)}, \quad \vartheta_{yy}^{(k)} = \frac{2}{3}\varepsilon_{yy}^{(k)} - \frac{1}{3}\varepsilon_{xx}^{(k)},$$

$$\vartheta_{xz}^{(3)} = \varepsilon_{xz}^{(3)}, \quad \vartheta_{yz}^{(3)} = \varepsilon_{yz}^{(3)}. \quad (4)$$

We introduce the internal efforts and moments of the following relations [9, 10]:

$$N_{xx}^{(k)} = \sum_{k=1}^3 \int_{h_k} \sigma_{xx}^{(k)} dz, \quad N_{yy}^{(k)} = \sum_{k=1}^3 \int_{h_k} \sigma_{yy}^{(k)} dz,$$

$$Q_x = \int_{h_3} \sigma_{xz}^{(3)} dz, \quad Q_y = \int_{h_3} \sigma_{yz}^{(3)} dz, \quad Q_{xy}^{(k)} = \sum_{k=1}^3 \int_{h_k} \sigma_{xy}^{(k)} dz, \quad (5)$$

$$M_{xx}^{(k)} = \sum_{k=1}^3 \int_{h_k} \sigma_{xx}^{(k)} z dz, \quad M_{yy}^{(k)} = \sum_{k=1}^3 \int_{h_k} \sigma_{yy}^{(k)} z dz, \quad M_{xy}^{(k)} = \sum_{k=1}^3 \int_{h_k} \sigma_{xy}^{(k)} z dz,$$

where $\sigma_{xx}^{(k)}$, σ_x , $\sigma_{yy}^{(k)}$, σ_y – components of the stress tensor in the layers of the plate; integrals are taken by the thickness of the k -th layer.

Equilibrium equations are obtained from the Lagrange variational principle:

$$\delta A + \delta W = 0. \quad (6)$$

Here is a variation in the work of external surface forces:

$$\delta A = \iint_S (p \delta u_x + p \delta u_y + (q + q_r) \delta w) dS. \quad (7)$$

Variation of internal stresses takes into account the work of the aggregate in the tangential direction:

$$\begin{aligned} \delta W = & \iint_S \left\{ \left[\sum_{k=1}^3 \int_{h_k} (\sigma_{xx}^{(k)} \delta \varepsilon_{xx}^{(k)} + \sigma_{yy}^{(k)} \delta \varepsilon_{yy}^{(k)} + 2\sigma_{xy}^{(k)} \delta \varepsilon_{xy}^{(k)}) dz \right] + \right. \\ & \left. + 2 \int_{h_3} (\sigma_{xx}^{(3)} \delta \varepsilon_{xx}^{(3)} + \sigma_{yy}^{(3)} \delta \varepsilon_{yy}^{(3)}) dz \right\} dx dy. \quad (8) \end{aligned}$$

Variations of displacements in layers:

$$\delta u_x^{(1)} = \delta u_x + c \delta \psi_x - z \delta w_{,x}, \quad \delta u_y^{(1)} = \delta u_y + c \delta \psi_y - z \delta w_{,y} \quad (c \leq z \leq c + h_1),$$

$$\delta u_x^{(3)} = \delta u_x + z \delta \psi_x - z \delta w_{,x}, \quad \delta u_y^{(3)} = \delta u_y + z \delta \psi_y - z \delta w_{,y} \quad (-c \leq z \leq c), \quad (9)$$

$$\delta u_x^{(2)} = \delta u_x - c \delta \psi_x - z \delta w_{,x}, \quad \delta u_y^{(2)} = \delta u_y - c \delta \psi_y - z \delta w_{,y} \quad (-c - h_2 \leq z \leq -c).$$

Variations of deformations follow from relations (3) taking into account (9).

Substituting the expressions for the integrals of the thickness of the layers in formula (8) and equating the zero coefficients with independent variations, we obtain a system of differential equations of equilibrium of a rectangular three-layer plate on an elastic basis in the effort:

$$\begin{aligned} N_{xx,x} + Q_{xy,y} = -p_x, \quad N_{yy,y} + Q_{xy,x} = -p_y, \quad H_{xx,x} + H_{xy,y} - Q_x = 0, \\ H_{yy,y} + H_{xy,x} - Q_y = 0, \quad M_{xx,xx} + 2H_{xy,xy} + M_{yy,yy} = -(q + q_r). \quad (10) \end{aligned}$$

To connect the stresses and strains in the layers we use the relation of Hooke's law in the deviator-spherical form:

$$S_{ij}^{(k)} = 2G_k \vartheta_{ij}^{(k)}, \quad \sigma^{(k)} = 3K_k \varepsilon^{(k)}, \quad k = 1, 2, 3; \quad i, j = x, y, z, \quad (11)$$

where G_k, K_k – shear and bulk deformation modules, $S_{ij}^{(k)}, \sigma^{(k)}$ – deviator and spherical parts of the stress tensor, $\vartheta_{ij}^{(k)}, \varepsilon^{(k)}$ – deviator and layered parts of the strain tensor.

The components of the stress tensor in the layers, taking into account expressions (5) and (11) will be:

$$\begin{aligned}\sigma_{xx}^{(k)} &= S_x^{(k)} + \sigma^{(k)} = \frac{4}{3}G\varepsilon_{xx}^{(k)} + K\varepsilon_{xx}^{(k)} - \frac{2}{3}G\varepsilon_{yy}^{(k)} + K\varepsilon_{yy}^{(k)} = K_k^+\varepsilon_{xx}^{(k)} + K_k^-\varepsilon_{yy}^{(k)}, \\ \sigma_{yy}^{(k)} &= K_k^-\varepsilon_{xx}^{(k)} + K_k^+\varepsilon_{yy}^{(k)}, \quad \sigma_{xy}^{(k)} = 2G_k\varepsilon_{xy}^{(k)}, \\ \sigma_{xz}^{(3)} &= 2G_3\varepsilon_{xz}, \quad \sigma_{yz}^{(3)} = 2G_3\varepsilon_{yz},\end{aligned}\quad (12)$$

where $K_k^+ = K_k + \frac{4}{3}G_k$, $K_k^- = K_k - \frac{2}{3}G_k$.

Substituting in (8) the expressions of deformations due to the required displacements (3) and using the integration in the thickness of each of the layers, and taking into account expressions (7), (6) and (1), we obtain from (10) a system of five linear equilibrium differential equations regarding the required movements:

$$\begin{aligned}a_1(u_{x,xx} + u_{y,yy}) + a_2(\psi_{x,xx} + \psi_{y,yy}) - a_3(w_{,xxx} + w_{,yyy}) + a_8u_{x,yy} + a_9\psi_{x,yy} &= -p_x, \\ a_1(u_{y,yy} + u_{x,xy}) + a_2(\psi_{y,yy} + \psi_{x,xy}) - a_3(w_{,yyy} + w_{,xxy}) + \\ &+ a_8u_{y,xx} + a_9\psi_{y,xx} = -p_y, \\ a_2(u_{y,yy} + u_{x,xy}) + a_4(\psi_{y,yy} + \psi_{x,xy}) - a_5(w_{,yyy} + w_{,xxy}) + \\ &+ a_9u_{y,xx} + a_{10}\psi_{y,xx} - a_7\psi_y = 0, \\ a_3(u_{x,xxx} + u_{y,yyx} + u_{x,xyy} + u_{y,yyy}) + a_5(\psi_{x,xxx} + \psi_{y,yyx} + \psi_{x,xyy} + \psi_{y,yyy}) - \\ &- a_6(w_{,xxx} + w_{,yyy} + 2w_{,yxx}) + kw = -q,\end{aligned}\quad (13)$$

where

$$\begin{aligned}a_1 &= \sum_{k=1}^3 h_k K_k^+, \quad a_2 = c(h_1 K_1^+ - h_2 K_2^+), \\ a_3 &= h_1 \left(c + \frac{h_1}{2} \right) K_1^+ - h_2 \left(c + \frac{h_2}{2} \right) K_2^+, \quad a_4 = c^2 (h_1 K_1^+ + h_2 K_2^+) + \frac{2}{3} c^3 K_3^+, \\ a_5 &= c \left[h_1 \left(c + \frac{h_1}{2} \right) K_1^+ + h_2 \left(c + \frac{h_2}{2} \right) K_2^+ + \frac{2}{3} c^3 K_3^+ \right], \\ a_6 &= h_1 \left(c^2 + ch_1 + \frac{h_1^2}{3} \right) K_1^+ + h_2 \left(c^2 + ch_2 + \frac{h_2^2}{3} \right) K_2^+ + \frac{2}{3} c^3 K_3^+, \\ a_7 &= 2G_3 c, \quad a_8 = \sum_{k=1}^3 h_k G_k, \quad a_9 = G_1 c (h_1 - h_2), \quad a_{10} = c^2 (G_1 h_1 - G_2 h_2) + \frac{2}{3} c^3 G_3.\end{aligned}$$

The boundary conditions corresponding to free support of a plate on edges on rigid support fixed in space are accepted. Then for the desired movements must be performed at $x = 0, 1$ the following requirements [6]:

$$u_x = u_y = \psi_x = \psi_y = w = 0. \quad (14)$$

To fulfill conditions (14), the solution of the system of differential equations (13) is taken in the form of decomposition into double trigonometric series [6, 7]

$$w = \sum_{n,m=1}^{\infty} W_{mn} \sin \frac{\pi nx}{a} \sin \frac{\pi mx}{b}, \quad u_x = \sum_{n,m=1}^{\infty} U_{1mn} \cos \frac{\pi nx}{a} \sin \frac{\pi mx}{b},$$

$$u_y = \sum_{n,m=1}^{\infty} U_{2mn} \sin \frac{\pi nx}{a} \cos \frac{\pi mx}{b}, \quad (15)$$

$$\psi_x = \sum_{n,m=1}^{\infty} \psi_{1mn} \cos \frac{\pi nx}{a} \sin \frac{\pi mx}{b}, \quad \psi_y = \sum_{n,m=1}^{\infty} \psi_{2mn} \sin \frac{\pi nx}{a} \cos \frac{\pi mx}{b},$$

where W_{mn} , U_{1mn} , U_{2mn} , ψ_{1mn} , ψ_{2mn} – unknown amplitudes of displacements.

Let the longitudinal load $p_x \equiv 0$, $p_y \equiv 0$. The transverse load q is presented in the form of decomposition into a double trigonometric series:

$$q = \sum_{n,m=1}^{\infty} q_{mn} \sin \frac{\pi nx}{a} \sin \frac{\pi mx}{b}, \quad (16)$$

$$q_{mn} = \frac{4}{ab} \int_0^a \int_0^b q(x, y) \sin \frac{\pi nx}{a} \sin \frac{\pi mx}{b} dx dy.$$

After substituting the displacements (15) and the load (16) in equation (13) we obtain a system of linear algebraic equations to determine the desired amplitudes of displacements:

$$\begin{aligned} b_6 U_{1mn} + b_7 U_{2mn} + b_8 \psi_{1mn} + b_9 \psi_{2mn} + b_1 W_{mn} &= 0, \\ b_7 U_{1mn} + b_{11} U_{2mn} + b_9 \psi_{1mn} + b_{12} \psi_{2mn} + b_2 W_{mn} &= 0, \\ b_8 U_{1mn} + b_9 U_{2mn} + b_{13} \psi_{1mn} + b_{14} \psi_{2mn} + b_3 W_{mn} &= 0, \\ b_9 U_{1mn} + b_{12} U_{2mn} + b_{14} \psi_{1mn} + b_{10} \psi_{2mn} + b_4 W_{mn} &= 0, \\ b_1 U_{1mn} + b_2 U_{2mn} + b_3 \psi_{1mn} + b_4 \psi_{2mn} + b_5 W_{mn} &= q_{mn}, \end{aligned} \quad (17)$$

where the coefficients b_j are expressed in terms of values a_i and depend on the parameters m and n .

The solution of the system (17) can be obtained numerically using an inverse matrix. After determining the amplitudes W_{mn} , U_{1mn} , U_{2mn} , ψ_{1mn} , ψ_{2mn} the required functions are calculated by formulas (15). Displacement in the bearing layers and aggregates are from relations (2).

Results of numerical calculation. The calculation was performed for a three-layer plate, the material of the bearing layers of which has the characteristics: of the Young's modulus of $0,72 \cdot 10^5$ MPa; Poisson's ratio 0,32; density 2770 kg/m^3 , and for the aggregate: the Young's modulus 1100 MPa;

Poisson's ratio 0,33; density 2100 kg/m^3 . The relative thicknesses of the layers were taken $h_1 = 0,02$, $h_2 = 0,04$, $c = 0,09$; the ratio of the sides of the plate $a = 1$, $b = 1$. Intensity of surface load $q = 1 \text{ MPa}$.

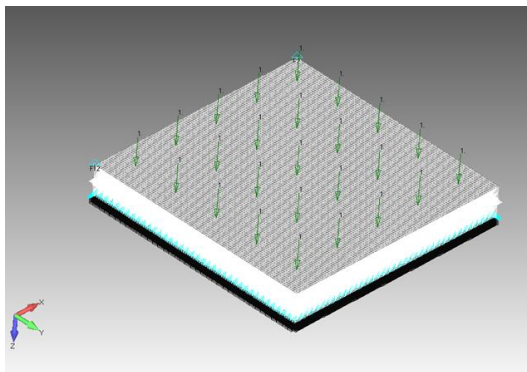


Fig. 2. Numerical modeling of the structure

Calculations were performed in two ways: according to the above method and the finite element method (FEM) [11]. The results of the calculation are shown in the Table 1 and graphically in Fig. 3, 4. The maximum error did not exceed 2,8%. Table 1 shows the change in the value of the deflection along Ox axis ($y = 0,5$) from the stiffness of the elastic base.

The extremum of deflections is observed in the center of the plate.

In Fig. 5 shows the change in deflection in the middle of the plate along the Ox axis ($y = 0,5$). The curves correspond to different values of the stiffness coefficient of the base k . The extremum of deflections is observed in the center of the plate. At increase in rigidity of the basis in 50 times the maximum value of a deflection decreases by 40%.

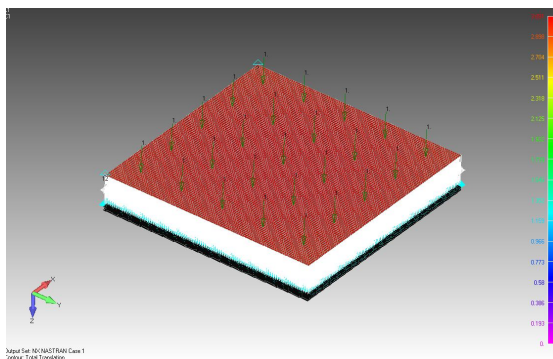


Fig. 3. Change the deflection w along the axis Ox in the middle of the plate: $k = 100 \text{ MPa/m}$

Table 1

Axis x ($y = 0,5$)	Deflection w	
	$k = 100$ MPa/m	$k = 5000$ MPa/m
0	0	0
0,25	-0,0012	-0,0019
0,5	-0,0018	-0,0028
0,75	-0,0012	-0,0019
1	0	0

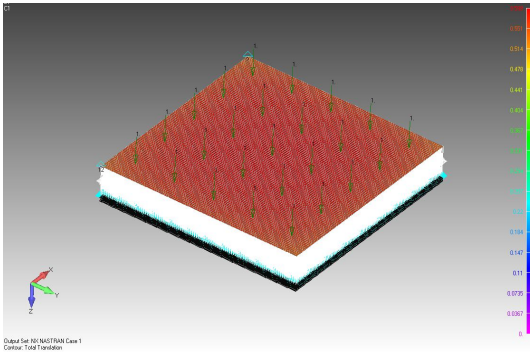


Fig. 4. Change the deflection w along the axis Ox in the middle of the plate: $k = 5000$ MPa/m

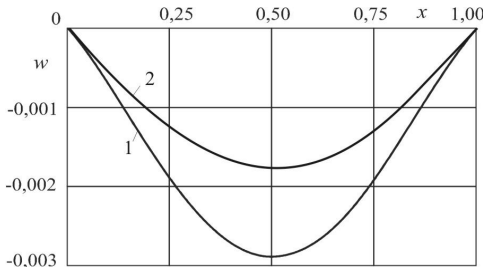


Fig. 5. Deflection w along the axis Ox in the middle of the plate:
1 – $k = 100$ MPa/m, 2 – $k = 5000$ MPa/m

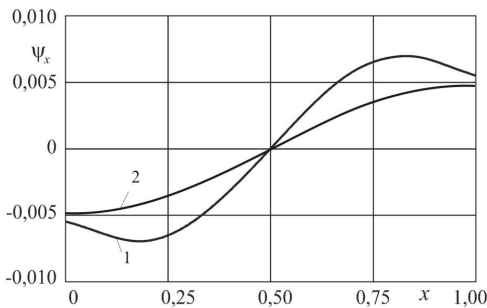


Fig. 6. Change the relative offset in the filler ψ_x along the axis Ox in the middle of the plate:
1 – $k = 100$ MPa/m, 2 – $k = 5000$ MPa/m

Conclusions. Analytical and numerical solution of the problem of bending a three-layer plate with a rigid filler on an elastic basis is given. Taking into account the stiffness of the elastic base leads to a significant clarification of the stress state that occurs in the three-layer plate under external force. The influence of the stiffness of the base on the deflection of the structure is analyzed, which makes it possible to determine the optimal parameters of this mechanical system and give the necessary recommendations for its use.

REFERENCES

1. *Bazhenov V.A., Solovey M.O., Kryvenko O.P.* Neliniyni rivnyannya deformuvannya tonkykh bahatosharovykh obolonok pry termosylovykh navantazhennyakh [Nonlinear equations of deformation of thin multilayer shells under thermopower loads (in Ukrainian)] // *Opir materialiv i teoriya sporud.* - 1998, No. 64. - P 116-127.
2. *Piskunov V.G., Verizhenko V.Ye.* Lineynyye i nelineynyye zadachi rascheta sloistykh konstruktсий [Linear and nonlinear problems of calculation of layered structures (in Ukrainian)]. - Kyiv : Budivel'nik, 1986, 176 pp.
3. *Pyskunov V.H., Tsybul's'kyi V.M.* Rozrakhunok sharuvatykh konstruktсий dorozhn'oho odyahu mostiv armovanoho kompozytnymy materialamy [Calculation of layered structures of pavement reinforced with composite materials (in Ukrainian)] // *Visnyk Natsional'noho transportnoho universytetu.* – 2012, No. 26 (2). - P. 448-454.
4. DBN V.2.3–14: 2006. Sporudy transportu. Mosty ta truby. Pravyla proektuvannya [Transport facilities. Bridges and pipes. Design rules (in Ukrainian)] - Kyiv : Derzhbud Ukrayiny, 2006, 367 pp.
5. *Haydaychuk V.V., Shevchuk L.V., Bilobryts'ka O.M., Baran S.A.* Kонтсentratsiya napruzhen' v okoli vertykal'nykh trishchyn dorozhnykh pokryttiv [Concentration of stresses in the vicinity of vertical cracks of road surfaces(in Ukrainian)] // *Strength of materials and theory of structures.* – 2021. – No.106. – PP. 41-50.
6. *Haydaychuk V.V., Hustyelyev O.O., Radkevych A.V., Shevchuk L.V., Shlyun' N.V.* Termopruzhenne deformuvannya sharovatoho pokryttya na vhnutyi dilyantsi dorohy [Thermoelastic deformation of the layered coating on the concave section of the road (in Ukrainian)] // *Strength of materials and theory of structures.* – 2019. – No.102. – PP. 180-190.
7. *Marchuk A.V., Nishchota A.V.* On the Strain–Stress State of Locally Loaded Layered Composite Slabs // *International Applied Mechanics.* - 2018, Vol. 54. - P. 315–330.
8. *Starovoitov E.I., Leonenko D.V.* Deformation of a three-layer elastoplastic beam on an elastic foundation // *Mechanics of Solids.* - 2011, No. 46 (2). - P. 291-298.
9. *Starovoitov E.I., Leonenko D.V., Yarovaya A.V.* Elastoplastic bending of a sandwich bar on an elastic foundation // *International Applied Mechanics.* -2007, No. 43 (4). - P. 451-459.
10. *Starovoitov E.I., Leonenko D.V.* Thermoelastic bending of a sandwich ring plate on an elastic foundation // *International Applied Mechanics.* - 2008, No. 44 (9). - P. 1032-1040.
11. *Piskunov V.G., Sipeetov V.S.* Raschet neodnorodnykh pologikh obolochek i plastin metodom konechnykh elementov [Calculation of inhomogeneous shallow shells and plates by the finite element method (in Ukrainian)]. Kyiv : Vishcha shkola, 1987, 200 pp.

Стаття надійшла 18.05.2022

Пискунов С.О., Трубачев С.І., Онищенко Є.Є., Колодежний В.А.

ВПЛИВ ЖОРСТКОСТІ ОСНОВИ НА ДЕФОРМУВАННЯ ШАРУВАТИХ БУДІВЕЛЬНИХ КОНСТРУКЦІЙ

Широке впровадження в промисловість шаруватих конструкцій, зокрема тришарових пластин, оболонок і неможливо без ефективних методів оцінки їх міцності та надійності. Висока міцність і жорсткість при відносно малій вазі, демпфуючі і теплоізоляційні властивості зазначених конструкцій зумовили їх використання в сучасному будівництві та машинобудуванні. Тришарові пластини і оболонки, як правило, є поєднанням різнорідних

за своїми фізико-механічними властивостями матеріалів. Розрахунок подібних конструкцій представляє дуже складне завдання, в основу вирішення якого повинні бути покладені математичні моделі, що володіють високим ступенем достовірності і відображають реальні механічні властивості. У процесі експлуатації тришарові конструкції знаходяться під впливом значних статичних навантажень. Тому розробка ефективних та економічних методів вирішення задач статико тришарових систем є актуальною проблемою. У транспортному будівництві розрахункова схема у вигляді плити (пластинки) на пружній основі використовується для розрахунку дорожніх одягів, плит. В роботі розглянуто згинання тришарової пластини з жорстким заповнювачем, яка знаходиться на пружній основі. Для опису кінематики деформування прийняті гіпотези ламаної лінії. На контурі пластини передбачається наявність жорсткої діафрагми, що перешкоджає відносному зсуву шарів. Були проведені аналітичний та чисельний розрахунки тришарової пластини методом скінченних елементів. В результаті розрахунку була визначені залежності прогину від коефіцієнта жорсткості основи. Наведені рекомендації про вибір коефіцієнта жорсткості. Урахування жорсткості пружної основи призводить до істотного уточнення напруженого стану, що виникає в тришаровій пластині при зовнішньої силовій дії. Проаналізовано вплив жорсткості основи на прогин конструкції, це дає можливість визначити оптимальні параметри даної механічної системи і дати необхідні рекомендації щодо її використання.

Keyword: напружено-деформований стан, згин, згинна жорсткість основи, три-шарова плита, будівельні конструкції.

Pyskunov S.O., Trubachev S.I., Onyshchenko Ye.Ye., Kolodezhnyi V.A.

INFLUENCE OF FOUNDATION STIFFNESS ON DEFORMATION OF LAYERED BUILDING STRUCTURES

Widespread introduction into the industry of layered structures, in particular three-layer plates, shells and is impossible without effective methods of their strength and reliability. High strength and rigidity at relatively low weight damping and thermal insulation properties of these structures have led to their use in modern construction and mechanical engineering. Three-layer plates and shells, as a rule, are a combination of materials heterogeneous in their physical and mechanical properties. The calculation of such structures is a very complex task, the solution of which should be based on mathematical models with a high degree of reliability and reflect the real mechanical properties. During operation, three-layer structures are under the influence of significant static loads. Therefore, the development of effective and cost-effective methods for solving the problems of statics of three-layer systems is an urgent problem. In transport construction, the calculation scheme in the form of a plate on an elastic basis is used to calculate pavement, slabs. The paper considers the bending of a three-layer plate with a rigid filler, which is on an elastic basis. Hypotheses of a broken line are accepted for the description of kinematics of deformation. The contour of the plate has a rigid diaphragm, which prevents the relative displacement of the layers. Analytical and numerical calculations of the three-layer finite element method were performed. As a result of the calculation, the dependences of the deflection on the stiffness coefficient of the base were determined. Recommendations on the choice of stiffness factor are given. Taking into account the stiffness of the elastic base leads to a significant clarification of the stress state that occurs in the three-layer plate under external force. The influence of the stiffness of the base on the deflection of the structure is analyzed, it gives the opportunity to determine the optimal parameters of this mechanical system, and give the necessary recommendations for its use.

Keyword: stress-strain state, bending, rigidity of the base, three-layer plates, building structures.

УДК 539.3

Пискунов С.О., Трубачев С.І., Онищенко Є.Є., Колодежний В.А. Вплив жорсткості основи на деформування шаруватих будівельних конструкцій // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2022. – Вип. 108 – С. 145-155.

Проведені аналітичний та чисельний розрахунок тришарової пластини МСЕ. Визначені залежності прогину від коефіцієнта жорсткості основи. Наведені рекомендації про вибір коефіцієнта жорсткості.

Табл. 1. Іл. 6. Бібліогр. 11 назв.

UDC 539.3

Pyskunov S.O., Trubachev S.I., Onyshchenko Ye.Ye., Kolodezhnyi V.A. Influence of foundation stiffness on deformation of layered building structures // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-&-Technical collected articles – Kyiv: KNUBA, 2022. – Issue 108. – P. 145-155.

Analytical and numerical calculations of the ITU three-layer plate were performed. The dependences of the deflection on the stiffness coefficient of the base are determined. Recommendations on the choice of stiffness factor are given.

Tabl. 1. Fig. 6. Ref. 11.

УДК 539.3

Пискунов С.О., Трубачев С.И., Онищенко Е.Е., Колодежный В.А. Влияние жесткости основания на деформирование слоистых строительных конструкций // Сопроотивление материалов и теория сооружений: науч.-тех. сборн. – К.: КНУСА, 2022. – Вып. 108. – С. 145-155.

Проведены аналитический и численный расчеты трехслойной пластины МКЭ. Определены зависимости прогиба от коэффициента жесткости основания. Приведены рекомендации по выбору коэффициента жесткости.

Табл. 1. Ил. 6. Библиогр. 11 назв.

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри динаміки і міцності машин та опору матеріалів НТУУ «КПІ ім. Ігоря Сікорського» Пискунов Сергій Олегович

Адреса: 03056, Україна, м. Київ, просп. Перемоги, 37, Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», кафедра динаміки і міцності машин та опору матеріалів

Мобільний тел.: +38(050) 962-66-14;

E-mail: s.piskunov@kpi.ua

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0003-3987-0583>

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри динаміки і міцності машин та опору матеріалів НТУУ «КПІ ім. Ігоря Сікорського» Трубачев Сергій Іванович

Адреса: 03056, Україна, м. Київ, просп. Перемоги, 37, Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», кафедра динаміки і міцності машин та опору матеріалів

Мобільний тел.: +38(099) 239-70-78

E-mail: strubachev@i.ua

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-7349-9426>

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри динаміки і міцності машин та опору матеріалів НТУУ «КПІ ім. Ігоря Сікорського» Онищенко Євген Євгенович

Адреса: 03056, Україна, м. Київ, просп. Перемоги, 37, Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», кафедра динаміки і міцності машин та опору матеріалів

Мобільний тел.: +38(050) 330-34-09

E-mail: eonisbox@gmail.com

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-7600-3668>

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): старший викладач кафедри динаміки і міцності машин та опору матеріалів НТУУ «КПІ ім. Ігоря Сікорського» Колодежний Валерій Ананійович

Адреса: 03056, Україна, м. Київ, просп. Перемоги, 37, Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», кафедра динаміки і міцності машин та опору матеріалів

Мобільний тел.: +38(050) 663-13-28

E-mail: bokshin@ukr.net

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-1722-1390>

UDC 624.04, 519.853

OPTIMIZATION OF CROSS-SECTIONAL DIMENSIONS FOR COLD-FORMED STEEL LIPPED CHANNEL COLUMNS**A.V. Perelmutter^{1,2}**,

Doctor of Technical Science, Senior Staff Scientist

V. V. Yurchenko²,

Doctor of Technical Science, Professor

I. D. Peleshko³,

Candidate of Technical Science, Associate Professor

¹*SCAD Soft Ltd.**Osvity str., 3A, of. 2, Kyiv, 03037*²*Kyiv National University of Construction and Architecture
Povitroflotskyj av., 31, Kyiv, 03680*³*Lviv Polytechnic National University
St. Bandery, 12, Lviv, 79013*

DOI: 10.32347/2410-2547.2022.108.156-170

A parametric optimization problem of cross-sectional sizes for cold-formed steel lipped channel structural members subjected to central compression has been considered by the paper. An optimization problem is formulated as follow: to define optimum cross-sectional sizes of cold-formed structural member taking into account post-buckling behavior and structural requirements when stripe width and profile thickness as well as type of the cold-formed profile are constant and defined by the designer.

Maximization of load-carrying capacity of the cold-formed structural member has been assumed as purpose function. The latter has been presented in the form of linear convolution of the buckling resistance to the central compression taking into account flexural, torsional and torsional-flexural buckling of the thin-walled structural member determined according to the requirements EN 1993-1-3:2012 and EN 1993-1-5:2012. Searching for the optimum cross-sectional sizes of the cold-formed structural member has been performed taking into account the possibility of it post-critical buckling behavior based on the local buckling of the web and flanges and/or distortional buckling of the edge fold stiffeners.

As optimization results cold-formed steel lipped channel have been obtained. With the same stripe width optimum profiles have higher load-carrying capacity level taking into account buckling resistance under the central compression comparing with the cold-formed steel lipped channel proposed by Ukrainian manufacturers. Besides, torsional-flexural buckling resistance of the cold-formed steel lipped channel is determinative for all optimum cross-sectional decisions.

Key words: cold-formed steel, load-carrying capacity, buckling resistance, local buckling, distortional buckling, parametric optimization, gradient-based methods.

Introduction. Previously, the use of cold-formed thin-walled profiles was limited to cases where reducing the weight of the structure was a priority, such as in the aviation or automotive industries. However, due to the development of production technology, corrosion protection, product availability as well as implementation of the design code the use of thin-walled structural elements, including cold-formed profiles is gradually expanding.

Today, various structural systems made from cold-formed steel (CFS)

structural members, which are widely used in the construction industry, are actively imported to the Ukrainian market of steel structures. Implementation of steel structures made from thin-walled cold-formed profiles in building practice is relevant and economically reasonable. There are specific fields of application where their efficiency is the highest [9]. However, the widespread application of the structures made from thin-walled cold-formed profiles of the domestic production is delayed due to the lack of domestic experience in economic and reliable design of such structures.

A high degree of flexibility in the manufacturing of various cross-sectional shapes provides a unique opportunity to further improve the load-carrying capacity of these structural elements through an optimisation process, leading to more efficient and economical structural systems [1].

The paper [2] reviews the existing studies on the structural optimization of CFS sections and the structural and thermal performance of such CFS structures. The methodologies used in the existing literature for optimizing CFS members have been summarized and presented systematically.

In the paper [1] a practical methodology for the optimum design of cold-formed steel beam-column members with different lengths and thicknesses, subject to various combinations of axial compression and bending moment and with constant material use has been proposed by the paper. The optimisation process is carried out using a genetic algorithm and aims to maximise the resistances of CFS members, determined according to the Eurocode 3 design guidelines.

Optimisation technique was employed to enhance the structural performance and to effectively use the given amount of material of CFS members in the paper [3]. Lipped channel, folded-flange, and super-sigma have been optimised using the particle swarm optimisation method. Results showed that the flexural capacity of the optimised sections was improved significantly compared to conventional CFS sections.

The paper [4] presents a procedure to obtain optimized steel channel cross-sections for use in compression or bending. The cross-sections are optimized with respect to their structural capacity, determined according to the EN1993-1-3 using genetic algorithms. The optimization for compression is carried out for different column lengths and includes the effects of the shift of the effective centroid induced by local buckling.

A methodology that would enable the development of optimised CFS beam sections with maximum flexural strength for practical applications has been provided by the paper [5]. The optimised sections are designed to comply with the Eurocode 3 geometrical requirements as well as with a number of manufacturing and practical constraints. The flexural strengths of the sections are determined based on the effective width method adopted in EC3, while the optimisation process is performed using the particle swarm optimisation method.

Papers [6, 7] aim at finding the optimal folding of open cold formed steel cross sections under compression. The design space is searched primarily via a stochastic search algorithm, genetic algorithm. The near-optimal folding of the cross section is then fine-tuned through a few steps of the gradient descent

optimization [7]. To arrive at practical designs the optimization problem is augmented with constraints on the geometrical properties of the cross section. The optimal cross sections are found to have compressive capacities that are higher than the original designs [6].

Applied optimum design problems for structures in some cases are formulated as parametric optimization problems, namely as searching problems for unknown structural parameters, which provide an extreme value of the specified purpose function in the feasible region defined by the specified constraints [8]. The mathematical model of the parametric optimization problems includes a set of design variables, an objective function, as well as constraints, which reflect generally non-linear dependences between them. If the purpose function and constraints of the mathematical model are continuously differentiable functions, as well as the search space is smooth, then the parametric optimization problems are successfully solved using gradient projection non-linear methods [9]. The gradient projection methods operate with the first derivatives or gradients only both of the objective function and constraints. The methods are based on the iterative construction of such a sequence of the approximations of design variables that provides convergence to the optimum solution (optimum values of the structural parameters) [10]. Additionally, a sensitivity analysis is a useful optional feature that could be used in scope of the numerical algorithms developed based on the gradients methods [11].

The paper [12] covers optimization problems and algorithms in the design of CFS structural members. A brief review of problem formulation and solution techniques in past research as well as details of optimization algorithms, including gradient-based, stochastic search, artificial neural network, and ant colony optimization, are discussed.

In order to increase the widespread application of the structures made from CFS profiles of the domestic production, effective national ranges of assortments of CFS profiles have to be developed. In this paper, CFS lipped channel structural members subjected to central compression are considered as research object, which investigated for the searching for optimum cross-sectional dimensions. The following research tasks are formulated: to develop a mathematical model and a numerical technique to solve an optimization problem for cross-sectional sizes of CFS structural members; to perform numerical investigations in order to obtain optimal solutions for considered research object; to develop a guide for designers relating to the optimum material distribution in the cross-sections of the CFS structural members

1. Problem formulation. Let formulate *a parametric optimization problem* as follow: to find optimum values of cross-sectional sizes for CFS lipped channel structural members subjected to central compression taking into account structural requirements when the profile perimeter (strip width), profile thickness as well as the type of the CFS cross-section are constant and specified in advance.

The formulated parametric optimization problem can be stated in the following mathematical terms: to find unknown structural parameters:

$$\vec{X} = \{X_i\}^T, \quad i = \overline{1, N_X}; \quad (1.1)$$

providing the least value of the determined objective function:

$$f^* = f(\vec{X}^*) = \min_{\vec{X} \in \mathfrak{S}} f(\vec{X}); \quad (1.2)$$

in a feasible region (search space) \mathfrak{S} defined by the following system of constraints:

$$\Phi(\vec{X}) = \left\{ \varphi_\eta(\vec{X}) \leq 0 \mid \eta = \overline{1, N_{IC}} \right\}; \quad (1.3)$$

where \vec{X} is the vector of the design variables (unknown structural parameters); N_X is the total number of the design variables; f , φ_η are the continuous functions of the vector argument; \vec{X}^* is the optimum solution or optimum point (the vector of optimum values of the structural parameters); f^* is the optimum value of the optimum criterion (objective function); N_{IC} is the number of constraints-inequalities $\varphi_\eta(\vec{X})$, which define a feasible region in the design space \mathfrak{S} .

Overall cross-section dimensions of a CFS lipped channel, namely web height h , flange width b and single edge fold length c (Fig. 1.1) are considered as *design variables*. Initial data for optimization calculation are profile thickness t , internal bend radius $r = 1,5t$; base yield strength f_{yb} , MPa; E – modulus of elasticity, MPa; design lengths of the structural member corresponded to the flexural buckling $l_{ef,y}$, $l_{ef,z}$ as well as to the torsional buckling $l_{ef,T}$.

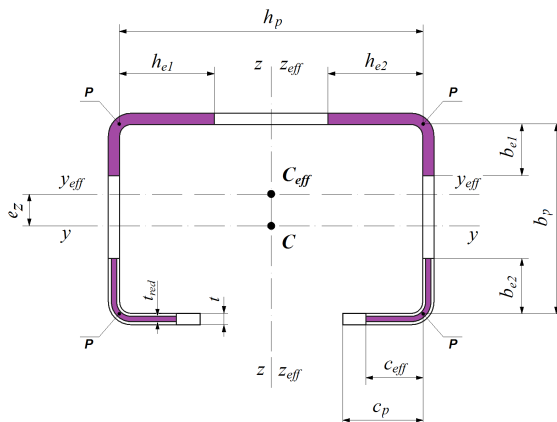


Fig. 1. Cross-section of the CFS lipped channel structural member

Design sizes of plane cross-sectional elements (Fig. 1) for CFS lipped channel structural member are considered as state variables of the optimization

problem and calculated according to [13] depending on the design variables h , b and c , internal bend radius $r = 1,5t$ and profile thickness t as presented below:

$$h_p = h - 2,5t;$$

$$b_p = b - 2,5t;$$

$$c_p = c - 1,25t.$$

where h_p is the design web height; b_p is the design flange width; c_p is the design length of a single edge fold.

Geometrical properties of CFS lipped channel cross section are determined depending on the design variables and the state variables as presented below:

$$A_g = t(h_p + 2b_p + 2c_p);$$

$$z = \frac{1}{A}(tb_p^2 + 2tc_p b_p);$$

$$I_y = \frac{th_p^3}{12} + \frac{b_p t^3}{6} + 0,5b_p t h_p^2 + \frac{tc_p^3}{6} + 0,5tc_p (h_p - c_p)^2; i_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}};$$

$$I_z = \frac{h_p t^3}{12} + th_p z^2 + \frac{tb_p^3}{6} + 2tb_p (0,5b_p - z)^2 + \frac{c_p t^3}{6} + 2c_p t (b_p - z)^2; i_z = \sqrt{\frac{I_z}{A}}.$$

where A_g is gross cross-sectional area; I_y , I_z are second moment of inertia relative to the main axis of inertia of the cross-section; i_y , i_z are radiuses of inertia of the cross-section; z is the distance which defines the center of mass location.

Relative slenderness $\bar{\lambda}_{ph}$ of the web and relative slenderness $\bar{\lambda}_{pb}$ of the flanges for CFS lipped channel are calculated according to [13, 14] as follow:

$$\bar{\lambda}_{ph} = \frac{h_p}{56,8t} \sqrt{\frac{f_{yb}}{235}};$$

$$\bar{\lambda}_{pb} = \frac{b_p}{56,8t} \sqrt{\frac{f_{yb}}{235}}.$$

Relative slenderness $\bar{\lambda}_{pc}$ of the single edge fold is determined according to [13, 14] as follow:

$$\bar{\lambda}_{pc} = \frac{c_p}{28,4t\sqrt{k_{\sigma c}}} \sqrt{\frac{f_{yb}}{235}} = \frac{c_p}{28,4t\sqrt{\bar{\mathbf{k}}_{\sigma c}(c_p/b_p)}} \sqrt{\frac{f_{yb}}{235}};$$

where $k_{\sigma c} = \bar{\mathbf{k}}_{\sigma c}(b_{pc,j}/b_{pb,j})$ is buckling factor calculated according to the polynomial dependency proposed by the papers [15] taking into account that the formulated parametric optimization task is solved using a gradient-based steepest descent method.

Reduction factors ρ_h and ρ_b corresponded to the local buckling of the profile web and flange respectively are determined according to [13, 14] as presented below:

$$\rho_h = \frac{h_{eff}}{h_p} = \frac{1}{\bar{\lambda}_{ph}} \left(1 - \frac{0,22}{\bar{\lambda}_{ph}} \right) \leq 1, 0;$$

$$\rho_b = \frac{b_{eff}}{b_p} = \frac{1}{\bar{\lambda}_{pb}} \left(1 - \frac{0,22}{\bar{\lambda}_{pb}} \right) \leq 1, 0.$$

Reduction factor ρ_c corresponded to the local buckling of the single edge fold is calculated according to [13, 14] as follow:

$$\rho_c = \frac{c_{eff}}{c_p} = \frac{1}{\bar{\lambda}_{pc}} \left(1 - \frac{0,188}{\bar{\lambda}_{pc}} \right) \leq 1, 0.$$

Cross-section flanges and web of CFS lipped channel structural member are subjected to post-buckling behavior (when local buckling occurs) in the case when its slenderness exceed limit value, namely $\bar{\lambda}_{ph} > 0,673$ and/or flange slenderness $\bar{\lambda}_{pb} > 0,673$. In this case effective widths of the web h_{eff} and flanges b_{eff} are defined according to [13, 14] as presented below:

$$h_{eff} = \frac{h_p}{\bar{\lambda}_{ph}} \left(1 - \frac{0,22}{\bar{\lambda}_{ph}} \right) = 56,8t \sqrt{\frac{235}{f_{yb}}} \left(1 - \frac{12,496t}{h_p} \sqrt{\frac{235}{f_{yb}}} \right);$$

$$b_{eff} = \frac{b_p}{\bar{\lambda}_{pb}} \left(1 - \frac{0,22}{\bar{\lambda}_{pb}} \right) = 56,8t \sqrt{\frac{235}{f_{yb}}} \left(1 - \frac{12,496t}{b_p} \sqrt{\frac{235}{f_{yb}}} \right).$$

Single edge fold of CFS lipped channel cross-section is subjected to post-buckling behavior (when local buckling occurs) in case when it slenderness exceeds limit value ($\bar{\lambda}_{pc} > 0,748$). In this case effective single edge fold width c_{eff} is determined according to [13] as follow:

$$c_{eff} = 28,4t\varepsilon \sqrt{\tilde{\mathbf{k}}_{\sigma c} (b_{pc}/b_{pb})} \left(1 - \frac{5,3392t\varepsilon}{b_{pc}} \sqrt{\tilde{\mathbf{k}}_{\sigma c} (b_{pc}/b_{pb})} \right);$$

where $\tilde{\mathbf{k}}_{\sigma c} (b_{pc}/b_{pb})$ is buckling factor calculated according to the polynomial dependency proposed by the papers [15] taking into account that the formulated parametric optimization task is solved using a gradient-based steepest descent method.

Design cross-section of the stiffener (Fig. 2) consists of single edge fold with effective width c_{eff} together with effective adjacent part of the flange with effective width $0.5b_{eff}$. Geometrical properties of the design cross-

section of the stiffener are determined according to [13] as follow:

$$A_s = t(c_{eff} + 0,5b_{eff});$$

$$I_s = \frac{tc_{eff}^3}{4} \left(\frac{1}{3} + \frac{0,5b_{eff}}{c_{eff} + 0,5b_{eff}} \right),$$

where A_s and I_s are area and second moment of inertia for the design cross-section of the stiffener (Fig. 1.2).

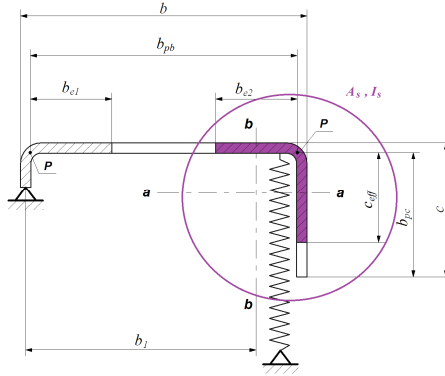


Fig. 2. Flange plane element of the CFS lipped channel stiffened by the single edge fold

Single edge folds in CFS lipped channel structural members ensure partial restraint for plane flanges which can be simulated using a linear spring. In case of the central compression stiffness for such linear spring can be estimated according to [13] as presented below:

$$K = \frac{E}{3,64} \cdot \frac{t^3}{\left(b_p - \frac{0,5(0,5b_{eff})^2}{c_{eff} + 0,5b_{eff}} \right)^2 \left(1,5h_p + b_p - \frac{0,5(0,5b_{eff})^2}{c_{eff} + 0,5b_{eff}} \right)}$$

It should be noted that analytical expression for stiffness of the linear spring presented above is restricted by the case of cold-formed structural members with flanges stiffened by single or double edge folds only and cross-section symmetrical relatively to the main axes of inertia which is perpendicular to the web plane.

Then relative slenderness of the stiffener $\bar{\lambda}_d$ corresponded to the flexural buckling of the stiffener is calculated according to [13] as follow:

$$\bar{\lambda}_d = \sqrt{\frac{f_{yb}A_s}{2\sqrt{KEI_s}}}$$

The reduction factor χ_d for the flexural buckling of the stiffener (or reduction factor for the distortional buckling cross-section resistance) is

determined depending on relative slenderness $\bar{\lambda}_d$. Taking into account that the formulated parametric optimization task is solved using a gradient-based steepest descent method, reduction factor for the distortional buckling cross-section resistance χ_d can be calculated depending on $\bar{\lambda}_d$ using polynomial dependency proposed by the paper [15]:

$$\chi_d = \tilde{\Xi}(\bar{\lambda}_d).$$

We suppose that in the optimum cross-section the compressive stress at the centreline of the stiffener estimated on the basis of the effective cross-section equals to the base yield strength. Therefore, the reduced thickness t_{red} of the design cross-section of the stiffener allowing for reduced stiffener resistance due to flexural buckling of the stiffener is determined according to [13] as follow:

$$t_{red} = t \frac{A_{s,red}}{A_s} = t \frac{\chi_d A_s}{A_s} = \chi_d t,$$

where $A_{s,red}$ is the reduced effective area of the stiffener allowing for flexural buckling.

Finally, the area of the effective cross-section of CFS lipped channel structural member subjected to central compression is calculated as presented below:

$$A_{eff} = t(h_{eff} + b_{eff}) + t_{red}(b_{eff} + 2c_{eff}).$$

The maximization criterion of the overall design buckling resistance represented as a linear convolution of the corresponded design buckling resistances with the same weight factors can be considered as the purpose function (1.2) and can be written as follow:

$$N_{bRd\Sigma} = N_{byRd} + N_{bzRd} + N_{bT,Rd} + N_{bTF,Rd} \rightarrow \max,$$

where $N_{by,Rd}$, $N_{bz,Rd}$ are the design buckling resistance for flexural buckling of the cold-formed structural member relative to the main axis of inertia $y-y$ and $z-z$ determined according to [13, 16]; $N_{bT,Rd}$, $N_{bTF,Rd}$ are the design buckling resistance corresponded to the torsional and flexural-torsional buckling of the structural member calculated according to [13, 16].

Then the purpose function can be rewritten as follow:

$$N_{bRd\Sigma} = \frac{A_{eff} f_{yb}}{\gamma_{M1}} (\chi_y + \chi_z + \chi_T + \chi_{TF}) \rightarrow \max, \quad (1.4)$$

where χ_y , χ_z , χ_T , χ_{TF} are buckling factors allowing for the flexural buckling of the CFS structural member relative to the main axis of inertia $y-y$ and $z-z$, as well as for the torsional and flexural-torsional buckling. The buckling factors are determined from the relevant buckling curve b according to:

$$\chi^b = \left(0.466 + 0.17\bar{\lambda} + 0.5\bar{\lambda}^2 + \sqrt{\left(0.466 - 0.83\bar{\lambda} + 0.5\bar{\lambda}^2 \right) \left(0.466 + 1.17\bar{\lambda} + 0.5\bar{\lambda}^2 \right)} \right)^{-1} \leq 1.0$$

with substitution of the relevant non-dimensional slendernesses $\bar{\lambda}_y$, $\bar{\lambda}_z$, $\bar{\lambda}_T$, $\bar{\lambda}_{TF}$ corresponded to the considered buckling modes and calculated taking into account geometrical properties of the effective cross-section of the structural member subjected to the central compression according to [13, 16]:

$$\bar{\lambda}_y = \sqrt{\frac{A_{eff} f_{yb}}{N_{cr,y}}}; \quad \bar{\lambda}_z = \sqrt{\frac{A_{eff} f_{yb}}{N_{cr,z}}};$$

$$\bar{\lambda}_T = \sqrt{\frac{A_{eff} f_{yb}}{N_{cr,T}}}; \quad \bar{\lambda}_{TF} = \sqrt{\frac{A_{eff} f_{yb}}{N_{cr,TF}}};$$

where $N_{cr,y,j}$, $N_{cr,z,j}$, $N_{cr,T,j}$ і $N_{cr,TF,j}$ are the elastic critical forces for the relevant buckling mode calculated taking into account gross cross-section geometrical properties of the structural member according to [16].

System of constraints (1.3) for the formulated optimization problem consists of a constraint on the profile perimeter or on a strip width which can be written as presented below:

$$\frac{h + 2b + 2c}{P_{max}} - 1 \leq 0, \quad (1.5)$$

where P_{max} is the maximum value of the cross-section perimeter for CFS lipped channel.

The constraints reflected design code requirements [13] for the ultimate slenderness of the cross-section elements of the CFS channel with flanges stiffened by single edge folds are also included in the system of constraints (1.3) and presented below:

$$\frac{h}{500t} - 1 \leq 0, \quad (1.6)$$

$$\frac{b}{60t} - 1 \leq 0, \quad (1.7)$$

$$\frac{c}{50t} - 1 \leq 0. \quad (1.8)$$

Additionally, a constraint on the minimum gap between single edge folds ends allowing for providing an access to the internal surface of the CFS lipped channel (for example, in order to organize a bolted connection on the profile flanges) is included to the system of constraints (1.3) as well and written as below:

$$\frac{h - 2c}{d_{min}} - 1 \leq 0, \quad (1.9)$$

where d_{min} is the minimum gap between single edge folds ends.

Thus, the optimization problem of cross-sectional sizes for CFS lipped

channel structural member is formulated as follow: to find optimum values of C-profile cross-sectional sizes (web height h , flange width b and single edge fold length c) providing the maximum value of the determined objective function (1.4) in the feasible region defined by the system of constraints (1.5)–(1.9) when the profile perimeter (strip width) P_{\max} , profile thickness t as well as the type of the cold-formed cross-section are constant and specified in advance.

The formulated parametric optimization problem has been solved using the software OptCAD where the modified method of the purpose function gradient projection onto the surface of the active constraints with simultaneous liquidations of the residuals in the violated constraints has been implemented [17].

2. Optimization results. As optimization results the cold-formed C-profiles with optimum cross-sectional dimensions have been obtained. Characteristics of the obtained C-profiles with optimum cross-sectional sizes have been presented by the Table 1.

With the same stripe width C-profile structural members with optimum cross-sectional sizes have higher design buckling resistance under central compression comparing with the cold-formed C-profiles proposed by Ukrainian manufacturers (group of the companies «Blachy Pruszyński», companies BF Zavod and STEELCO) [18]. It should be noted that torsional-flexural buckling resistance of C-profile cold-formed structural members was determinative for all optimum cross-sectional decisions.

Thus, for example, the initial cold-formed C-profile with the strip width 25.8 cm manufactured by the company «Blachy Pruszyński» has the cross-sectional dimensions $100 \times 60 \times 19 \times 1.5$ cm and the minimum buckling resistance $N_{bRd, \min} = N_{bTF, Rd} = 7.373$ kN corresponded to the torsional-flexural buckling mode. For the same stripe width 25.8 cm cold-formed C-profile with optimum cross-sectional sizes $h = 8.914$ cm, $b = 6.171$ cm, $c = 2.272$ cm or $88 \times 62 \times 23 \times 1.5$ cm has been obtained. The minimum buckling resistance corresponded to the torsional-flexural buckling mode for the optimum solution is $N_{bRd, \min} = N_{bTF, Rd} = 8.093$ kN which is greater than 9.67% comparing to the one of initial profile (see Table 2).

With the same stripe width CFS lipped channel structural members with optimum cross-sectional dimensions have higher load-carrying capacity taking into account minimum buckling resistance under the central compression comparing with ones proposed by Ukrainian manufacturers.

Conclusion. Searching for optimum cross-sectional sizes of CFS lipped channel structural members taking into account post-buckling behavior and structural requirements has been realized. Presented results of the performed optimization calculation allow developing guides for designers relating to the optimum material distribution in the cross-sections of CFS structural members as well as are base to develop effective national ranges of assortments of cold-formed profiles.

Table 1

C-profile cross-sections with optimum sizes and characteristics

t , cm	Optimum sizes of the C-profile cross- section, cm	A_{eff} , mm ²	P_{max} , cm	$N_{bTF,Rd}$, kN	ρ_h	ρ_b	χ_d	A_{eff} , mm ²
0.1	8.960×9.040×1.480	1.061	30.0	8.652	0.481	0.477	0.379	1.061
0.12	9.548×8.452×1.774	1.575	30.0	10.828	0.535	0.597	0.478	1.575
0.14	10.104×7.896×2.052	2.235	30.0	12.538	0.584	0.721	0.615	2.235
0.15	10.386×7.614×2.193	2.612	30.0	13.119	0.606	0.786	0.685	2.612
0.17	7.848×11.069×2.507	3.182	35.0	21.483	0.845	0.639	0.587	3.182
0.18	11.263×9.237×2.632	3.757	35.0	24.643	0.661	0.779	0.694	3.757
0.20	11.970×8.531×2.985	4.765	35.0	25.827	0.686	0.896	0.815	4.765
0.21	12.141×10.859×3.070	5.104	40.0	41.498	0.707	0.774	0.700	5.104
0.22	12.442×10.558×3.221	5.663	40.0	43.201	0.720	0.821	0.749	5.663
0.23	12.796×10.205×3.398	6.255	40.0	44.404	0.729	0.871	0.799	6.255
0.24	13.019×12.481×3.509	6.654	45.0	64.687	0.745	0.771	0.705	6.654
0.25	13.315×12.185×3.658	7.287	45.0	67.494	0.756	0.811	0.747	7.287
0.26	13.648×11.852×3.824	7.951	45.0	69.837	0.765	0.853	0.790	7.951
0.28	14.190×13.810×4.095	9.113	50.0	99.368	0.787	0.804	0.747	9.113
0.30	14.894×13.106×4.447	10.63	50.0	106.22	0.799	0.881	0.823	10.625

Table 2

Comparison of the optimum solutions for CFS lipped channels with ones manufactured by the company «Blachy Pruszyński»

C-profile	Cross-sectional sizes, cm	ρ_h	ρ_b	χ_d	A_{eff} , cm ²	P_{max} , cm	$N_{bTF,Rd}$, kN
Initial profile	10.0×6.0×1.9×0.15	0.626	0.937	0.809	2.573	25.8	7.373
Profile with optimum cross- section sizes	8.8×6.2×2.3×0.15	0.691	0.919	0.839	2.698	25.8	8.159

Load-carrying capacity of CFS lipped channel structural members subjected to central compression has been determined by the torsional-flexural buckling resistance for all optimum solutions. The single edge fold length improves significantly the torsional-flexural buckling resistance of CFS lipped channel structural members subjected to central compression. For all optimum solutions the optimum size of the single edge fold length has been obtained larger than ones in the initial CFS lipped channels manufactured by the Ukrainian manufacturers (group of the companies «Blachy Pruszyński», companies BF Zavod and STEELCO). At the same time, for all optimum solution the local buckling of the single edge folds has not been occurred.

REFERENCES

1. *Mojtabaei, S.M., Becque, J., Hajirasouliha, I.* Structural size optimization of single and built-up cold-formed steel beam-column members // Journal of Structural Engineering. – 2021. – No. 147 (4). – No. 04021030. DOI: [10.1061/\(asce\)st.1943-541x.0002987](https://doi.org/10.1061/(asce)st.1943-541x.0002987).
2. *Liang, H., Roy, K., Fang, Z., Lim, J.B.P.* A Critical Review on Optimization of Cold-Formed Steel Members for Better Structural and Thermal Performances // Buildings – 2022. – 12. – 34. DOI: [10.3390/buildings12010034](https://doi.org/10.3390/buildings12010034).
3. *Gatheeshgar, P., Poologanathan, K., Gunalan, S., Tsavdaridis, K.D., Nagaratnam, B., Iacovidou, E.* Optimised cold-formed steel beams in modular building applications // Journal of Building Engineering. – 2020. – 32. – 101607. DOI: [10.1016/j.jobe.2020.101607](https://doi.org/10.1016/j.jobe.2020.101607).
4. *Ma, W., Becque, J., Hajirasouliha, I., Ye, J.* Cross-sectional optimization of cold-formed steel channels to Eurocode 3 // Engineering Structures. – 2015. – 101. – Pp. 641-651. DOI: [10.1016/j.engstruct.2015.07.051](https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2015.07.051).
5. *Ye, J., Hajirasouliha, I., Becque, J., Pilakoutas, K.* Development of more efficient cold-formed steel channel sections in bending // Thin-Walled Structures. – 2016. – 101. – Pp. 1-13. DOI: [10.1016/j.tws.2015.12.021](https://doi.org/10.1016/j.tws.2015.12.021).
6. *Bilyk, S. I., Yurchenko, V. V.* Size optimization of single edge folds for cold-formed structural members // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles. – Kyiv: KNUBA. – 2020. – Issue 105. – Pp. 73-86. DOI: [10.32347/2410-2547.2020.105.73-86](https://doi.org/10.32347/2410-2547.2020.105.73-86).
7. *Moharrami, M., Louhghalam, A., Tootkaboni, M.* Optimal folding of cold formed steel cross sections under compression // Thin-Walled Structures. – 2014. – 76. – Pp. 145-156.
8. *Permyakov, V. O., Yurchenko, V. V., Peleshko, I. D.* An optimum structural computer-aided design using hybrid genetic algorithm. Proceeding of the International Conference “Progress in Steel, Composite and Aluminium Structures”, Taylor & Francis Group, London, 2006. –Pp. 819-826.
9. *Yurchenko, V., Peleshko, I.* Improved gradient projection method for parametric optimisation of bar structures // Magazine of Civil Engineering. – 2020. – 98(6). – 9812. DOI: [10.18720/MCE.98.12](https://doi.org/10.18720/MCE.98.12).
10. *Peleshko, I., Yurchenko, V.* An improved gradient-based method to solve parametric optimisation problems of the bar structures // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles, Kyiv: KNUBA. – 2020. – Issue 104. – Pp. 265-288. DOI: [10.32347/2410-2547.2020.104.265-288](https://doi.org/10.32347/2410-2547.2020.104.265-288).
11. *Yurchenko, V. V., Peleshko, I. D.* Searching for optimal pre-stressing of steel bar structures based on sensitivity analysis // Archives of Civil Engineering. – 2020. – Vol. 66. – No. 3. – Pp. 525-540. DOI: [10.24425/ACE.2020.134411](https://doi.org/10.24425/ACE.2020.134411).
12. *Leng, J.* Optimization Techniques for Structural Design of Cold-Formed Steel Structures // Recent Trends in Cold-Formed Steel Construction. – Woodhead Publishing: Sawston, UK, 2016. – Pp. 129-151.
13. EN 1993-1-3:2006: EuroCode 3: Design of steel structures - Part 1-3: General rules – Supplementary rules for cold-formed members and sheeting.
14. EN 1993-1-5:2006: EuroCode 3: Design of steel structures - Part 1-5: General rules – Plated structural elements.
15. *Yurchenko, V.* Development of steel frames structural form made from cold-formed profiles based on the optimization problem solution. The thesis is for taking the degree of Doctor of Technical Sciences in specialty 05.23.01 – civil engineering constructions, buildings and structures. – Kyiv National University of Construction and Architecture, Kyiv, 2019. (ukr)
16. EN 1993-1-1:2005: EuroCode 3: Design of steel structures - Part 1-1: General rules and rules for buildings.
17. *Peleshko, I. D., Yurchenko, V. V.* Parametric Optimization of Metallic Rod Constructions with using the Modified Method of Gradient Projection // International Applied Mechanics. – 2021. – Vol. 57. – No. 4. – Pp. 78-95. DOI: [10.1007/s10778-021-01096-0](https://doi.org/10.1007/s10778-021-01096-0).
18. Assortment ranges of the cold-formed profiles for light gauge steel structures of the Ukrainian manufacturers. UCSC-014-16, 2016. 32 p. (ukr)

Перельмутер А.В., Юрченко В.В., Пелешко І.Д.

ОПТИМІЗАЦІЯ РОЗМІРІВ ПОПЕРЕЧНИХ ПЕРЕРІЗІВ СТИСНУТИХ ЕЛЕМЕНТІВ КОНСТРУКЦІЙ З С-ПОДІБНОГО ХОЛОДНОГНУТОГО ПРОФІЛЮ

У статті розглянута задача параметричної оптимізації розмірів поперечного перерізу стержневого елемента конструкції з С-подібного холодногнутого профілю, що працює під дією поздовжньої сили стиску. Задача параметричної оптимізації формується як: при заданих ширині та товщині заготовки (штрипси) для виготовлення холодногнутого профілю, а також типі поперечного перерізу визначити його оптимальні розміри з врахуванням закритичної роботи та конструктивних вимог.

Як критерій оптимальності приймався критерій максимізації несучої здатності профілю на втрату загальної стійкості при центральному стиску, який представлявся у формі лінійної згортки несучих здатностей, що враховують згинальне, крутильне та згинально-крутильне випучування стержневого елемента, обчислених відповідно до вимог EN 1993-1-3:2012 і EN 1993-1-5:2012. Пошук оптимальних розмірів реалізований з врахуванням можливої закритичної роботи тонкостінного холодногнутого профілю, яка характеризується втратою місцевої стійкості та втратою стійкості форми перерізу.

Сформульована задача параметричної оптимізації розв'язана з використанням програми OptCAD, у якій реалізований метод проекції градієнту функції мети на поверхню активних обмежень при одночасній ліквідації нев'язок у порушених обмеженнях.

Як результат оптимізаційного розрахунку отримані С-подібні холодногнуті профілі, які характеризуються більшою несучою здатністю на втрату стійкості при центральному стиску порівняно з холодногнутими профілями вітчизняних виробників при одній і тій самій ширині заготовки. При цьому, для всіх оптимальних рішень поперечних перерізів визначальною була несуча здатність С-подібного холодногнутого профілю на втрату стійкості за згинально-крутильною формою випучування.

Ключові слова: холодногнутий профіль, несуча здатність, місцева втрата стійкості, втрата стійкості форми перерізу, параметрична оптимізація, градієнтний метод.

UDC 624.04, 519.853

Perelmuter A. V., Yurchenko V. V., Peleshko I. D.

OPTIMIZATION OF CROSS-SECTIONAL DIMENSIONS FOR COLD-FORMED STEEL LIPPED CHANNEL COLUMNS

Parametric optimization problem of cross-sectional sizes for cold-formed C-profiles subjected to central compression has been considered by the paper. Parametric optimization problem for cross-sectional sizes of cold-formed C-profiles has been formulated as follow: to define optimum cross-sectional sizes taking into account post-buckling behavior and structural requirements when stripe width and thickness as well as type of the cold-formed profile are constant and defined by the designer.

Criterion of the profile load-bearing capacity maximization has been assumed as purpose function. The latter has been presented in the form of linear convolution of the resistance to central compression taking into account flexural, torsional and torsional-flexural buckling of thin-walled structural member determined according to the requirements EN 1993-1-3:2012 and EN 1993-1-5:2012. Searching for the optimum cross-sectional sizes has been performed taking into account a possibility of post-critical buckling behavior of the structural member based on the local buckling of the web and flanges and/or distortional buckling of the edge fold stiffeners.

Formulated parametric optimization problem has been solved using software OptCAD. Update gradient method of the purpose function projection on the active constraints hyperplanes with simultaneous liquidations of the residuals in the constraints has been implemented by the software.

As optimization results cold-formed C-profiles have been obtained. With the same stripe width optimum profiles have higher load-bearing capacity level taking into account buckling resistance under central compression comparing with the cold-formed C-profiles proposed by Ukrainian manufacturers. Besides, torsional-flexural buckling resistance of the cold-formed C-profile is determinative for all optimum cross-sectional decisions.

Keywords: cold-formed steel, load-carrying capacity, buckling resistance, local buckling, distortional buckling, parametric optimization, gradient-based methods.

UDC 624.04, 519.853

Перельмутер А. В., Юрченко В. В., Пелешко І. Д.

ОПТИМІЗАЦІЯ РАЗМЕРОВ ПОПЕРЕЧНЫХ СЕЧЕНИЙ СЖАТЫХ ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИЙ ИЗ С-ПОДОБНОГО ХОЛОДНОГНУТОГО ПРОФИЛЯ

В статье рассмотрена задача параметрической оптимизации размеров поперечного сечения

стержневого елемента конструкції із С-образного холодногнутого профілю, що працює під дією продольної сили стиснення. Задача параметричної оптимізації сформулювалася так: при заданих ширині та товщині заготовки (штрипси) для виготовлення холодногнутого профілю, а також типі поперечного сечення визначити його оптимальні розміри з урахуванням критичної роботи та конструктивних вимог.

В якості критерію оптимальності прийнято критерій максимізації несучої спроможності профілю на втрату загальної стійкості при центральному стисненні, який представляється в формі лінійної функції несучих спроможностей, що враховують вигиби, крутильні та вигибно-крутильні випучування стержневого елемента, обчислені відповідно до вимог EN 1993-1-3:2012 та EN 1993-1-5:2012. Пошук оптимальних розмірів реалізовано з урахуванням критичної роботи тонкостінного холодногнутого профілю, що характеризується місцевими втратами стійкості та втратою стійкості форми сечення.

Сформульована задача параметричної оптимізації розв'язана за допомогою програми OptCAD, в якій реалізовано метод проєкції градієнта функції мети на поверхню активних обмежень при одночасній ліквідації нев'язок з порушеними обмеженнями.

В результаті оптимізаційного розрахунку отримано С-подібні холодногнуті профілі, які за ширини заготовки характеризуються більшою несучою спроможністю на втрату стійкості при центральному стисненні порівняно з холодногнутими профілями вітчизняних виробників. При цьому, для всіх оптимальних рішень поперечних сечень визначальною була несуча спроможність С-образного холодногнутого профілю на втрату стійкості по вигибно-крутильній формі випучування.

Ключові слова: холодногнутий профіль, несуча спроможність, місцева втрата стійкості, втрата стійкості форми сечення, параметрична оптимізація, градієнтний метод.

УДК 624.04, 519.853

Перельмутер А. В., Юрченко В. В., Пелешко І. Д. Оптимізація розмірів поперечних перерізів стиснутих елементів конструкцій з С-подібного холодногнутого профілю // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2022. – Вип. 108. – С. 156-170.

У статті розглянуто задачу параметричної оптимізації розмірів поперечного перерізу стержневого елемента конструкції з С-подібного холодногнутого профілю, що працює під дією поздовжньої сили стиснення. Задача параметричної оптимізації сформулюється так: при заданих ширині та товщині заготовки (штрипси) для виготовлення холодногнутого профілю, а також типі поперечного перерізу визначити його оптимальні розміри з урахуванням критичної роботи та конструктивних вимог. Як критерій оптимальності прийнято критерій максимізації несучої спроможності профілю на втрату загальної стійкості при центральному стисненні. Сформульована задача параметричної оптимізації розв'язана за допомогою проєкції градієнту функції мети на поверхню активних обмежень при одночасній ліквідації нев'язок з порушеними обмеженнями. Як результат оптимізаційного розрахунку отримано С-подібні холодногнуті профілі, які характеризуються більшою несучою спроможністю на втрату стійкості при центральному стисненні порівняно з холодногнутими профілями вітчизняних виробників при одній і тій самій ширині заготовки.

Лл. 2. Табл. 2. Бібліог. 18 назв.

УДК 624.04, 519.853

Perelmuter A. V., Yurchenko V. V., Peleshko I. D. Optimization cross-sectional dimensions for cold-formed steel lipped channel columns // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles – Kyiv: KNUBA, 2022. – Issue 108. – P. 156-170.

A parametric optimization problem of cross-sectional sizes for cold-formed steel lipped channel structural members subjected to central compression has been considered by the paper. An optimization problem is formulated to define optimum cross-sectional sizes of cold-formed structural member taking into account post-buckling behavior and structural requirements when stripe width, profile thickness and profile type are constant and defined by the designer. Maximization of load-carrying capacity of the cold-formed structural member has been assumed as purpose function. Formulated parametric optimization problem has been solved using a modified gradient method of the purpose function projection on the active constraints hyperplanes with simultaneous liquidations

of the residuals in the violated constraints. As optimization results cold-formed steel lipped channels with optimum dimensions have been obtained. With the same stripe width optimum profiles have higher load-carrying capacities comparing with the ones proposed by Ukrainian manufacturers.

Figs. 2. Tabs. 2. Refs. 18.

УДК 624.04, 519.853

Перельмутер А.В., Юрченко В.В., Пелешко И.Д. Оптимизация размеров поперечных сечений сжатых элементов конструкций из с-подобного холодногнутого профиля // Сопротивление материалов и теория сооружений: науч.- тех. сборн. – К.: КНУСА, 2022. – Вып. 108. – С. 156-170.

В статье рассмотрена задача параметрической оптимизации размеров поперечного сечения стержневого элемента конструкции из С-образного холодногнутого профиля, работающего под действием продольной силы сжатия. Задача параметрической оптимизации формулировалась как: при заданных ширине и толщине заготовки (штрипсы) для изготовления холодногнутого профиля, а также типе поперечного сечения определить его оптимальные размеры с учетом критической работы и конструктивных требований. В качестве критерия оптимальности принимался критерий максимизации несущей способности профиля на потерю общей устойчивости при центральном сжатии. Сформулированная задача параметрической оптимизации решена с использованием метода проекции градиента функции цели на поверхность активных ограничений при одновременной ликвидации невязок в нарушенных ограничениях. В результате оптимизационного расчета получены С-образные холодногнутые профили, которые при одной и той же ширине заготовки характеризуются большей несущей способностью на потерю устойчивости при центральном сжатии по сравнению с холодногнутыми профилями отечественных производителей.

Ил. 2. Табл. 2. Библиог. 18 назв.

Автор: доктор технічних наук, старший науковий співробітник Перельмутер Анатолій Вікторович

Адреса робоча: 03037 Україна, м. Київ, вул. Освіти 3А, оф. 2

Робочий тел.: +38(044)249-71-91

Мобільний тел.: +38(050)382-16-25

E-mail: avp@scadsoft.com

SCOPUS ID: 6602444316

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0001-9537-2728>

Автор: доктор технічних наук, професор кафедри металевих та дерев'яних конструкцій

Юрченко Віталіна Віталіївна

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський пр. 31, Київський національний університет будівництва і архітектури

Робочий тел.: +38(044)249-71-91

Мобільний тел.: +38(063)89-26-491

E-mail: vitalina@scadsoft.com

SCOPUS ID: 25637856200

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0003-4513-809X>

Автор: кандидат технічних наук, доцент кафедри будівельного виробництва

Пелешко Іван Дмитрович

Адреса робоча: 79013 Україна, м. Львів, вул. Ст. Бандери 12, Національний університет «Львівська політехніка»

Робочий тел.: +38 (032) 258-25-41

Мобільний тел.: +38(098)41-57-517

E-mail: ipeleshko@polynet.lviv.ua

SCOPUS ID: 25637832500

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0001-7028-9653>

УДК 539.3; 624.073.4

IMPACT OF PULSE DYNAMIC LOADING DIRECTION AND SURFACE CURVATURE ON THE STRESS-STRAIN STATE OF A THREE-LAYERED SPHERICAL SHELL

V.V. Gaidaichuk,

Doctor in Engineering Science

K.E. Kotenko,

Ph.D. in Engineering Science

O.G. Ruvín

*Kyiv National University of Construction and Architecture,
31 Povitroflotskyi ave., Kyiv 03680*

DOI: 10.32347/2410-2547.2022.108.171–177

On two size types of the semispherical three-layered structures, impact of the surface curvature and impact of the pulse dynamic loading on the stress-strain state (SSS) of these structures has been investigated. Values of normal stresses and vertical displacements of the structures' bearing layers and distribution of these indicators along the spatial coordinate have been determined. A finite element calculation method implemented within the software calculation complex NASTRAN has been applied.

Key words: three-layered conical shell, loading direction, stress-strain state, finite element model, axisymmetric pulse load.

Introduction and problem statement. Layered shells are often used in objects and facilities related to the space, military industry, innovative machine-building enterprises etc. The extent of using such structures is preconditioned by a number of circumstances, the most important of which is optimization of their design solutions.

To a significant extent, this problem has been positively addressed through theoretical basic provisions described in writings [1,2], reference and other materials [3]. Also, positive effect is given by the results of investigations, which characterize impact of geometric and physical and mechanical properties of such structures on their stress-strain state [4-5].

Extending and enhancing such information could contribute to taking early efficient design decisions, which would prevent negative consequences.

In this respect, assessment of the shell's Gaussian curvature magnitude impact and the dynamic pulse load impact direction on the shell deserve specific attention. Impact of these factors on the layered shell's stress-strain state has been performed using two size types of hemispherical three-layered structures.

Investigation and analysis of obtained results

The efficacy of mentioned factors has been investigated using hemispherical three-layered structures with different surface curvature and other similar geometric and physical and mechanical properties. The pulse dynamic loading of structures also had similar parameters and was applied in

the forward and the opposite directions. Values of the structures' bearing layers' spatial displacements (u_1, u_3) and normal stresses (σ_1, σ_3) and their distribution along the spatial coordinate α have been determined. During the analysis, the obtained results were additionally compared to the investigation results of other authors.

In compliance with the hypothesis of thin-layered shells [6], determining SSS parameters of such structures is based on applying a non-linear theory of structural orthogonal Timoshenko-type shells, in the quadratic approximation. Equation of motion for such structures appear as follows [2]:

a) provided smooth surface $s_j < s_i < s_{j+1}$

$$\begin{aligned} \frac{1}{A_2^i} \frac{\partial}{\partial s_i} (A_2^i T_{11}^i) - \psi^i T_{22}^i + k_1^i \bar{T}_{13}^i &= \rho_i h_i \frac{\partial^2 u_1^i}{\partial t^2}, \\ \frac{1}{A_2^i} \frac{\partial}{\partial s_i} (A_2^i \bar{T}_{13}^i) - k_1^i T_{11}^i + k_2^i T_{22}^i + P_3 &= \rho_i h_i \frac{\partial^2 u_3^i}{\partial t^2}, \\ \frac{1}{A_2^i} \frac{\partial}{\partial s_i} (A_2^i M_{11}^i) - \psi^i M_{22}^i + T_{13}^i &= \frac{\rho_i h_i^3}{12} \frac{\partial^2 \varphi_1^i}{\partial t^2}, \end{aligned} \quad (1)$$

б) on the lines of discontinuity $s = s_j$:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^2 T_{11}^{i\pm} &= \rho_j F_j \frac{\partial^2 u_{1j}}{\partial t^2}, \quad \sum_{i=1}^2 T_{13}^{i\pm} = \rho_j F_j \frac{\partial^2 u_{3j}}{\partial t^2}, \\ \sum_{i=1}^2 (M_{11}^{i\pm} \mp h_j T_{11}^{i\pm}) &= \rho_j I_{k_{pj}} \frac{\partial^2 \varphi_{1j}}{\partial t^2}. \end{aligned} \quad (2)$$

Equations (1), (2) are supplemented by corresponding initial and boundary conditions ($s = s_{j0}, s = s_{jN}$).

Calculations of spatial movements and normal stresses values along the spatial coordinate α has been performed by applying a finite-element modeling adjusted to specific structures.

The finite-element models reflected relation between the potential energy of deformation and the potential of external loads [5]:

$$\Pi = E + W, \quad (3)$$

where E is the potential energy of deformations and W is the potential of external loads.

After splitting the integral field into the separate elements, equation appears as follows:

$$\Pi = \sum_{e=1}^E (E^{(e)} - W^{(e)}) = \sum_{e=1}^E \pi^{(e)}. \quad (4)$$

The global stiffness matrix $[K]$ and the global column vector $\{F\}$ in the matrix equation

$$[K]\{U\} = \{F\} \quad (5)$$

correspond to correlations:

$$[K] = \sum_{e=1}^E [k^{(e)}], \quad (6)$$

$$\{F\} = -\sum_{e=1}^E \{f^{(e)}\}. \quad (7)$$

Two layered hemispheres (fig. 1) have been analyzed with the clamped footing and diameters ($D_1=0.30$ m, $D_2=0.60$ m), which had similar bearing layers' thickness ($h_1=h_3=0.010$ m), polymeric filler with $h_2=0.020$ m thickness, reinforced with the discrete stiffening rings rigidly bound to the bearing layers. Each hemisphere consisted of five rings located in points, which have been calculated according to the dependence below: $\alpha_k = k * \Delta\alpha$, $k = \overline{1,5}$, $\Delta\alpha = \frac{\pi}{12}$.

Shells with the Young's moduli ratio of the filler and shell sheathing materials $E_1/E_T = 500$ have been studied. Values $E_1=E_3$ were 70 GPa, $E_T=0.14$ GPa, and other values were as below: $\mu_1=\mu_3=0.3$, $\rho_1=\rho_3=2.7*10^3$ kg/m³.

The pulse load distribution $P(t)$ was as below:

$$P(t) = A * \sin \frac{\pi t}{T} [\eta(t) - \eta(t - T)], \quad (8)$$

where T is load duration; t is time interval; A is the pulse load amplitude. The following loading parameters have been accepted: $A = 10^6$ Pa; $T = 50*10^{-6}$ s.

Distribution of displacements and stresses along the spatial coordinate α was calculated according to the direct transient dynamic process algorithm within the time interval $0 \leq t \leq 10T$. Calculations have been performed by the software complex Nastran. The time interval step duration was $0.25 \cdot 10^{-6}$ s, and the total number of steps was 200.

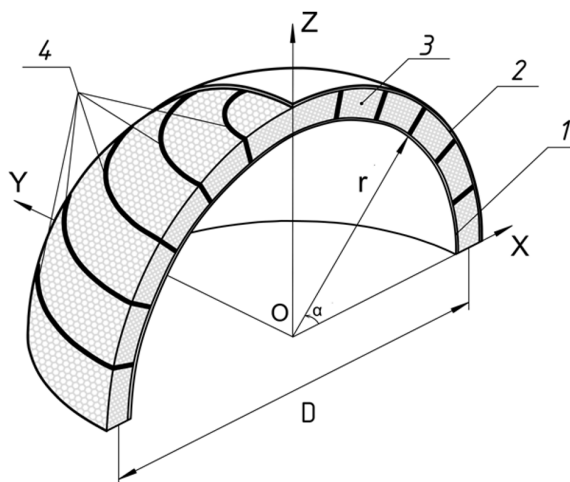


Fig. 1. Constructional design of a spherical type three-layer shell:
1 – inner layer; 2 – filler; 3 – outer layer; 4 – reinforcing ribs

Choice of the finite element model type was conditioned by the goal of obtaining reliable and precise results. The finite element model of the structure with the diameter $D = 0.3$ m (Fig. 2) had 83250 finite elements and 99906 nodes, and with the diameter $D = 0.6$ m it includes 22200 such elements and 26646 nodes, respectively.

The bearing layers' displacement results related to the analyzed structures under the internal pulse load impact are shown in Table 1.

As seen, vertical displacements of both structures reach their maximums near the poles of the structures at $\alpha = \frac{\pi}{2}$.

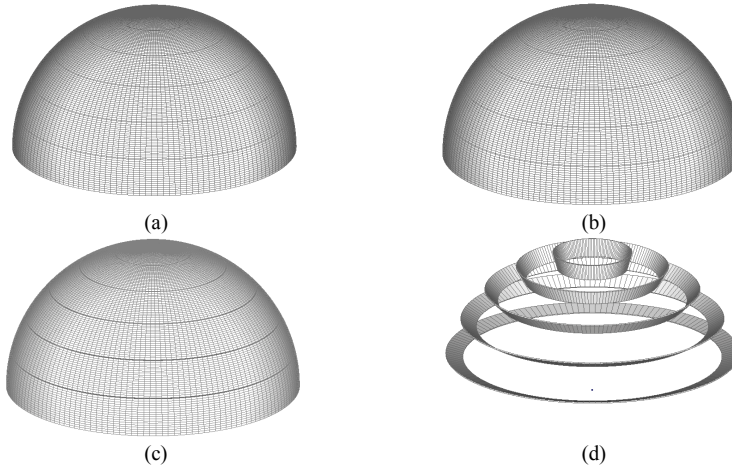


Fig. 2. Finite-element model of the three-layered hemispherical shell:

(a) – inner load-bearing sheathing; (b) – same, outer; (c) – polymeric filler; (d) – reinforcing rings

Provided the inner loading, maximal displacements of the structure having lesser diameter ($D=0.3$ m) have been detected at $8.25T$, and having bigger diameter ($D=0.6$ m) – at $7.7T$. Absolute value of the inner layer displacement (u_1^i) in the structure with the smaller diameter appeared to be greater. It has far exceeded the displacement value of a similar layer within the structure ($D=0.6$ m).

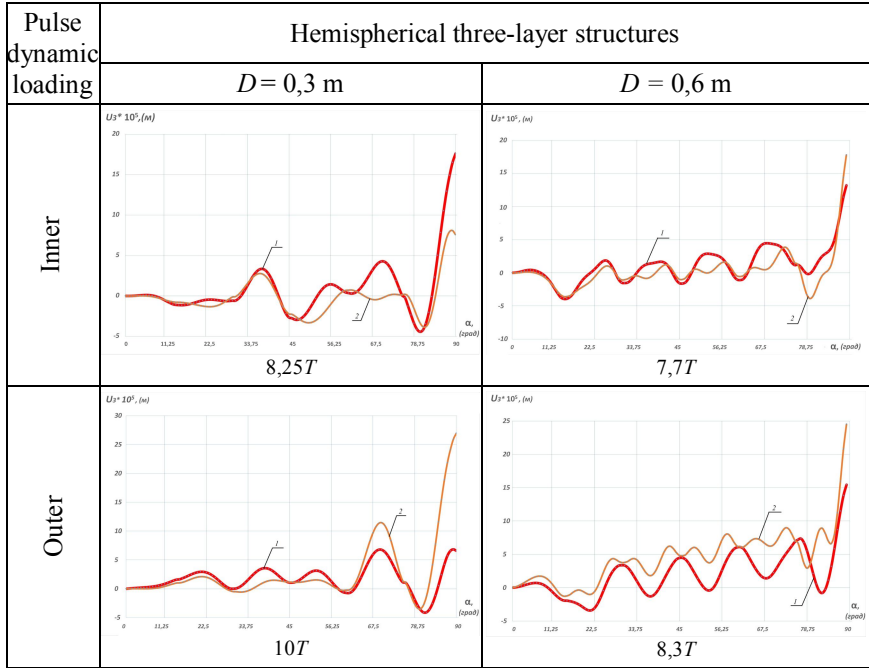
Provided the outer loading, displacements of the outer layer of both structures appeared greater. At that, its absolute value in the structure $D = 0.3$ m appeared practically similar to that in the structure $D = 0.6$ m. Its maximal value in the lesser diameter structure has been detected at $10T$, and in the structure $D=0.6$ m – at $8.3T$. Provided this loading direction, maximal displacement value has considerably exceeded displacement caused by the inner loading in both structures.

The structure with the lesser diameter appeared more stressed (Fig. 3). Maximal stress values in the inner layer of this structure exceeded for over 20% its values detected in the bigger diameter structure.

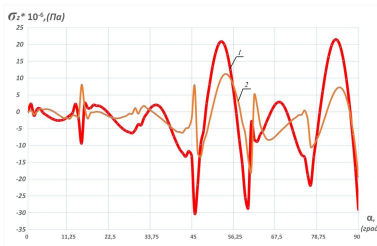
First natural frequency of the structure $D = 0.3$ m was 2740 Hz, and of the structure $D = 0.6$ m it was 1417 Hz.

Table 1

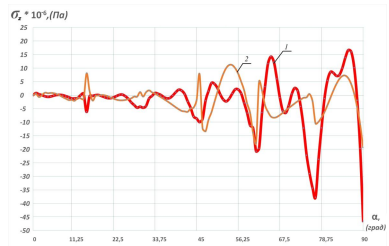
Maximal vertical movements u_1^i of the sheathing shells with the polymeric filler $E_1/E_T=500$ at time (T)



1 – shell inner layer; 2 – shell outer layer.



(a)



(b)

Fig. 3. Normal stress of bearing layers of the median surface of sheathings under the inner loading: (a) – shell $D = 0.3$ m; (b) – same $D = 0.6$ m

Conclusions

Value of the Gaussian curvature of the layered shell structures impacts their stress-strain state. Increase of the surface curvature of spherical structures

under the impact of the dynamic pulse load increases the displacement and stress of their bearing layers.

In a three-layered hemispherical structure, the diameter decrease from 0.6 m to 0.3 m decreases the displacement of the structure's bearing layers. At that, this became more significantly apparent under the outer loading of the structure.

REFERENCES

1. *Lugovoi P. Z., Meish V. F.* Dynamics of inhomogeneous shell systems under non-stationary loading (survey) // International Applied Mechanics – 2017, 53, № 5 – P. 481–537.
2. Dynamic problems in the theory of sandwich shells of revolution with a discrete core under nonstationary loads // International Applied Mechanics – 2002, 38, № 12 – P. 1501–1507.
3. *Timoshenko S.P., Woinowsky-Krieger S.* Theory of Plates and Shells. Second Edition. New York etc.: McGraw-Hill Book Company INC, 1959. 636 p.
4. *Gaidaichuk V.V., Kotenko K.E.* Stress - strain state of a three-layer cylindrical shell under internal axisymmetric pulse load c Strength of Materials and Theory of Structures. – 2020. – Issue. 105. – P. – 145-151.
5. *Lugovoi P.Z., Gaidaichuk V.V., Skosarenko Yu.V., Kotenko K.E.* Stress - strain state of the three-layer cylindrical shells with reinforced lightweight filler under nonstationary load // International Applied Mechanics – 2021, 57, № 4 – P. 23–34.
6. *Novozhilov, V.V.* (1948). Fundamentals of the nonlinear theory of elasticity. Leningrad—Moscow: Gostekhizdat (in Russian).

Стаття надійшла 10.02.2022

Гайдайчук В.В., Котенко К.Е., Рувін О.Г.

ВПЛИВ НАПРЯМКУ ДІЇ ІМПУЛЬСНОГО ДИНАМІЧНОГО НАВАНТАЖЕННЯ І КРИВИЗНИ ПОВЕРХНІ НА НАПРУЖЕННЯ – ДЕФОРМОВАНИЙ СТАН ТРИШАРОВОЇ СФЕРИЧНОЇ ОБОЛОНКИ

На двох типових розмірах напівсферичних тришарових структур досліджено вплив кривизни поверхні і напрям дії імпульсного динамічного навантаження на напружено-деформований стан цих структур. Визначені величини нормальних напружень і вертикальних переміщень несучих шарів структур і розподіл цих показників по просторовій координаті. Визначено вплив кривизни поверхні тришарової півсферичної оболонки на її напружено-деформований стан при внутрішньому і зовнішньому імпульсному навантаженні. Враховано фізико-механічні характеристики полімерного заповнювача армованого дискретними ребрами.

Ключові слова: тришарова сферична оболонка, напрям дії навантаження, напружено-деформований стан, скінчено-елементна модель, імпульсне внутрішнє віссиметричне навантаження.

Gaidaichuk V.V., Kotenko K.E., Ruvyn O.G.

IMPACT OF PULSE DYNAMIC LOADING DIRECTION AND SURFACE CURVATURE ON THE STRESS-STRAIN STATE OF A THREE-LAYERED SPHERICAL SHELL

On two size types of the semispherical three-layered structures, impact of the surface curvature and impact of the pulse dynamic loading on the stress-strain state (SSS) of these structures has been investigated. The layered hemispheres have been analyzed with the clamped footing and diameters ($D_1=0.30$ m, $D_2=0.60$ m), which had similar bearing layers' thickness ($h_1=h_3=0.010$ m), polymeric filler with $h_2=0.020$ m thickness, reinforced with the 5 discrete stiffening rings rigidly bound to the bearing layers.

Values of normal stresses and vertical displacements of the structures' bearing layers and distribution of these indicators along the spatial coordinate have been determined. Distribution of displacements' and stresses' magnitudes along the spatial coordinate α was determined by the software complex Nastran through the direct transient dynamic process algorithm within the time interval $0 \leq t \leq 10T$. The time interval step duration was $0.25 \cdot 10^{-6}$ s and the total number of steps

was 200. The detailed and accurate calculation results have determined the choice of the solid finite element type.

Value of the Gaussian curvature of the layered shell structures impacts their stress-strain state. Increase of the surface curvature of spherical structures under the impact of the dynamic pulse load increases the displacement and stress of their bearing layers.

In addition to the vertical displacements and normal stresses of the bearing layers of the analyzed semispherical three-layered structures, their first natural frequency (f_1) was also calculated.

Keywords: three-layered conical shell, loading direction, stress-strain state, finite element model, axisymmetric pulse load.

УДК 539.3

Гайдайчук В.В., Котенко К.Е., Рувін О.Г. Вплив напрямку дії імпульсного динамічного навантаження і кривизни поверхні на напружено-деформований стан тришарової сферичної оболонки // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2022. – Вип. 108. – С. 171–177.

У статті приведено результати оцінки напружено-деформованого стану тришарової сферичної оболонки, враховуючі її структурну особливість, фізико-механічні характеристики полімерного наповнювача, армованого дискретними ребрами.

Табл. 1. Іл. 3. Бібліогр. 6 назв.

UDC 539.3

Gaidaichuk V.V., Kotenko K.E., Ruvyn O.G. Impact of pulse dynamic loading direction and surface curvature on the stress-strain state of a three-layered spherical shell // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles – Kyiv: KNUBA, 2022. – Issue 108. – P. 171–177.

On two size types of the semispherical three-layered structures, impact of the surface curvature and impact of the pulse dynamic loading on the stress-strain state (SSS) of these structures has been investigated. Values of normal stresses and vertical displacements of the structures' bearing layers and distribution of these indicators along the spatial coordinate have been determined. A finite element calculation method implemented within the software calculation complex NASTRAN has been applied.

Tabl. 1. Fig. 3. Ref. 6.

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри теоретичної механіки Київського національного університету будівництва і архітектури ГАЙДАЙЧУК Віктор Васильович

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, проспект Повітрофлотський, 31, к. 433, Київський національний університет будівництва і архітектури, кафедра теоретичної механіки, ГАЙДАЙЧУКУ Віктору Васильовичу

Роб. тел. +380 (44) 241-55-72

E-mail: viktor_gaydaychuk@bigmir.net

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0003-2059-7433>

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, доцент кафедри теоретичної механіки Київського національного університету будівництва і архітектури КОТЕНКО Костянтин Едуардович

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, проспект Повітрофлотський, 31, к. 433, Київський національний університет будівництва і архітектури, кафедра теоретичної механіки, КОТЕНКУ Костянтину Едуардовичу.

Роб. тел. +380 (44) 241-55-72

E-mail: 1969box@mail.ru

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-3181-3819>

УДК 539.3

РОЗВ'ЯЗАННЯ НЕЛІНІЙНИХ КОНТАКТНИХ ЗАДАЧ ДЕФОРМУВАННЯ ВУЗЛОВИХ З'ЄДНАНЬ СТАЛЕВИХ КОНСТРУКЦІЙ

М.О. Вабішевич,
д-р техн. наук, професор

Д.А. Сторчак,
магістр

Київський національний університет будівництва і архітектури

DOI: 10.32347/2410-2547.2022.108.178-188

Розрахунок міцності та надійності різного роду відповідальних елементів конструкцій, функціональних вузлів каркасу є обов'язковим етапом проектування будівель. Багато з цих елементів мають виражений контакт в межах деякої поверхні. Розрахунок напружено-деформованого стану в умовах силового контакту є важливим, оскільки в багатьох випадках зона контакту є ймовірною зоною втрати міцності та зоною руйнування конструкції. Дані про напружено-деформований стан таких елементів та вузлів можна отримати, використовуючи сучасний апарат математичного моделювання.

Ключові слова: контактна задача, контактні напруження, метод скінчених елементів, SCAD, нелінійність, контактний елемент.

Вступ. Всі механізми та конструкції складаються із деталей, що взаємодіють одна з одною, а розподіл контактних зусиль між цими деталями заздалегідь невідомий і може бути знайдений тільки в результаті вирішення специфічних задач, які називаються контактними задачами [1].

Під контактними напруженнями розуміють місцеві напруження, які виникають при взаємному натиску двох дотичних тіл. Внаслідок деформації матеріалу в місці дотику виникає площадка контакту, по якій і проходить передача тиску. Не маючи можливості вільно деформуватися, матеріал поблизу такої площадки знаходиться в об'ємному напруженому стані [2].

В більшості контактних задач, навіть при роботі матеріалу в пружній зоні, залежність між зовнішньою силою та викликаним нею переміщенням виявляється нелінійною. Це пояснюється зміною (збільшенням) площадки контакту по мірі збільшення сили [3]. Тому для вирішення контактної задачі необхідне врахування геометричної нелінійності розрахункової моделі. Доцільно будувати рішення контактної взаємодії тіл на основі методу покрокового аналізу [4].

Мета дослідження – розробка методики моделювання контактної взаємодії елементів конструкцій та визначення контактних напружень на базі програмного комплексу SCAD. Предмет дослідження – контактні напруження, що виникають при взаємодії елементів конструкцій.

В [5] створено розрахункову стержневу скінченно-елементну модель будівлі торговельного центру NOVUS (рис. 1). Проведено статичний розрахунок та знайдено внутрішні зусилля в елементах моделі. Центральним елементом каркасу є ферма із гнutoзварних профілів. В якості об'єкта дослідження обираємо задачу моделювання контакту між фланцем верхнього поясу ферми та опорним ребром підкр0кв'яної балки в опорному вузлі ферми (рис. 2).

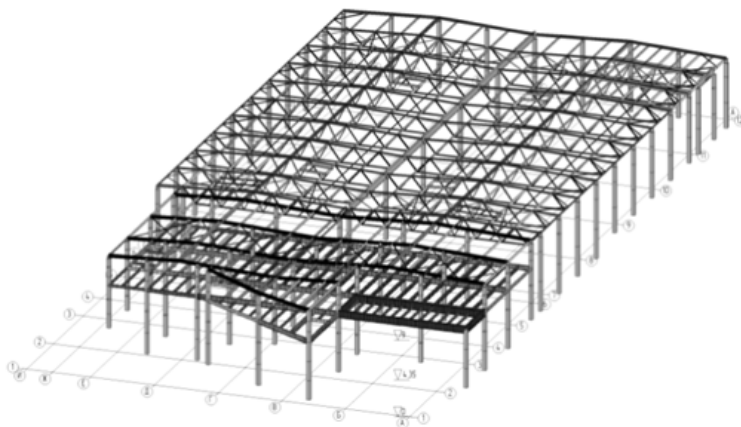


Рис. 1. Скінченно-елементна модель будівлі торговельного центру NOVUS

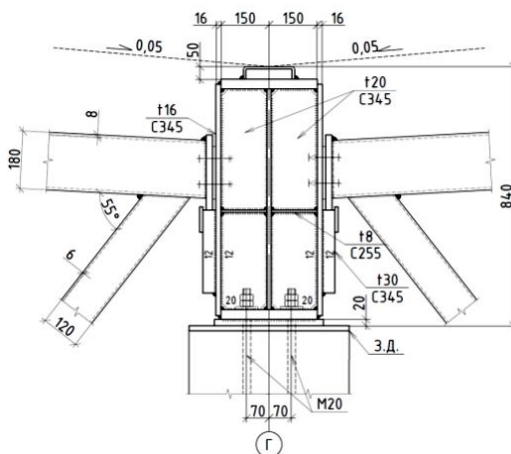


Рис. 2. Опорний вузол ферми

Маємо наступні вихідні дані для розрахунку: пояс запроєктований з гнutoго профілю $\square 180 \times 140 \times 8$ ($N = -85,7 \text{ кН}$), розтягнутий розкіс – з профілю $\square 120 \times 6$ ($N = 244,3 \text{ кН}$, $M = 2,15 \text{ кНм}$); товщина фланця $t = 20 \text{ мм}$, товщина опорного ребра $t = 16 \text{ мм}$; підкр0кв'яна балка

запроектована зі зварного двотавра з розмірами $b \times h = 300 \times 770$ мм. Сталь С345 з $R_y = 335$ МПа. Був проведений так званий «ручний» розрахунок вузла згідно [6], результати якого наведені в [5].

Процедура вирішення контактної задачі. Розглянемо постановку контактної задачі на прикладі взаємодії двох тіл – B_1 і B_2 (рис. 3).

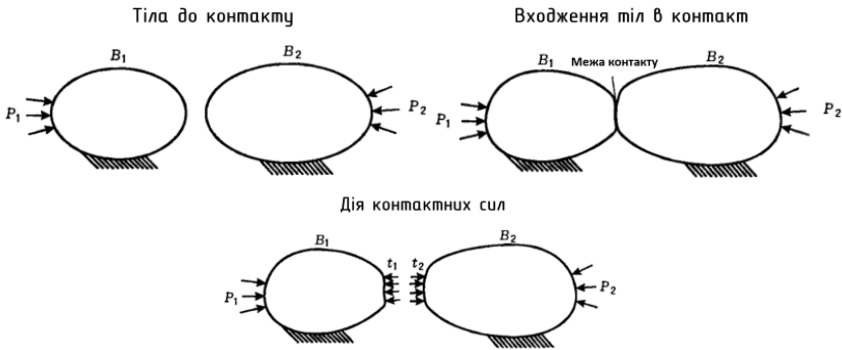


Рис. 3. Схема контакту двох тіл

В результаті прикладання навантажень або переміщень ці тіла входять в контакт одне з одним. Це означає, що вони мають спільну межу ∂B_c , на якій виконуються умови непроникнення одного тіла в інше:

$$g \equiv (x^2 - x^1) \cdot n \geq 0, \quad (1)$$

де x^1 та x^2 – радіус-вектори матеріальних точок тіл B_1 і B_2 в поточній конфігурації; n – одиничний вектор нормалі до контактної поверхні; g – нормальний проміжок між тілами. При контакті тіл на межі контакту (1) виконується рівність, а при розходженні тіл – нерівність.

На межі контакту виникають стискуючі розподілені контактні нормальні сили:

$$t_n \equiv t \cdot n \leq 0, \quad (2)$$

де t – вектор розподілених контактних сил, n – зовнішня нормаль до границі тіла. Рівність в (2) виконується у випадку виходу тіл із контакту, а нерівність – при знаходженні в контакті. Таким чином, контактні нормальні сили можуть бути тільки стискуючими.

Ці сили мають підпорядковуватися певному закону тертя – наприклад, закону тертя Кулона. Припускаємо, що між контактуючими частинками тіл немає відносного руху до тих пір, поки виконується нерівність:

$$|t_t| < \mu_s |t_n|, \quad (3)$$

де $\mu_s \geq 0$ позначає статичний коефіцієнт тертя, а $t_t \equiv t \cdot \tau$ – розподілені контактні дотичні сили.

Отже, контактна задача являє собою формулювання рівнянь для руху двох тіл з накладеними кінематичними (1) і статичними, або силовими,

(2) обмеженнями на їхній рух одне відносно одного. В загальній постановці вирішення контактної задачі зводиться до пошуку області можливого взаємного проникнення контактуючих тіл та визначення контактних сил, що перешкоджають цим взаємним проникненням [7].

Моделювання контактної взаємодії на прикладі опорного вузла ферми. Проведення досліджень базувалося на методі штрафних функцій [7], в основу якого закладене поняття контактного шару та контактних елементів зі спеціальними властивостями. До функціоналу, який описує загальну енергію системи контактуючих тіл, додається функціонал, який відображає роботу контактних зусиль, квадратичний по вузловим переміщенням контактних вузлів, та параметри штрафу, які присутні в чистому виді – у вигляді характеристик контактного шару або у вигляді контактних скінченних елементів.

Скінченно-елементна модель вузла створена за допомогою пластинчатих СЕ розміром $0,01 \times 0,01$ м (рис. 4).

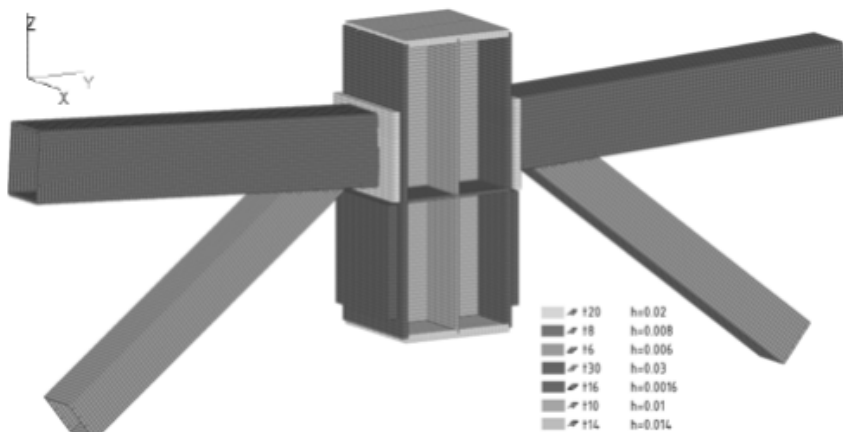


Рис. 4. Скінченно-елементна модель опорного вузла ферми

В ПК ABAQUS для подібних вузлів застовується тип контактної взаємодії «поверхня-поверхня» [8], який був використаний при вирішенні тестової контактної задачі в [5]. В ПК SCAD не реалізований такий тип контактної взаємодії, тому контактна задача створена на основі певних прийомів [9], зведених до табл. 1.

Маємо два навантаження на схему: власна вага та корисне (зусилля, отримане при розрахунку каркасу). На першому кроці задана власна вага із коефіцієнтом завантаження 1. Корисне навантаження розділене на 10 кроків із коефіцієнтом 0,1. В результатах аналізу показаний кожний другий крок корисного навантаження. Розкладання навантаження на послідовні етапи (кроки) дозволяє відслідковувати, в який момент навантаження відбувається проникнення вузлів активного тіла в пасивне тіло.

Отже, моделювання контактної задачі в програмному комплексі SCAD складається з наступних етапів:

- перший – вводяться спеціальні скінченні елементи, які моделюють контакт;
- другий – всім елементам схеми присвоюється нелінійність;
- третій – навантаження на схему розкладаються на послідовні етапи для можливості покрокового аналізу напружень та деформацій.

Таблиця 1

Прийоми для моделюванні контактної задачі в SCAD

№	Тип СЕ / операції	Функція	Принцип роботи
1	Тип 100 «Жорстке тіло»	Розподіл зосередженого навантаження на модель із пластичних СЕ	Може бути двовимірним або тривимірним, обираються напрямки в'язей вузлів. Тіло позначається на схемі у вигляді «павука», в якого майстер-вузол з'єднаний лініями з іншими вузлами. Він призначається вузлу, який розташований найближче до геометричного центра набору вузлів.
2	Об'єднання переміщень	1. оделювання болтів 2. Моделювання зварювання між елементами	Обираються попарно вузли, в яких передбачається об'єднання переміщень. Задаються напрямки ступенів свободи, по яким об'єднуються переміщення кожної пари вузлів.
3	Тип 352 «Двохвузлова одностороння в'язь»	Моделювання контакту між тілами	Реалізований в програмі СЕ моделює роботу ідеальної односторонньої в'язі (без тертя). Такі в'язі сприймають зусилля тільки визначеного знаку і відключаються при появі зусиль протилежного знаку – або допускають переміщення тільки у визначеному напрямку і не обмежують переміщення в протилежному напрямку. Задається характер роботи в'язі (відключається при стиску чи розтягу), її напрямок та жорсткість (зусилля, необхідне для того, щоб реалізувати одиничне зміщення). В результаті розрахунку вираховуються зусилля (реакція в пружині), що відповідають ступені свободи, по напрямку якої діє в'язь у випадку її включення в роботу.
4	Тип 342 «Трикутний СЕ оболонки з урахуванням геометричної нелінійності» Тип 344 «Чотирикутний СЕ оболонки з урахуванням геометричної нелінійності»	Моделювання геометричної нелінійності задачі	Геометрично нелінійна робота пружної системи пов'язана з необхідністю враховувати зміну геометрії системи при її деформаціях під навантаженням. Елементи 342 і 344 являються аналогами лінійних елементів оболонки 42 і 44, і в них повністю співпадає задання вихідної інформації та навантажень.

На рис. 5 показана розрахункова схема вузла із застосованими спеціальними скінченними елементами.

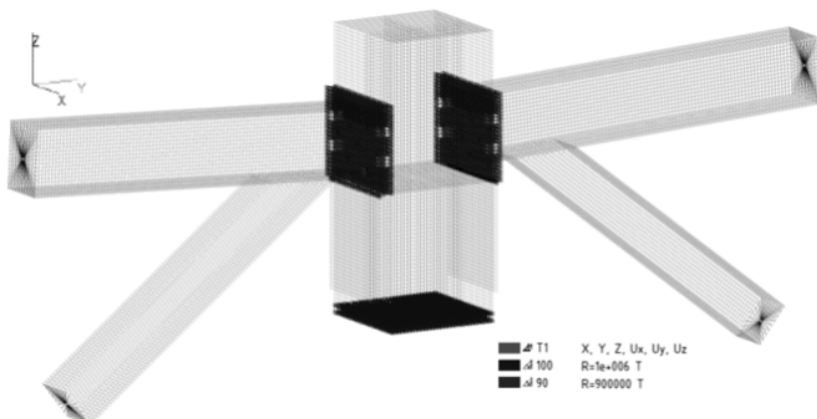
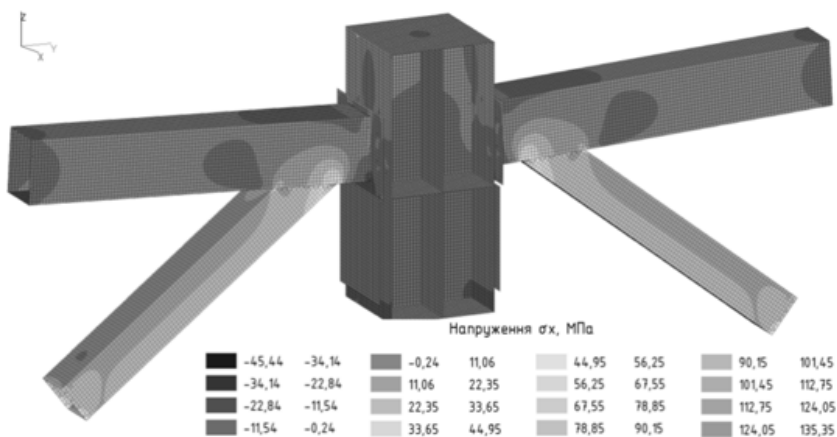


Рис. 5. Спеціальні скінчені елементи моделі вузла

Аналіз отриманих контактних зусиль. Розглядаємо розподіл напружень σ_x в опорному вузлі ферми (рис. 6). Максимальні напруження зосереджені в опорному розкосі ферми:

$$\sigma_x = 135,35 \text{ МПа} < R_{y\gamma_c} = 335 \text{ МПа},$$

умова виконується, максимальні напруження менші за допустимі.

Рис. 6. Розподіл напружень σ_x в опорному вузлі ферми

Розподіл напружень σ_x у фланці наведено на рис. 7, розподіл напружень σ_x в опорному ребрі балки – на рис. 8.

Максимальні контактні напруження у фланці зосереджені біля отворів під болти – $\sigma_x = -13,24 \text{ МПа}$. Аналогічна ситуація спостерігається в опорному ребрі балки – $\sigma_x = -12,57 \text{ МПа}$. Площадка контакту має еліптичну форму [3].

Деформована модель вузла на 11-му (останньому) кроці навантаження наведена на рис. 9.

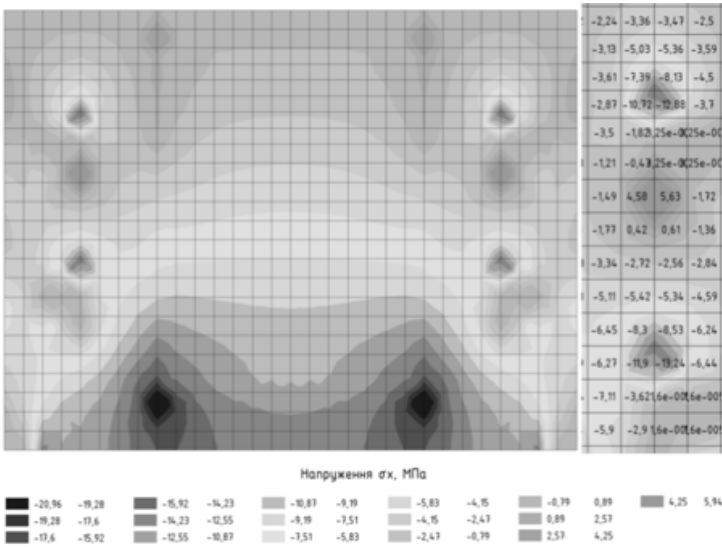


Рис. 7. Розподіл напружень σ_x у фланці

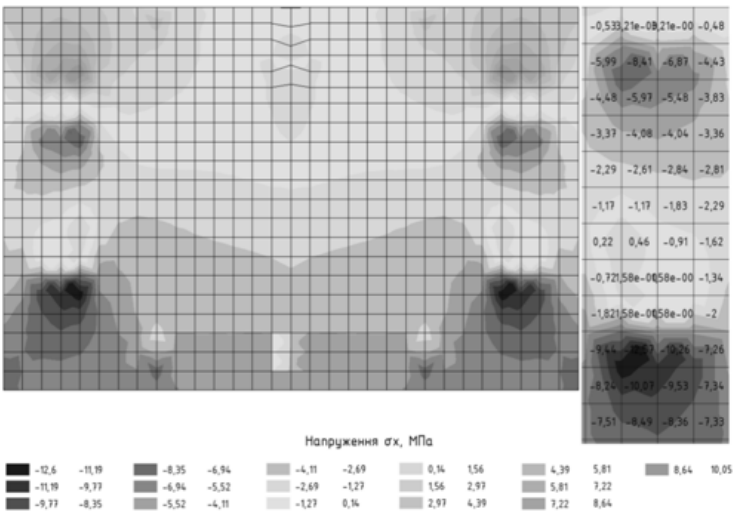
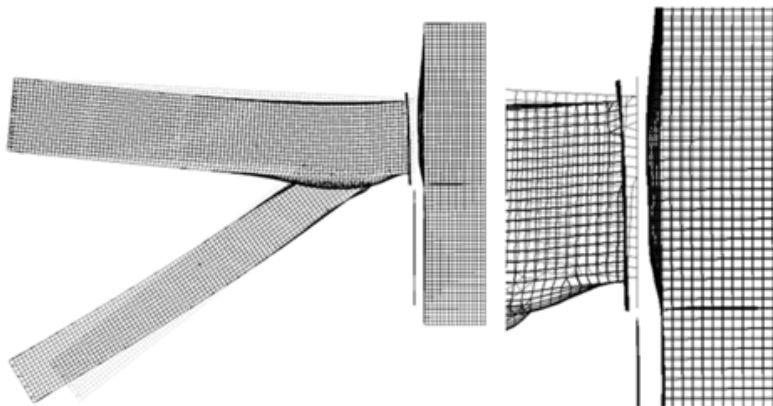


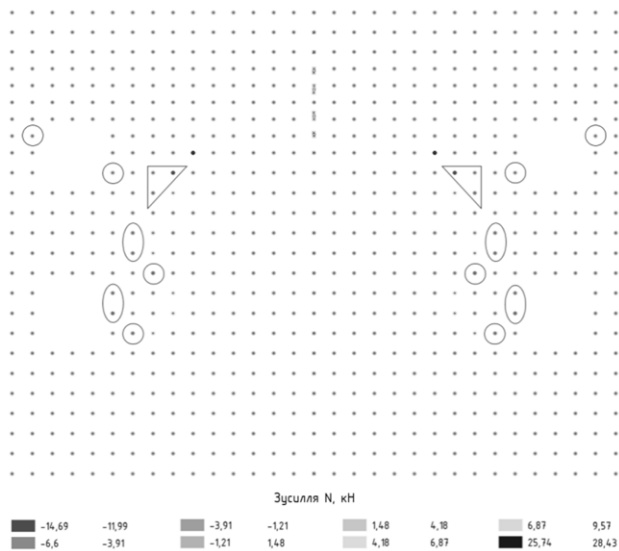
Рис. 8. Розподіл напружень σ_x в опорному ребрі



9. Деформована модель вузла

Рис.

Визначено зусилля N в односторонніх в'язях між фланцем та опорним ребром балки – стискуючі контактні нормальні сили t_n . Розподіл контактних зусиль в односторонніх в'язях наведено на рис. 10. Позначено контактні елементи, в яких $N < 0$.

Рис. 10. Зусилля N в спеціальних елементах

Оскільки контактні нормальні сили можуть бути тільки стискуючими, а при виконанні рівності в умові (3) тіла виходять із контакту, вважаємо, що контакт фланця та опорного ребра можливий лише в тих вузлах, де $N < 0$ (рис. 10).

Максимальне нормальне контактне зусилля становить $N = -14,69 \text{ кН}$.

Для отримання більш точних результатів і подальшого дослідження контактної взаємодії елементів вузла можна збільшувати ступінь дискретизації скінченно-елементної сітки в тих районах розглядуваної області можливого контакту, де зусилля N в односторонніх в'язях є від'ємними.

Порівнюємо деформовані моделі вузлів (рис. 11). Зліва – деформована модель із врахуванням контакту, справа – без урахування контакту. Для наочності масштаб деформацій обираємо 5,0.

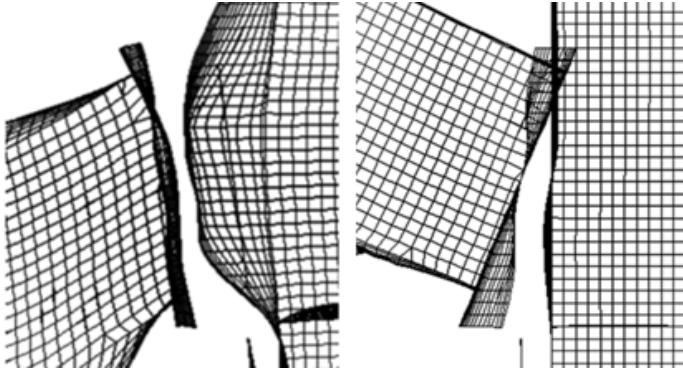


Рис. 11. Порівняння деформацій скінченно-елементної моделі вузла для контактної та неконтактної постановок задачі

На деформованій моделі без урахування контакту спостерігається проникнення вузлів фланця (активне тіло) в опорне ребро балки (пасивне тіло). Така деформована модель не відповідає дійсності.

Висновок. Сформульовано принципи вирішення контактної задачі на базі програмного комплексу SCAD. Визначено контактні зусилля – напруження та контактні нормальні сили – в опорному вузлі сталеві ферми. Виконано аналіз отриманих даних, а також порівняння деформованих моделей вузла для контактної та неконтактної постановок задачі.

Використання отриманих результатів можливе для подальшого дослідження контактних напружень, що виникають при взаємодії елементів опорного вузла ферми. Збільшення ступеня дискретизації скінченно-елементної сітки в місцях можливого контакту дозволить отримати максимально точні результати.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Александров В.М.* Введение в механику контактных взаимодействий / В.М. Александров, М.И. Чебаков. – Ростов-на-Дону: Изд-во ООО “ЦВВР”, 2007. – 114 с.
2. Решение контактных задач в ANSYS 6.1. – М.: CADFEM, 2003. – 138 с.
3. *Биргер И.А.* Расчет на прочность деталей машин: справочник / И.А. Биргер, Б.Ф. Шорр, Г.Б. Иосилевич. – 4-е изд., перераб. и доп. – М.: Машиностроение, 1993. – 640 с., ил.
4. *Лукашевич А.А.* О решении контактных задач строительной механики с односторонними связями и трением методом пошагового анализа / А.А. Лукашевич, Л.А. Розин // Magazine of Civil Engineering. – 2013. - №1. – Р. 75-81.
5. *Сторчак Д.А.* Чисельне дослідження скінченно-елементної моделі каркасу будівлі торговельного центру в м. Києві : атест. роб. магістра / Сторчак Дарина Анатоліївна. – Київ, 2022. – 115 с.

6. ДБН В.2.6-198:2014 Сталеві конструкції. Норми проектування. – [На заміну ДБН В.2.6-163:2010; Чинний від 2015-01-01]. – К.: Мінрегіонбуд України, 2014. – 198 с.
7. *Коробейников С.Н.* Нелинейное деформирование твердых тел: монография / С.Н. Коробейников. – Новосибирск: Издательство СО РАН, 2000. – 262 с.
8. ABAQUS Theory Manual (v.6.6) [Електронний ресурс]. – Режим доступу: [ABAQUS Theory Manual \(v6.6\)](#).
9. SCAD Office. Версия 21. Вычислительный комплекс SCAD++: справочник / Карпиловский В.С., Криксунов Э.З., Малайренко А.А. [и др.]. – М.: СКАД СОФТ, 2016. – 848 с., ил.

REFERENCES

1. *Aleksandrov V.M.* Vvedenie v mekhaniku kontaktnykh vzaimodejstvij (Introduction to the mechanics of contact interactions) / V.M. Aleksandrov, M.I. Chebakov. – Rostov-na-Donu: Izd-vo OOO "CVVR", 2007. – 114 s. (rus).
2. Reshenie kontaktnykh zadach v ANSYS 6.1. (Solving contact problems in ANSYS 6.1.) – М.: CАDFEM, 2003. – 138 s. (rus).
3. *Birger I.A.* Raschet na prochnost' detalej mashin: spravochnik (Calculating the strength of machine parts) / I.A. Birger, B.F. SHorr, G.B. Iosilevich. – 4-e izd., pererab. i dop. – М.: Mashinostroenie, 1993. – 640 s., il. (rus).
4. *Lukashevich A.A.* O reshenii kontaktnykh zadach stroitel'noj mekhaniki s odnostoronnimi svyazymi i treniem metodom poshagovogo analiza (On the solution of contact problems in structural mechanics with one-way links and friction by the method of stepwise analysis) / A.A. Lukashevich, L.A. Rozin // Magazine of Civil Engineering. – 2013. - №1. – R. 75-81. (rus).
5. *Storchak D.A.* Chyiselne doslidzhennia skinchenno-elementnoi modeli karkasu budivli torhovelnoho tsentru v m. Kyievi (Numerical study of of finite element model of the building frame of the shopping centre in Kyiv): atest. rob. ... mahistra / Storchak Daryna Anatoliivna. – Kyiv, 2022. – 115 s. (ukr).
6. ДБН В.2.6-198:2014 Сталеві конструкції. Нормы проектирования. – [На заміну ДБН В.2.6-163:2010; Чинний від 2015-01-01]. (DBN V.2.6-198:2014. Steel constructions. Design standards) – К.: Мінрегіонбуд України, 2014. – 198 с. (ukr).
7. *Korobejnikov S.N.* Nelinejnoe deformirovanie tverdyh tel (Non-linear deformation of solids): monografiya / S.N. Korobejnikov. – Novosibirsk: Izdatel'stvo SO RAN, 2000. – 262 s. (rus).
8. ABAQUS Theory Manual (v.6.6) [Electronic resource]. – Access mode: [ABAQUS Theory Manual \(v6.6\)](#).
9. SCAD Office. Versiya 21. Vychislitel'nyj kompleks SCAD++: spravochnik (SCAD Office. Version 21. SCAD++ Computing Suite) / Karpilovskij V.S., Kriksunov E.Z., Malyarenko A.A. [i dr.]. – М.: SKAD SOFT, 2016. – 848 s., il. (rus).

Стаття надійшла 20.05.2022

Вабіщевич М.О., Сторчак Д.А.

РОЗВ'ЯЗАННЯ НЕЛІНІЙНИХ КОНТАКТНИХ ЗАДАЧ ДЕФОРМУВАННЯ ВУЗЛОВИХ З'ЄДНАНЬ СТАЛЕВИХ КОНСТРУКЦІЙ

У статті наведена методика моделювання нелінійних контактних задач при розрахунках вузлових з'єднань сталевих конструкцій. Моделювання контактної взаємодії проведено на прикладі опорного вузла ферми із гнугозварних профілівв програмному комплексі SCAD. Розроблена методика базується на методі штрафних функцій, в основу якого закладене поняття контактної шару та контактних елементів зі спеціальними властивостями.

Врахування контактної взаємодії елементів при розрахунку найбільш відповідальних вузлів каркасу дозволяє правильно оцінити напружено-деформований стан конструкцій та прослідкувати за картиною деформацій елементів, максимально наближеною до реальної.

Ключові слова: контактна задача, контактні напруження, метод скінченних елементів, SCAD, нелінійність, контактний елемент.

Vabishchevich M.O., Storchak D.A.

SOLUTION OF NONLINEAR CONTACT PROBLEMS OF DEFORMATION OF NODAL CONNECTIONS OF STEEL STRUCTURES

All mechanisms and structures consist of parts interacting with each other, and the distribution of contact forces between these parts is unknown in advance and can only be found as a result of solving specific problems, called contact problems. Calculation of the stress-strain state under force contact conditions is important because in many cases the contact zone is a probable zone of loss of strength

and a zone of structural failure. Data on the stress-strain state of such elements and units can be obtained using a modern apparatus of mathematical modeling - such as the finite element method.

The paper presents a methodology for modeling nonlinear contact problems in calculations of nodal connections of steel structures. Modeling of contact interaction is performed by the example of a truss support node made of bent-welded profiles in the integrated software system SCAD Office. The developed method is based on the penalty function method, which is based on the concept of contact layer and contact elements with special properties.

The contact interaction is modeled using one-way connections. The node model is calculated and investigated as geometrically nonlinear based on the method of stepwise analysis.

The contact forces - stress and contact normal forces - in a steel truss support node have been determined. The obtained data have been analyzed and the deformed models of the nodal connection for the contact and noncontact formulations of the problem have been compared. It is possible to use the results to further investigate the contact stresses arising from the interaction of the elements of the truss support assembly.

Taking into account the contact interaction of the elements in the calculation of the most important joints of the frame allows you to correctly assess the stress-strain state of the structures and trace the picture of the deformations of the elements, as close to the real. The research results can be used to search for contact stresses arising from the interaction of elements of the frame of civil and industrial buildings.

Keywords: contact problem, contact stresses, finite element method, SCAD, nonlinearity, contact element.

УДК 539.3

Вабіщевіч М.О., Сторчак Д.А. Розв'язання нелінійних контактних задач деформування вузлових з'єднань сталевих конструкцій // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-техн. збірник. – К.: КНУБА, 2022. – Вип. 108. – С. 178-188.

У статті наводиться методика моделювання нелінійних контактних задач при розрахунках вузлових з'єднань сталевих конструкцій, яка буде корисною для інженерів-проектувальників та студентів будівельних спеціальностей ВНЗ.

Лл. 11. Бібліогр. 10 назв.

UDC 539.3

Vabishchevich M.O., Storchak D.A. Solution of nonlinear contact problems of deformation of nodal connections of steel structures // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific and-technical collected articles. – K.: KNUBA, 2022. – Issue 108. – P. 178-188.

The article presents a methodology for modeling nonlinear contact problems in the calculation of nodal connections of steel structures, which will be useful for design engineers and students of construction specialties of universities.

Fig. 11. Ref. 10.

Автор: доктор технічних наук, доцент

професор кафедри будівельної механіки КНУБА ВАБІЩЕВИЧ Максим Олегович

Адреса: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31,

Київський національний університет будівництва і архітектури

Робочий тел.: +38 (044) 241-55-55

Мобільний тел.: +38 (050) 928-40-97

E-mail: vabix@ukr.net

ORCID ID: <http://orcid.org/0000-0002-0755-5186>

Автор: магістр КНУБА СТОРЧАК Дарина Анатоліївна

Адреса: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31,

Київський національний університет будівництва і архітектури

Мобільний тел.: +38 (063) 127-64-65

E-mail: dashastarr@ukr.net

ORCID ID: <http://orcid.org/0000-0002-1095-4428>

UDC 624.014+ 536.21

**DETERMINATION OF CHANGES IN THERMAL STRESS STATE OF
STEEL BEAMS IN LIRA-SAPR SOFTWARE****S.I. Bilyk¹,**

Doctor of Technical Science, Professor

O.Y. Bashynska²,

PhD

O.V. Bashynskiy¹,

Postgraduate student

¹*Kyiv national university of construction and architecture, Kyiv*²*TOV (LLC) "LIRA-SAPR"*

DOI: 10.32347/2410-2547.2022.108.189-202

Abstract. A study of the stress-strain and temperature state of the steel frame of the building is provided. Based on the results of the analysis of the dynamic thermal conductivity problem, the temperature fields of the beam at certain time intervals are determined. Reducing coefficients of physical properties of steel section were determined. The algorithm of analysis of steel structures for fire resistance taking into account heat engineering analysis results is given.

Keywords: stress-strain state, fire resistance, thermal conductivity, finite element method, LIRA-SAPR.

Topicality. The analysis of steel structures for fire resistance is one of the most important design stages. The building codes provide several options for analysing structures for fire resistance: simplified, refined analysis methods, and analysis based on tabular data.

Analysis based on tabular data is the simplest option that allows you to calculate the parameters of structural elements for standard time intervals while exposed to fire. The method of analysing according to tabular data and simple calculation models are usually used to analyze individual structural elements, under simple boundary conditions.

But the analysis options shown above have a number of limitations. For example, the analysis by tabular data can be used only for a certain level of load, the amount of eccentricity and flexibility of the elements. And the simplified technique does not allow to take into account the change in the strength of materials with increasing temperature. While refined calculation models are universal for any design and allow to take into account changes in the properties of steel during a fire.

According to the specified method of analysis, it is necessary to perform thermal analysis on the basis of which it is necessary to change mechanical characteristics of materials.

In order to perform thermal analysis- it is necessary to solve the problem of thermal conductivity. The equation of the boundary value problem of nonstationary thermal conductivity is given in formula (1):

$$K_{xx} \frac{\delta^2 T}{\delta x^2} + K_{yy} \frac{\delta^2 T}{\delta y^2} + K_{zz} \frac{\delta^2 T}{\delta z^2} + w = \rho c \frac{\delta T}{\delta t}, \quad (1)$$

where $T = T(x, y, z, t)$ – temperature field in the area Ω ; K_{xx} , K_{yy} , K_{zz} – thermal conductivity coefficients in the x , y , z direction, respectively; $w = w(x, y, z, t)$ – power of heat sources inside the body; ρ – material density; c – specific heat capacity of the material.

This equation can be solved by using the finite element method or the finite difference method. When using the first method, the structure is modeled with special finite elements with one degree of freedom – the temperature, which is a scalar quantity.

In general, refined calculation models are mainly used to determine the behavior of the whole structure in determining the interaction of its elements. Although the refined design calculation method can be performed using a standard temperature-time dependence, this method is usually part of the design based on real parameters using natural fire models.

Analysis of research. A huge contribution to the development of methods for designing steel structures for fire resistance made Bilyk A.S. [3, 4, 5], Calafat K.V. [13], Savitsky M.V.

Information about mathematical basics and interaction of the finite element method with the methods of structural mechanics (in solving linear and nonlinear problems) are given in [6, 7] Gorodetsky A.S. Methods of numerical modeling of structures and their strength analysis on the influence of various factors, as well as the creation of mathematical and computer models used in solving problems of thermal conductivity, are considered in the works of Barabash MS [1, 2], Zenkevich [9], Klovanich [8].

Among foreign scientists, the following works have become very popular in the field of analysing steel structures for fire resistance: [16], [17], [18].

The unsolved part of the problem. The design standards describe in detail only the simplified methods of analysing steel structures for fire resistance. The specified calculation methods are not considered in detail in building codes. The Eurocode and DSTU norms describe only the design principles that underlie the refined methods. A brief overview of using of refined calculation methods is contained in the publication of the British Institute of Civil Engineers [14]. However, taking into account the absence of a universal algorithm for analysing steel structures for fire resistance according to the specified method – the question of creating such an algorithm is an urgent design problem.

There is a need to clarify the characteristics of the boundary conditions in fires from the standpoint of preventing the possibility of loss of life for steel frame structures [1,4,20] and prevent caloptic destruction and collapse of structures [1,2,5,6, 21].

Research objectives. The purpose of this article is to study the strength and deformation characteristics of steel frame structures under the influence of fire.

To achieve this goal it is necessary to solve the following tasks:

- the problem of thermal conductivity by the finite element method to detect temperature changes in the cross section of the structural element over time with refinement of the analytic model using different forms of steel profiles in combination with reinforced concrete slabs;

- strength analysis of metal structures in a linear setting, taking into account changes in strength and deformation characteristics of materials with increasing temperature.

The main content. The analysis of mathematical models was carried out on the basis of the "LIRA-SAPR" software, in which the problem of thermal conductivity was solved and the strength analysis was performed. The heat transfer problem was modeled using finite elements of thermal conductivity. Heat transfer between the floor beam and the airspace was modeled by special finite elements of convective heat transfer. The mathematical model for strength analysis was created using bar finite elements.

If we enter the boundary conditions for solving the quasiharmonic equation (1), this equation will look like:

$$K_{xx} \frac{\delta^2 T}{\delta x^2} I_x + K_{yy} \frac{\delta^2 T}{\delta y^2} I_y + K_{zz} \frac{\delta^2 T}{\delta z^2} I_z + q + h(T_s - T_b) = 0, \quad (2)$$

where I_x, I_y, I_z - directing cosines of the outer normal to the boundary surface, q - heat flow, $h(T_s - T_b)$ - heat loss through convection (h - convective heat transfer coefficient).

To solve equation (2), the solid under consideration is divided into finite elements in which the degrees of freedom are the temperature in the nodes. The temperature inside each element is approximated by linear polynomials.

Here is an example of some approximating polynomials of finite elements of thermal conductivity:

- three-node flat FE:

$$T(x, y) = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y; \quad (3.1)$$

- four-node isoparametric flat FE:

$$T(x, y) = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y + \alpha_4 xy; \quad (3.2)$$

- spatial tetrahedral FE:

$$T(x, y, z) = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y + \alpha_4 z. \quad (3.3)$$

Since linear polynomials are used to approximate the temperature function of a discrete model, finite elements of thermal conductivity are also called simplex elements [9].

Substituting the values of nodal temperatures and coordinates of nodes into the corresponding polynomials, we can obtain expressions for the coefficients $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$. If we return these coefficients to equations 3.1 - 3.3, it is possible to obtain the expression:

$$[T(x, y, z)] = [N(x, y, z)]_e \{T\}_e, \quad (4)$$

where $[N(x, y, z)]_e$ - matrix of functions of forms.

Let us consider the matrix of thermal conductivity coefficients:

$$K \begin{pmatrix} K_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & K_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & K_{zz} \end{pmatrix}, \quad (5)$$

and a matrix-column of temperature gradients, which is analogous to the stress matrix:

$$\text{grad}T = \begin{bmatrix} \frac{\delta T}{\delta x} \\ \frac{\delta T}{\delta y} \\ \frac{\delta T}{\delta z} \end{bmatrix} = DT. \quad (6)$$

Then the contribution of each individual finite element in solving problems of nonstationary thermal conductivity can be written in the form of a matrix differential relation:

$$\{Q\}_e = [C]_e \frac{\delta}{\delta t} \{T\}_e + [K]_e \{T\}_e - \{Q\}_e^q - \{Q\}_e^g - \{Q\}_e^h, \quad (7)$$

where $[K]_e$ – element thermal conductivity matrix (analog of stiffness matrix),

$$[K]_e = \int [B]^T [D] [B] dV + \int h [N]^T [N] dS, \quad (8)$$

$[C]_e$ – heat absorption matrix (analog of damping matrix),

$$[C]_e = \int \rho c [N]^T [N] dV, \quad (9)$$

$\{Q\}_e^q, \{Q\}_e^g, \{Q\}_e^h$ – vectors of nodal heat flows.

A test problem was solved to verify the results of theoretical research. The dimensions of the studied structure are: length - 12 m, width - 8 m, height of columns – 3 m, thickness of reinforced concrete slab – 120 mm. In the calculation scheme, the floor slab is taken into account by the applied external load.

The analytical scheme is shown in Figure 1.



Fig. 1. Analytical scheme of structure

To perform the thermal calculation and determine the temperature fields, the cross-sectional analysis of the floor beam was performed. For the experimental design was taken beam with a cross section I-section №35B1 according to GOST 26020-83 on which reinforced concrete slab 120 mm thick rests (see Fig. 2).

Since the change in temperature along the length of the beam is uniform, it allows us to consider the temperature distribution along the cross section of one height.

The following heat-conducting properties of steel are accepted for thermal engineering analysis: density – 76490 N/m^3 , thermal conductivity coefficient – 53 W/(m*s) , heat absorption coefficient - 440 W . The coefficient of convective heat transfer was assumed to be equal to $25 \text{ W/(m}^2\text{*s)}$. The temperature load was set according to the standard temperature of the fire. The ambient temperature at the initial time is taken as $20 \text{ }^\circ\text{C}$.

Figure 3 shows that the upper shelf of the I-beam heats up much longer than the lower. This is due to the fact that the experimental section of the beam supports a reinforced concrete floor slab therefore the top shelf gives energy to this slab.

The results of thermal analysis at the time 60 minutes, shown in Figure 4. The obtained results of the analysis of the steel beam for fire resistance in LIRA-SAPR software (see Fig. 4 (a)) are different from the results of the analysis in the ANSYS software (see Fig. 4 (b)), given in Annex P.3 [18] less than 1%.

Figure 4 shows a graph of the temperature change in the cross section of the beam in time, and

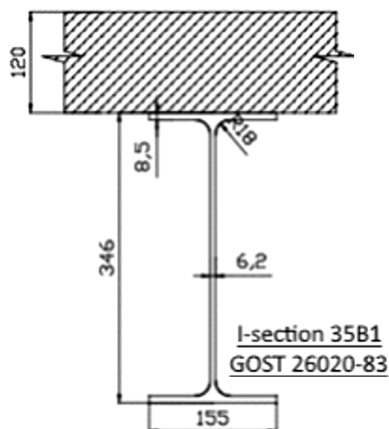


Fig. 2. Scheme of experimental structure

Changes t° with time 15 (900.000 sec)
Mosaic Plot of Temperatures
Units of measurement - $^\circ\text{C}$

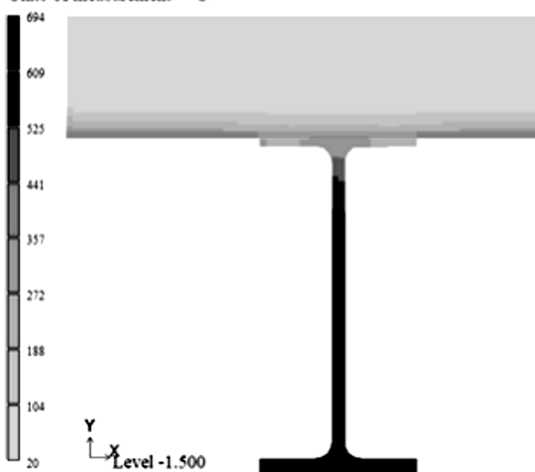


Fig. 3. The distribution of the temperature field in the cross section of the floor beam at the time - 15 minutes

Figure 5 shows a graph of the modulus of elasticity change in the cross section of the beam in the temperature rising.

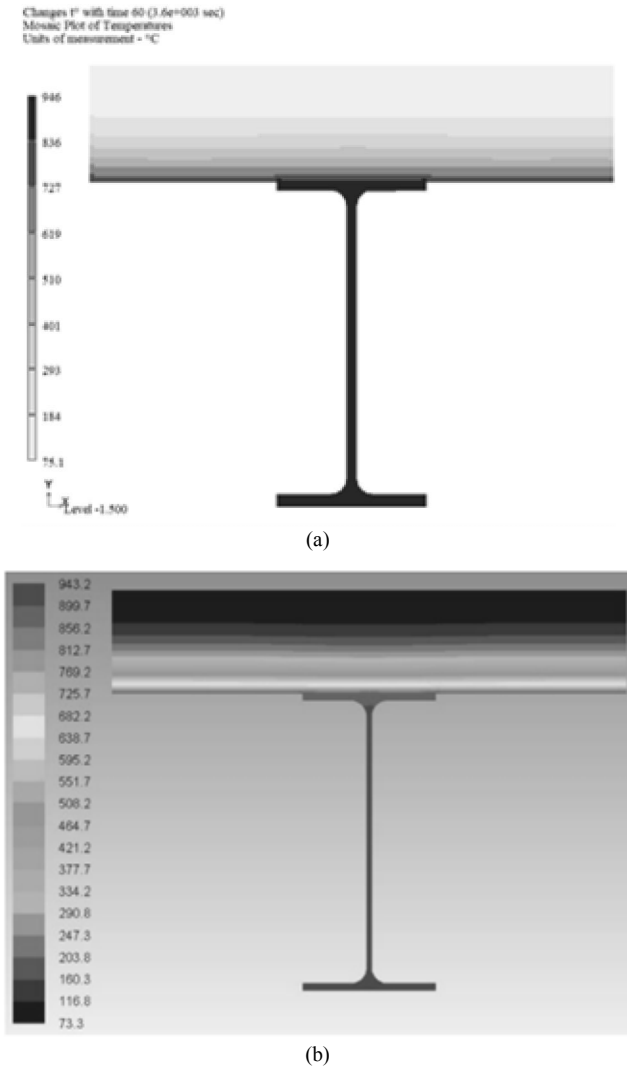


Fig. 4. The distribution of the temperature field in the cross section of the floor beam at the time - 60 minutes: (a) in the LIRA-SAPR software; (b) in ANSYS software

From the results shown in Figure 5, we conclude that with time of the fire, modulus of elasticity, and therefore the load-bearing capacity of the beams decreases. To take into account the effect of temperature on the stress-strain state of the structure under consideration, the corresponding elements (floor beams exposed to fire) must be assigned stiffnesses with reduced values of

modulus of elasticity and yield strength corresponding to the work of the structure at certain intervals.

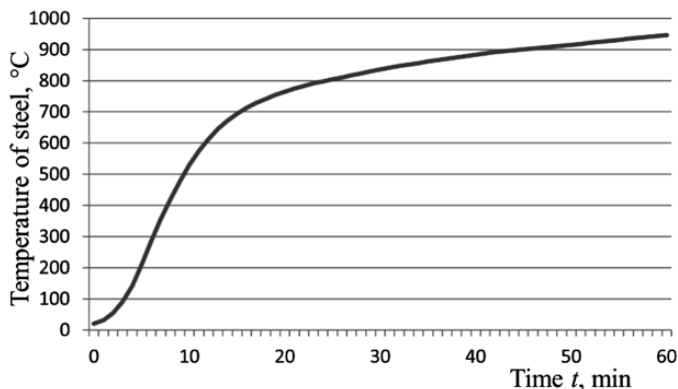


Fig. 5. Temperature change in the cross section of the beam in time

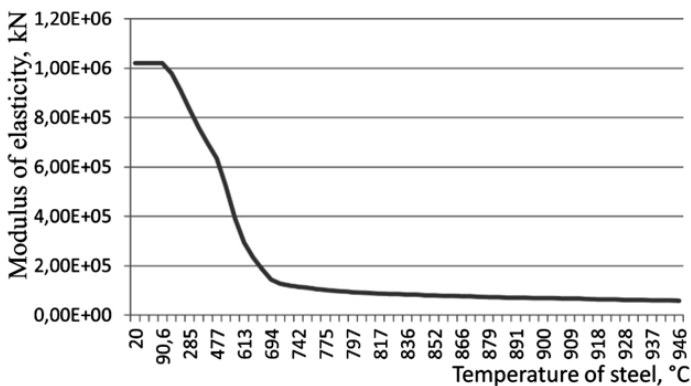


Fig. 6. Modulus of elasticity change in the cross section of the beam in the temperature rising

The maximum cross-sectional temperature of the cross section of the beam at 60 minutes is 946°C (see Fig. 3). Using table 1 and the method of linear interpolation, we calculate the coefficients of reduction for a given temperature:

$$k_{f_y, \theta} = 0.060 + \frac{0.040 - 0.060}{1000 - 900} \cdot (946 - 900) = 0.0508, \quad (10.1)$$

$$k_{E_a, \theta} = 0.0675 + \frac{0.0450 - 0.0675}{1000 - 900} \cdot (946 - 900) = 0.05715. \quad (10.2)$$

The results of the static analysis and steel design of the structure in the LIRA-SAPR software before the fire and after 60 minutes of combustion are shown in Figures 7, 8 and 9.

Table 1

Reduction factors for carbon steel at rised temperatures

Temperature of steel θ_a , °C	Reduction factors at temperature θ_a relative to the value of f_y or E_a for 20°C		
	Reduction factor (relative to the f_y) for designyield strength $k_{y,\theta} = f_{y,\theta} / f_y$	Reduction factor (relative to the f_y) for the limit of proportionality $k_{p,\theta} = f_{p,\theta} / f_y$	Reduction factor (relative to the E_a) for the slope of the linear elastic section $k_{E,\theta} = E_{a,\theta} / E_a$
20	1,000	1,000	1,000
100	1,000	1,000	1,000
200	1,000	0,807	0,900
300	1,000	0,613	0,800
400	1,000	0,420	0,700
500	0,780	0,360	0,600
600	0,470	0,180	0,310
700	0,230	0,075	0,130
800	0,110	0,050	0,090
900	0,060	0,0375	0,0675
1000	0,040	0,0250	0,0450
1100	0,020	0,0125	0,0225
1200	0,000	0,0000	0,0000

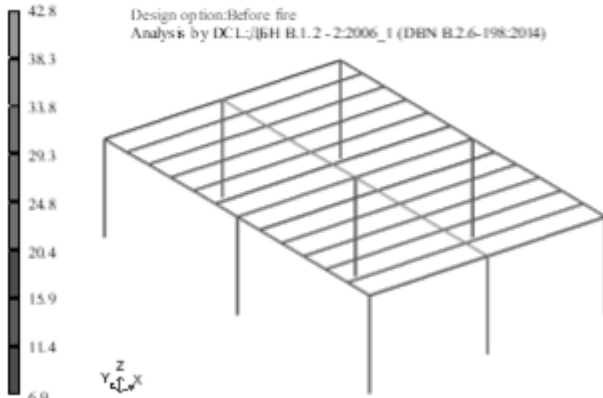
Note. Linear interpolation can be used for intermediate values of steel temperature



Fig. 7(a). The results of the static analysis of the building (displacements by Z) before the fire



Fig. 7(b). The results of the static analysis of the building (displacements by Z) at the mark of 60 minutes



(a)



(b)

Fig. 8. The results of the analysis of structural elements for strength: (a) before the fire; (b) at the mark of 60 minutes

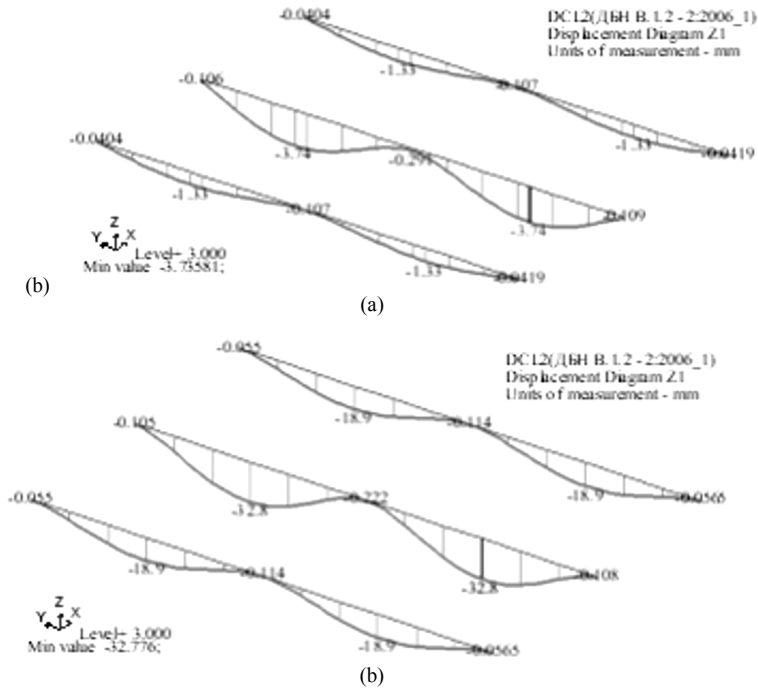


Fig. 9. The results of the analysis of beams for deflections:
(a) before the fire; (b) at the mark of 60 minutes

Conclusions. After conducting a numerical experiment, the following conclusions can be drawn:

1. Already at the 60th minute of fire without a fire-resisting coating, the elements of the steel frame significantly lose their load-bearing capacity. This means that such elements must be protected from fire with special paints, mixtures, etc. The influence of heat extraction from the upper shelf of the I-section to the reinforced concrete slab was confirmed.

2. The proposed method of analysing the structures under the influence of fire is quite universal and it allows quickly and flexibly analyze structures on the impact of fire at different time marks.

3. The homeland software LIRA-SAPR is ideally fit for solving fire resistance problems, the reliability of the obtained results is confirmed. The results obtained almost have no difference from the decision of foreign counterparts.

REFERENCES

1. *Barabash M.S.* Modelirovanie zaproeknykh vozdeystviy pri issledovanii zhynnennoho cykla konstrukciy zdaniy i sooruzheniy (Modeling of beyond design impacts in the study of the life cycle of structures of buildings and structures) // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. – 2016. – Vol. 12. – Issue 3. – P. 15-26.

2. *Barabash M.S., Kyriazev P.N., Romashkina M.A.* Chislennoe modelirovaniye napriazhenno-deformirovannogo sostoyaniya kirpichnogo zhilogo zdaniya pri vzryve bytovogo gaza vnutri pomeshcheniya (Numerical simulation of the stress-strain state of a brick residential building during an indoor gas explosion) // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. – 2016. – Vol. 12. – Issue 1. – P. 73-85.
3. *Bilyk A.S.* Porivnianniya metodiv rozrakhunku metalevykh karkasiv vysotnykh budivel` na odynychnu zhyvuchist` (Comparison of methods of analysis of metal frames of high-rise buildings for unit survivability) / A.S. Bilyk, A.I. Kovalenko // Zbirnyk naukovykh prac` Ukrain's'koho instytutu stalevykh konstrukciy imeni V.M. Shymanovskoho. - 2015. - Vol. 16. - P. 30-39. - Access mode: http://nbuv.gov.ua/UJRN/ZNPISK_2015_16_6.
4. *Bilyk A.S.* Dynamichni zusyillia v kolonakh stalevykh karkasiv bahatopoverkhovykh budivel` pry rozrakhunku na odynychnu zhyvuchist` (Dynamic forces in columns of steel frameworks of high-rise buildings at analysis on unit survivability) / A.S. Bilyk, A.I. Kovalenko // Resursoekonomichni materialy, konstrukcii, budivlitasporudy. - 2016. - Vol. 32. - P. 304-309. - Access mode: http://nbuv.gov.ua/UJRN/rmkbs_2016_32_43.
5. *Bilyk A.S.* Suchasni metody modeliuvaniya progresyuyuchoho ruynuvanniya budivel` I sporud (Modern methods of modeling the progressive collapse of buildings and structures) / A.S. Bilyk, A.I. Kovalenko // Stroitel'stvo. Materialovedeniye. Mashinostroyeniye. Seriya: Sozdaniye vysokotekhnolohicheskikh ekokompleksov v Ukraine na osnove koncepcii sbalansirovannogo (ustoychivogo) razvitiya. - 2016. - Vol. 87. - C. 35-41. - Access mode: http://nbuv.gov.ua/UJRN/smmcvtek_2016_87_5
6. *Gorodetskiy A.S.* Nekotorye aspekty rascheta zdaniy na ustoychivost` k progressivuyushchemu razrusheniyu (Some aspects of the analysis of buildings for resistance to progressive collapse) / A.S. Gorodetskiy, M.S. Barabash // Stroitel'stvo. Materialovedeniye. Mashinostroyeniye. Seriya: Innovacionnyye tekhnolohiicheskiye kompleksovyye razvitiya v Ukraine na osnove koncepcii sbalansirovannogo (ustoychivogo) razvitiya. - 2009. - Vol. 50. - P. 157-162. - Режим доступу: http://nbuv.gov.ua/UJRN/smmmit_2009_50_27
7. *Gorodetskiy A.S.* Kompyuternyye modeli konstruktsiy (Computer models of structures) / A.S. Gorodetskiy, i. D.Evzerov. – M.: Izdatel'stvo ASV, 2009. – 360 p.
8. *Klovanih S.F.* Metod konechnykh elementov v nelineynykh zadachakh inzhenernoy mekhaniki (Finite element method in nonlinear problems of engineering mechanics) / S.F. Klovanih. – Zaporozhie: Izdatel'stvo zhurnala "Svitgeotekhniki", 2009, – 400 p.
9. *Zenkevich O.S.* Metod konechnykh elementov v tekhnike. Monografiya. (Finite element method in engineering. Monograph) — Perevod s angliyskogo. — M.: Mir, 1975. — 543 p.
10. DBN B.1.2-2:2006. Sistema zabezpechennya nadiynosti ta bezpeki budivelnikh ob'ektiv. Navantazhennya i vplyvi. Normi proyektuvannya. (Reliability and safety system for construction projects. Loads and effects. Design standards) – Kyiv: Minbud Ukrainy, 2006. – 77 p. – (Derzhavni budivelni normi Ukrainy).
11. DBN B.2.6-198:2014. Konstruktsii budivel i sporud. Stalevi konstruktsii. Normi proyektuvannya (Constructions of buildings and structures. Steel structures. Design standards.) – Kyiv: Minrehion Ukrainy, 2014. – 199 p. – (Derzhavni budivelni normi Ukrainy).
12. *DSTU-NB EN 1993-1-2:2010.* Eurocode 3. Proyektuvannya stalevykh konstruktsiy. Chastina 1-2. Zagalni polozhennya. Rozrakhunok konstruktsiy na vognestiykist (Design of steel structures. Part 1-2. Terms. Analysis of structures for fire resistance) (EN 1993-1-2:2005, IDT). - [Chynni vid 2013-07-01]. – K.: Minrehionbud Ukrainy, 2010. – 106 p.
13. Rozrakhunok stalevykh konstruktsiy na vognestiykist vidpovidno do Evrokodu 3. Praktichnyi posibnik do DSTU-N EN 1993-1-2:2010 (Analysis of steel structures for fire resistance in accordance with Eurocode 3. Practical guide to DSTU-N EN 1993-1-2:2010) / Ukrayinskiy Tsentralnyy Budivnitstva. – Kyiv, 2016. 81 p.
14. PD 6688-1-2:2007. Reference document to the British National Annex to BS EN 1991-1-2 (with changes made in June 2007). — British Standards Institute, 2007.
15. *Barabash M., Romashkina M., Bashynska O.* Thermal stress state of reinforced concrete floor slab // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific and technical collected articles – Kyiv: KNUBA, 2019. – Issue 103. – P. 43-56.

16. Behnam, B. and Rezvani, F.H. Structural evaluation of tall steel moment-resisting structures in simulated horizontally travelling postearthquake fire.— Journal of Performance of Constructed Facilities, DOI:10.1061/(ASCE)CF.1943-5509.0000696. – 2015.
17. B.A. Izzuddin, A.G. Vlassis, A.Y. Elghazouli, D.A. Nethercot. Progressive collapse of multi-storey buildings due to sudden column loss — Part I: Simplified assessment framework // Engineering Structures. - London: Elsevier, 2008.— Volume 30. – p. 1308-1318.
18. A.G. Vlassis, B.A. Izzuddin, A.Y. Elghazouli, D.A. Nethercot. Progressive collapse of multi-storey buildings due to sudden column loss—Part II: Application// Engineering Structures. - London: Elsevier, 2008.— Volume 34. – p. 1424-1438.
19. DSTU-NB B.2.6-211:2016Проектування сталевих конструкцій. Розрахунок конструкцій на вогнестійкість. (Design of steel structures. Analysis of structures for fire resistance) – Kyiv : MinrehionUkrayini, 2016. – 136 c.
20. Bilyk S.I., Bilyk A.S., Nilova T.O., Shpynda V.Z., Tsyupyn E.I. Buckling of the steel frames with the I-shaped cross-section columns of variable web height // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles – Kyiv: KNUBA, 2018. – Issue 100. – P. 140-154. <http://library.knuba.edu.ua/books/zbirniki/12/201604.pdf>.
21. Bilyk Sergiy, Tonkacheiev Vitaliy Determining sloped-load limits inside von Mises truss with elastic support. Materials in tehnologije., Ljubljana, Slovenija 52 (2018), 105-109, doi:10.17222/mit.2016.083 <http://mit.imt.si/Revija/izvodi/mit182/bilyk.pdf>.

Стаття надійшла 10.02.2022

Білик С.І., Башинська О.Ю., Башинський О.В.

ВИЗНАЧЕННЯ ЗМІНИ ТЕРМОНАПРУЖЕНОГО СТАНУ СТАЛЕВИХ БАЛОК В ПК «ЛІРА-САПР»

Анотація. В даній статті автори провели дослідження напружено-деформованого та температурного стану сталевого каркасу будівлі. Проведено верифікаційний розрахунок сталевого перерізу на вогнестійкість у вітчизняному програмному комплексі. Отримані результати було порівняно з результатами аналогічного розрахунку в закордонному програмному комплексі. Проведено розрахунок динамічної задачі теплопровідності перерізу балки. Наведено основні рівняння для вирішення крайової задачі нестационарної теплопровідності. Також, наведено алгоритм реалізації обчислення температурних деформацій по перерізу сталеві балки за допомогою методу скінчених елементів. Розглянуто процес побудови комп'ютерної моделі елементів конструкції та аналіз напружено-деформованого стану при зміні температурного режиму експлуатації. Проведено аналіз кінематичних та статичних характеристик розрахункової моделі, що досліджується. На основі отриманих результатів розрахунку визначено температурні поля балки перекриття у певні проміжки часу. Внаслідок нерівномірного розподілу температури по перерізу елемента, виникають температурні деформації. Також, через обмеження деформацій зовнішніми зв'язками, їх поява супроводжується розвитком температурних напружень. Тому вивчення особливостей температурних деформацій в сталевих конструкціях має значне практичне значення. У зв'язку з актуальністю проблеми визначення температурних напружень та деформацій у конструкціях, є необхідним уточнення та вдосконалення існуючих методів розрахунку, які достатньою мірою не можуть враховувати зміну в часі фізико-механічних характеристик сталі. Тому автори статті порахували коефіцієнти зниження фізичних властивостей перерізу і виконали статичний аналіз конструкції. Показано зміну напружено деформованого стану елементів перекриття при впливі вогню. Наведені результати розрахунку показали важливість урахування впливу температури на зміну міцнісних та деформаційних характеристик при розрахунку конструкцій. Авторами статті було розроблено та наведено алгоритм розрахунку сталевих конструкцій на міцність на гнучкість з урахуванням теплотехнічного розрахунку та розрахунку на вогнестійкість.

Ключові слова: напружено-деформований стан, вогнестійкість, теплопровідність, метод скінчених елементів, ЛІРА-САПР.

Bilyk S.I., Bashynska O.Y., Bashynskiy O.V.

DETERMINATION OF CHANGES IN THERMAL STRESS STATE OF STEEL BEAMS IN LIRA-SAPR SOFTWARE

Abstract. In this article, the authors conducted a study of the stress-strain and temperature state of the steel frame of the building. Verification analysis of steel section for fire resistance in the homeland software package is carried out. The obtained results were compared with the results of a similar analysis in a foreign software package. The analysis of the dynamic problem of thermal conductivity of the cross section of the beam is carried out. The basic equations for solving the boundary problem of nonstationary thermal conductivity are given. Also, the algorithm of realization of analysis of temperature deformations on section of a steel beam by finite element method is given. The process of designing analytical model of structural elements and analysis of the stress-strain state when operating temperature is changed is considered. The analysis of kinematic and static characteristics of the calculated model under study is carried out. Based on the obtained analysis results, the temperature fields of the beam at certain time intervals are determined. Due to the uneven distribution of temperature in the cross section of the element, temperature deformations are occurred. Also, due to the limitation of deformations by external connections, their appearance is accompanied by the development of temperature stresses. Therefore, the study of the peculiarities of thermal deformations in steel structures has considerable practical importance. Due to the urgency of the problem of determining thermal stresses and strains in structures, it is necessary to clarify and improve existing calculation methods, which can not sufficiently take into account changes in time of physical and mechanical characteristics of steel. Therefore, the authors of the article calculated the coefficients of reduction of the physical properties of the section and performed a static analysis of the structure. The change of the stress-strain state of the floor elements under the influence of fire is shown. The results of the analysis showed the importance of taking into account the influence of temperature on the strength and deformation characteristics in the calculation of structures. The authors of the article developed and presented an algorithm for analysing the strength of steel structures for flexibility, taking into account the thermal conduction analysis and the fire resistance analysis.

Keywords: stress-strain state, fire resistance, thermal conductivity, finite element method, LIRA-SAPR.

УДК 624.014 + 536.21

Білик С.І., Башинська О.Ю., Башинський О.В. Визначення зміни термонапруженого стану сталевих балок в ПК «ЛІРА-САПР» // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірник – К.: КНУБА, 2022. – Вип. 108. – С. 189-202. – Англ.

Визначається вплив пожежі на несучу здатність балок перекриття.

UDC 624.014 + 536.21

Bilyk S.I., Bashynska O.Y., Bashynskiy O.V. Determination of changes in thermal stress state of steel beams in LIRA-SAPR software // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles. – K.: KNUBA, 2022. – Issue 108. – P. 189-202.

The effect of fire on the bearing capacity of floor beams is determined.

УДК 624.014 + 536.21

Білик С.І., Башинская О.Ю., Башинский А.В. Определение изменения термонапряженного состояния стальных балок в ПК «ЛИРА-САПР» // Сопrotивление материалов и теория сооружений: науч.-тех. сборн. – К.: КНУСА, 2022. – Вип. 108. – С. 189-202. – Англ.

Определяется влияния пожара на несущую способность балок перекрытия.

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): доктор технічних наук, професор, професоркафедри металевих та дерев'яних конструкцій, завідувач кафедри металевих та дерев'яних конструкцій КНУБА БЛИК Сергій Іванович.

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури.

Робочий тел.: +38(044) 241-55-56.

Мобільний тел.: +38(067) 098-044-82 88;

E-mail: vartist@ukr.net

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0001-8783-5892>

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, БАШИНСЬКА Ольга Юріївна.

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури.

Робочий тел.: +38(063) 108-22-01

Мобільний тел.: +38(063) 108-22-01

E-mail: olchik01@ukr.net

ORCID ID: <http://orcid.org/0000-0002-4161-782X>

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): аспірант кафедри металевих та дерев'яних конструкцій, БАШИНСЬКИЙ Олексій Володимирович.

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури.

Робочий тел.: +38(093) 766-46-76

Мобільний тел.: +38(093) 766-46-76

E-mail: alex.bashinsky97@gmail.com

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0003-2466-4306>

UDC 624.016:69.059:624.014:69.05

THE TECHNOLOGY OF CRACK REPAIR BY POLYMER COMPOSITION

H.M. Tonkacheiev¹,

Doctor of Technical Science, Professor

O.S. Molodid¹,

Doctor of Technical Science, Professor

O.M. Galinskyi¹,

Doctor of Technical Science, Professor

R.O. Plokhuta¹,

PhD, Associate Professor

I.M. Rudnieva¹,

PhD, Associate Professor

I.M. Priadko²,

PhD, Associate Professor

¹*Kyiv National University of Construction and Architecture,
31, Povitroflotskiy avenu, Kyiv, Ukraine*

²*Beijing International Education Institute,
38 east 3rd ring north road, Chaoyang, Beijing, 100026, China*

DOI: 10.32347/2410-2547.2022.108.203-216

Introduction. During the inspection of buildings and structures and development of design documentation for restoration works it was found that there is a need to provide recommendations or to develop solutions for repair work. These repair works either are not regulated by standards or may be technically or economically inefficient.

Problem Statement. The most common defect of the tension zone in reinforced concrete beams, floor slabs or roof slabs are cracks. Injection technology is normally used to repair it. However, in case of large number of small cracks, this technology is time consuming.

Purpose. Development of a new technology for repairing the tension zone of reinforced concrete beams, floor slabs or roof slabs with a large number of small cracks. This will ensure maximum filling of cracks with polymer compositions with their subsequent bonding.

Materials and methods. A number of factors that may affect the technology of filling cracks with polymer compositions have been identified from the analysis of scientific and technical literature. A special device 'tray' was produced for experimental research. It was attached to the lower zone by a system of ties or props. A repair mix to fill the cracks was fed into the tray under pressure. By means of changing the experiment conditions the strengthening level of previously destroyed samples were set.

Results. As a result, it was found that the maximum filling of cracks with the polymer composition is achieved within the 5-10 minutes of repair mix supply at a pressure in the system in the range of 0.5-0.6 atmospheres (atm). The maximum strengthening of the repaired structures under the re-applied destructive force was achieved at the conditions of repair work with a structural temperature of 20 ± 2 °C and dry state of the structure.

Conclusions. The technology of repair with polymer compositions of the cracks located on the lower surface of horizontal reinforced concrete structures has been developed. It was established that in the presence of small cracks on the structure (the width is up to 0.2 mm) the developed technology is most effective, in case of widths from 0.3 to 0.8 mm it is advisable to use injection technology whereas for widths larger than 0.8 mm the hybrid technology should be applied.

Keywords: reinforced concrete structures, cracks, polymer compositions, influence factors, soak technology.

During the inspection of buildings and structures and development of design documentation for restoration works it was found that there is a need to provide recommendations or to develop solutions for repair work. These repair works either are not regulated by standards or may be technically or economically inefficient. The analysis of scientific and technical literature indicates insufficient study or lack of research on a particular method of structural restoration work. Therefore, the theoretical and experimental research have been carried out. It was aimed to verify the effectiveness of existing design and technological solutions and, if possible, to develop similar solutions or to improve existing or to develop new solutions.

1. Problem statement

During the process of inspection of horizontal reinforced concrete structures of floors and roofs in the form of flat, ribbed and hollow slabs and beams it was found that one of the most common defects are cracks on the lower surfaces of structures. These cracks often appear along the bottom steel reinforcing bars.

Such defects often occur as a result of non-compliance with the technology of concrete works such as lack of proper attention to concrete in hot or winter conditions, smaller than standard protective layers, early remove of formwork etc. Moreover, cracks on the structures of floors (roofs) appear in the process of non-compliance with the rules of operation of building or structure [1, 2]. In particular, the influence of factors that occur during the operation of the building can provoke cracks on the surface of building structures. Such factors are overload, excessive dynamic influences, climatic influences that do not correspond to the design solutions, etc.

The appearance of cracks on the surface of building structure has a negative effect on its service life. This is due to the decrease of bonding between the reinforcement and concrete. Thereafter, air or moisture enters the reinforcement through a crack and it corrodes. Due to the increase in corrosion volume the stress in the concrete around the reinforcement increase and further breakdown of its fragments is possible. This reduces the cross section of the reinforcement and, hence the load-bearing capacity of structure.

In case of single cracks on the edges of ribbed slabs (Fig. 1) and/or the surface of hollow floor (roof) slabs they can be repaired using the classic technology of injection of composite or cement-polymer mixtures by packers [3, 4].

A completely different situation arises at the presence of large number of adjacent (150-250 mm) cracks (Fig. 2) on the lower surfaces of horizontal structures (in most cases are flat floor slabs).

The problem is that such cracks usually have a width from 0.05 to 0.5 mm, and most injection materials used in conventional injection are not able to completely fill the cracks. In this case, repair of a large number of cracks by classical technology is useless and expensive.

On the result of the problem analyzing it was decided to develop a new technology to repair the building structures with a large number of small cracks on the lower surfaces. The main goal in the development of such technology was to ensure complete filling of cracks (even in their tops) with

the penetration of polymers around the reinforcement. This is to bond the reinforcement with concrete as well as restore and improve their adhesion. At the same time, it was assumed that the developed technology will not involve the destruction (drilling) of existing structures and will have time consuming, cost and duration of work lower than the classic injection technology.



Fig. 1. Single cracks along the reinforcement on the edges of the ribbed floor slab

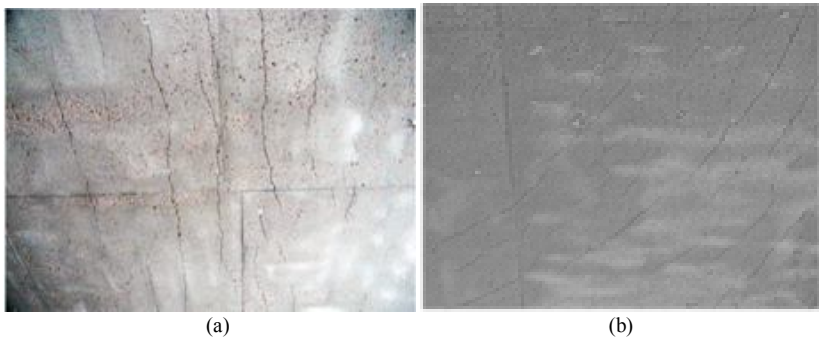


Fig. 2. Cracks at the tension zone of reinforced concrete floor slabs:
(a) – longitudinal cracks; (b) – enveloping cracks around the columns

In accordance with the research method of effectiveness of the latest and new design and technological solutions to restore the serviceability of building structures [5, 6, 7] a number of theoretical and experimental researches aimed to develop a new technology for crack repair have been performed.

The working hypothesis of the research was that cracks on the lower surface of structures should be repaired by soaking with a high-flowing polymer composition supplied under the pressure through a special ‘tray’ which fit tightly to the surface of structure.

Among the large number of injectable composite materials presented on the market the material ‘Consolid 1’ produced by ‘COMPOSITE’ LTD was chosen [8]. This composition met the established criteria. It is a high-flowing composition of the increased viscosity which glues together small cracks in concrete, gives hydrophobicity to porous surfaces, glues reinforcement to concrete, preserves and protects reinforcement from atmospheric influences, increases frost resistance, dedusts, increases surface durability in 3-5 times,

increases abrasion resistance in 2-3 times as well as provides resistance to aggressive influences. The depth of soak depends on the porosity of structure surface and its processing. The main characteristics of the polymer composition are given in Table 1.

Table 1
Characteristics of the polymer composition ‘Consolid 1’

№	Main characteristics	Description
1	Viability at the temperature 20 ± 2 °C, min	90
2	Density at the temperature 20 ± 2 °C, g/cm ³	1,02–1,07
3	Relative viscosity at the temperature 20 ± 2 °C, s	10
4	Temperature of work with material, °C	from -5 to +50
5	Operating temperature range, °C	from -60 to +300

2. Research methods

The system for feeding the composite mixture was first designed and then produced. The developed system for laboratory research had the form (Fig. 3) of a metal tray [9] with a flat bottom and sides of 5 mm high [10] on which a special rubber seal was glued. When it is pressed to a flat surface it creates a closed sealed space (Fig. 4). In addition, the system incorporated a container for the polymer composition, a compressor to create pressure, rubber hoses and valves.

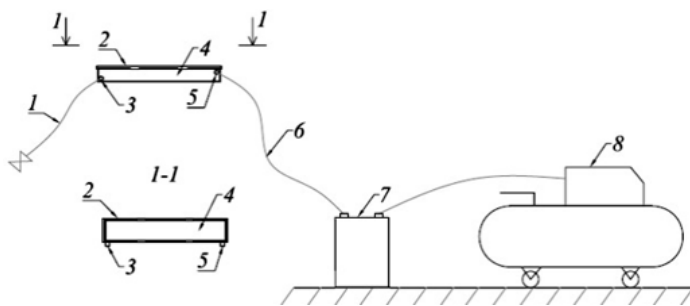


Fig. 3. ‘Tray’ device: 1 - rubber hose with valve; 2 - rubber seal; 3 – outlet valve for air release and liquid drainage; 4 - tray; 5 - the inlet valve for feeding the liquid in a tray; 6 - rubber hose; 7 - container for composite liquid; 8 – compressor

The effectiveness control of the developed method was performed in the following order:

1. The experimental reinforced concrete samples were produced.
2. The cracks on the lower surface of samples were artificially created by means of the force produced by the hydraulic press and the destructive force was set.
3. The surface of the samples with cracks was soaked with a polymer composition.
4. Using a hydraulic press the destructive force of the samples with glued cracks was set after 48 hours.

The research was considered as an effective when the strength of the samples with glued cracks was not less than 80% of the initial values.

The device 'tray' was attached to the lower tension zone of reinforced concrete samples by means of system of ties at the process of experimental laboratory research (Fig. 4). The injection repair mixture was fed into 'tray' through the inlet valve while an excessive air was released through the outlet valve. Thereafter, the outlet valve was turned off whereas the polymer composition continued to be injected under the low pressure (0.5-0.6 atm.) during the 5-10 minutes.

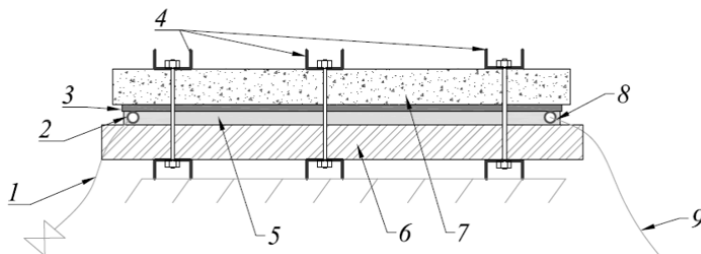


Fig. 4. 'Tray' device under the working condition: 1 – rubber hose with valve; 2 – outlet valve for air release and liquid drainage; 3 – rubber seal; 4 – ties; 5 – tray; 6 – steel channel; 7 – reinforced concrete lintel; 8 – the inlet valve for feeding the liquid in a tray; 9 – hose for feeding the liquid in a tray

3. Research results

First of all, a series of researches were performed. The aim was to establish the width and depth of crack in reinforced concrete structures for which the developed technology will be effective. As a result, it was found that samples with glued cracks with a width of up to 0.33 mm have a destructive force of about 80% of the original values before soaking while the samples with glued cracks with a width of up to 0.25 mm have a destructive force close to 95-98%. (Fig. 5) [11].

It should be noted that in the samples before soaking there was a noticeable breach of the adhesion between reinforcement and concrete. Due to this, cracks were also developed along the reinforcement. However, the soaking of samples with polymer composition provided complete bonding of cracks with width up to 0.25 mm and ends of cracks with width up to 0.8 mm. (Fig. 6). At the same time the reinforcement and concrete were getting bonded and when determining the destructive force after the soaking of samples, cracks were formed in another place but not where they were before gluing.

Subsequently, a number of researches were performed to establish the impact of technological factors on the technology of repair work. The chosen factors are those that can have a significant impact on the technology of work in natural conditions. Such factors are humidity and temperature of the structure as well as the width of the cracks.

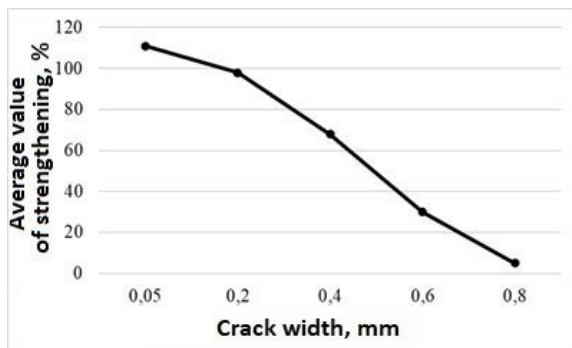


Fig. 5. Change in the average value of strengthening with change in the width of the crack



Fig. 6. New crack formed parallel to the glued (glued crack is marked)

According to EN 1504-5: 2013 [12], four states of humidity of structures can be distinguished: dry, damp, wet and with active water flow. According to the properties of composition 'Consolid 1', it is not suitable to eliminate active water leaks. Thus, experimental researches were planned to be performed with three states of humidity of structures with cracks, namely dry, damp and wet. As mentioned earlier, the repair of cracks in reinforced concrete structures can be affected by their temperature. The research was planned to be performed with three temperature regime, namely $+20^{\circ}\text{C}$, -10°C and -20°C .

The experimental research program included nine series. The established variations of humidity and temperature of the structures are presented in the Table 2.

Prior to the experiment, the surfaces of all samples were processed. The surfaces were cleaned of dust, dirt, and cement laitance. In addition, the samples were greased on all sides, except the side to be soaked, with acrylic putty to avoid seepage of the repair mixture through the cracks.

Table 2

Variations of humidity and temperature of the structures

Humidity of structure	Temperature of structure, °C		
	+ 20	- 10	- 20
dry	№ 1	№ 4	№ 7
damp	№ 2	№ 5	№ 8
wet	№ 3	№ 6	№ 9

The humidity state of the structures was modeled in accordance with EN 1504-5: 2013 [12]. Thereafter, the samples were kept for two days at a temperature of 20 ± 2 °C and a relative humidity of 60 ± 5 % [13]. After that, according to the described above technology, the samples were soaked with a polymer composition using a tray. After the soaking, all samples were placed in the conditions in which they were before soaking. This means the samples from the freezer were returned back after the soaking to the appropriate temperature and left there for 4 days.

Thereafter, destructive force was re-applied. The visual inspection of the destroyed structures shown that cracks with a width of up to 0.5 mm were completely glued together. Moreover, in some places, cracks parallel to the glued ones appeared on the samples during re-application of force. Some cracks with a width of larger than 0.5 mm were not fully filled with repair mixture. The research results are given in Table 3.

Table 3

The value of the destructive forces applied to reinforced concrete samples before and after their soaking

Number of research	The average value of the destructive force before gluing 2F1, kgf	The temperature of the Sample before gluing t, °C	Humidity of cracks	The average humidity of the samples, %	The average value of the destructive force after gluing, 2F2, kgf	The ratio of the average value of the destructive force after and before gluing (F2/F1)	Reduction of destructive force after gluing, %
1	4160	+ 20	dry	10,5	4085	0,9820	1,80
2	4105	+ 20	damp	17,5	3900	0,9501	4,99
3	4125	+ 20	wet	26,7	3755	0,9103	8,97
4	4140	- 10	dry	11,3	3480	0,8406	15,94
5	4065	- 10	damp	19,3	2310	0,5683	43,17
6	4100	- 10	wet	20,2	2115	0,5159	48,41
7	4135	- 20	dry	10,9	3500	0,8464	15,36
8	4095	- 20	damp	19,8	2390	0,5836	41,64
9	4110	- 20	wet	20,7	1555	0,3783	62,17

According to the Table 3, humidity of concrete samples and their temperature significantly affect the value of re-applied destructive force after crack repair.

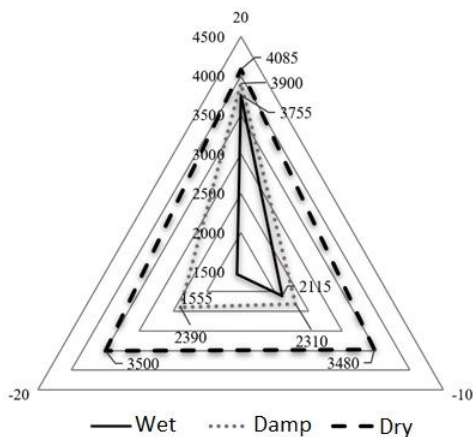


Fig. 7. The dependence of the average value of the destructive force after crack repair by composition 'Consolid 1' under the influence of temperature and humidity of the samples

Based on the obtained results, a three-dimensional dependence of the destructive force of the samples after their repair was produced. It depends on two technological factors of humidity and temperature of the samples (Fig. 7).

According to the dependences (Fig. 7) it is established that at repair of dry samples, temperature of structures influences not essentially values of the destructive forces applied to samples after crack repair in relation to the values applied to the samples before crack

repair. This is 98% for samples repaired at a temperature of +20°C, 84% for samples repaired at a temperature of -10°C, 85% for samples repaired at a temperature of -20°C.

It was found that the increase in the humidity of the structure significantly affects the value of the destructive forces applied to the samples after their repair in relation to the values applied to the samples before crack repair.

For samples with damp cracks, the value of destructive forces after their repair was 95% for samples repaired at a temperature of +20°C, 57% for samples repaired at a temperature of -10 °C and 58% for samples repaired at a temperature of -20°C.

For wet samples with cracks, the value of destructive forces after their repair was 91% for samples repaired at a temperature of +20°C, 52% for samples repaired at a temperature of -10°C and 38% for samples repaired at a temperature of -20 °C.

Further researches established influence of width of cracks in a reinforced concrete structure on a method of their repair. The 4 series of crack gluing were considered [14]. They are the soaking with the composition 'Consolid 1' (№ 1); injection with the composition 'Edmock injection' (№ 2); combined method with pre-soaking by the composition 'Consolid 1' and immediately followed by injection with the composition 'Edmok injection' (№ 3); combined method with pre-soaking by the composition 'Consolid 1' and subsequent injection by the composition 'Edmok injection' with a technological break of 25 minutes (№ 4).

The use of the polymer composition 'Edmock injection' [15] is due to the increase in the width of crack in the researched samples. 'Edmock injection' is

a composition with low viscosity for injecting cracks in structures that might be operated in various conditions including a humid environment. It is applied to glue cracks, waterproofing, anticorrosive protection of structures as well as has good adhesion to concrete and steel and high chemical resistance.

The main characteristics of the polymer composition are given in Table. 4.

Table 4

Characteristics of the polymer composition 'Edmok injection'

№	Main characteristics	Description
1	Viability at the temperature 20 ± 2 °C, min	20
2	Relative viscosity at the temperature 20 ± 2 °C, s	2–5
3	Temperature of work with material, °C	from 0 to +65
4	Operating temperature range, °C	from -60 to +150

According to research, it can be stated that the width of cracks in concrete structures affects the method of their repair. It is established that cracks with a width of up to 0.25 mm are most expedient to repair by the technology of soaking with the composition 'Consolid 1' (№ 1). The polymer composition penetrates the concrete body in the contact zone to a depth from 1 mm to 3 mm and increases its surface strength.

The method of repairing cracks by injecting the composition 'Edmok injection' (№ 2) is the most effective in repairing cracks from 0.3 mm to 0.7 mm. It is not effective for repairing cracks up to 0.3 mm because the high density of the composition does not allow it to penetrate into the depth of the gap. After experiment, the samples were visually inspected and the type of adhesive fracture was established by analogy with the types of adhesive bonding in accordance with DSTU B B.2.6-178: 2011 [16] and EN 1542: 1999 [17]. It should be noted that as a result of gluing of cracks in concrete the cohesive connection of samples (destruction along the concrete body) was obtained.

The research results of the next series of samples (№ 3) indicate that the lack of technological break between injections of compositions 'Consolid 1' and 'Edmok injection' in cracks of structures has a negative impact on the quality of their repair. This is due to the foaming of compositions that appear at their contact in the point of injection to the crack. It makes impossible further filling the gap with repair mixture. As a result, the gap was filled with the composition 'Edmock injection' by an average of 15-30% and the destruction of such samples was adhesive.

Experimental researches of the last series of samples (№ 4) establish the feasibility of the proposed technological break between the injections of the compositions 'Consolid 1' and 'Edmok injection'. It was found that a technological break of 25 minutes allows the first composition to seep into the body of concrete but this time is not enough for its polymerization. Therefore, in the areas of contact of 'Edmock injection' with soaked 'Consolid 1' (meaning the liquid stage) was foaming of compositions. As a result, the destruction of the samples was at the junction of the concrete with the mixture and along the concrete body.

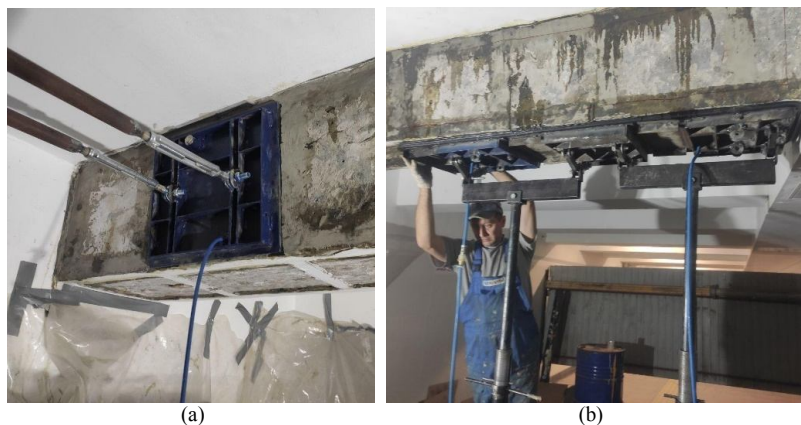
On the basis of the received dependences the technology of repair of cracks in reinforced concrete structures by their soaking with polymeric compositions was developed. Technical and economic calculations and their comparison with injection technology were performed to confirm the expediency of its use. As a result, the developed technology was tested at three sites.

An example of the application of the technology is the repair of the structures of the underpass in Kyiv (Ukraine). During the inspection of structures the water leakage through the structures of the floor slabs and walls was found. Detailed inspection of structures using a digital microscope allowed to find a large number of small cracks on the structures with a width of up to 0.1 mm (Fig. 8).



Fig. 8. Cracks in the structure (large scale)

To ensure the maximum effect from the repair work the soaking of the surfaces of the slabs was performed at a temperature of 15–23 °C and a relative humidity of $60 \pm 5\%$. The surface to be repaired was cleaned of dust and dirt. Depending on the location plane (horizontal or vertical) the soaking device (tray) was placed so that the outlet valve for air release was located in the highest position of the device whereas the inlet valve for feeding the liquid in a tray was in the lowest position. Props and struts were applied to fix the tray in the design position (Fig. 9).



(a)

(b)

Fig. 9. Use of the 'tray' system during repair works:

(a) - on a lateral surface of the slab edge; (b) - on the lower surface of the slab edge

The repair mixture was poured into the prepared container and pumped into the tray with compressed air during 5-10 minutes. After soaking of one zone the remained polymer composition was drained from the tray and moved to other areas to be soaked.

There was heavy rainfall for two months after the repair. However, a visual inspection of the repaired structures shown that the surface with microcracks and cracks with a width of up to 0.5 mm remained dry.

4. Conclusions

The obtained research results indicate the efficiency of repair of cracks with a width of up to 0.2 mm in reinforced concrete structures by soaking with the composition 'Consolid 1' using a system of trays. The repair of cracks with a width from 0.3 to 0.8 mm should be performed by injecting the composition 'Edmok injection' by classical technology.

Repair of cracks with larger than 0.8 mm should be performed by hybrid technology which consists in pre-soaking by the composition 'Consolid 1' and subsequent injection after 24 hours with the composition 'Edmok injection'.

The application of the developed technology at three sites and further monitoring for a long time (from 6 months to 4 years) allows to confirm the effectiveness of its use to repair small cracks.

REFERENCES

1. Chemrouk M. The deteriorations of reinforced concrete and the option of high performances reinforced concrete. The 5th International Conference of Euro Asia Civil Engineering Forum (EACEF-5). Procedia Engineering 125, 2015. Pp. 713–724. doi: 10.1016/j.proeng.2015.11.112
2. Nepal J., Chen H. Assessment of concrete damage and strength degradation caused by reinforcement corrosion. Journal of Physics Conference Series, July 2015. No. 628 (1). DOI: 10.1088/1742-6596/628/1/012050
3. Marder K., Sarrafzadeh M., Elwood K. Effectiveness of repair via epoxy injection of earthquake damaged reinforced concrete beam elements. 17th U.S.-Japan-New Zealand Workshop on the Improvement of Structural Engineering and Resilience. P. 8.
4. Glewwe K. Full depth crack injection with concrete mender. 2017. <https://concretemender.com/full-depth-crack-injection-with-concrete-mender/>
5. Baldwin N., King E. Field studies of the effectiveness of concrete repairs. Phase 1 Report: Desk study and literature review. (Prepared by Mott MacDonald Ltd for the Health and Safety Executive 2003). Health and Safety Executive, 2003. 53 p. ISBN 0 7176 2783 7.
6. Aboalarab L. The Effect of Crack Opening Size and Repair Methods on Corrosion of Steel Reinforcement in Concrete. [Dissertation]. 2019. 200 p.
7. Srewil Y. Cracks of concrete and repair works & case study. Report number: Module G-4 Dresden Seminar, 2006. 12 p. DOI: 10.13140/RG.2.2.12299.95522 https://www.researchgate.net/publication/298178705_Cracks_of_concrete_and_repair_works_case_study
8. TU U 30553286.001-2000. Composite injection 'Consolid'. [Engineering specifications] (ukr)
9. Molodid O., Plokhuta R. Experimental researches of repair of cracks in reinforced concrete beams by soaking. Construction production. Kyiv: NDIBV, 2017. No. 63(1). Pp. 11–19. (ukr)
10. Molodid O., Plokhuta R., Kolesnikov V. Patent No. UA 114090, MPK E04B1/62 (2006.01). A method of repairing and protecting the horizontal reinforced concrete structures with a large number of small cracks by injection with a 'tray'. [Patent]. Kyiv, 2017. Bulletin No. № 4. 5 p. (ukr)

11. Molodid O., Plokhuta R. Experimental researches of technology of gluing the cracks in reinforced concrete structures by soaking. Modern technologies, materials and structures in construction. Vinnitsa, 2018. No. 25(2). Pp. 45–50. (ukr)
12. EN 1504. Product and system for the protection and repair of concrete structures – Definitions, requirements, quality, control and evaluation of conformity. [European Standard]. 2005. 214 p.
13. Molodid O., Plokhuta R. Research of the influence of technological factors on the quality indicators of repaired cracks in reinforced concrete slabs by soaking. East European Science Journal. Warsaw, 2019. No. 7(47). Pp. 59–66.
14. Molodid O., Plokhuta R. Technology of crack repair in reinforced concrete structures depending on the width. Ways to increase the efficiency of construction in the formation of market relations. Kyiv, 2019. No. 39(2). Pp. 154–162. (ukr)
15. TU U 30553286.003-2001. Epoxy glue 'Edmok'. [Engineering specifications]. (ukr)
16. DSTU B V.2.6-178:2011. Wall structures. Method for determining the strength of adhesion of facing tiles to the base. [Building codes]. Kyiv: NDIBV, 2012. 26 p. (ukr)
17. EN 1542:1999 Products and systems for the protection and repair of concrete structures. Test methods. Measurement of bond strength by pull-off. [European Standard]. 1999. 10 p.
18. I.N. Rudnieva. Comparative analysis of strengthening of building structures (masonry, metal structures, reinforced concrete) using FRP-materials and traditional methods during reconstruction. «Strength of Materials and Theory of Structures», 2020. № 105 – C.267-291. <https://doi.org/10.32347/2410-2547.2020.105.267-291>
19. Rudnieva, Yu. Priadko, M. Priadko, H. Tonkacheiev. Osoblyvosti ta perspektyvy vykorystannia tekhnologii pidsylennia budivelnnykh konstruksii kompozytsiinykh materialamy pry rekonstruksii sporud. Zbirnyk naukovykh prats "BUDIVELNI KONSTRUKTSII. TEORIА І PRAKTYKA". № 7 (2020), c.12-22. DOI: 10.32347/2522-4182.7.2020.12-22

Стаття надійшла 14.02.2022

Тонкачєв Г.М., Молодід О.С., Галінський О.М., Плєхута Р.О., Руднєва І.М., Придко Ю.М.

ДОСЛІДЖЕННЯ ТЕХНОЛОГІЇ РЕМОНТУ ТРІЩИН ПОЛІМЕРНИМИ КОМПОЗИЦІЯМИ

Вступ. У процесі виконання робіт з обстеження будівель та споруд, або розробки проектної документації на проектно-відновлювальні роботи, направлені на відновлення експлуатаційної придатності будівельних конструкцій, виявлено, що є потреба у розробці рішень на ремонтні роботи, які не регламентуються нормативною документацією, або, в конкретних випадках, запропоновані способи можуть бути технічно або економічно не ефективними.

Проблематика. Найбільш поширеним дефектом розтягнутої зони залізобетонних балок, плит перекриття або покриття є тріщини. Зазвичай, для їх ремонту використовують технологію ін'єктування. Однак за великої кількості дрібних тріщин дана технологія є трудомісткою.

Мета роботи. Розробка нової технології ремонту розтягнутої зони залізобетонних балок, плит перекриття або покриття з великою кількістю дрібних тріщин, що забезпечить максимальне заповнення тріщин полімерними композиціями з їх подальшим склеюванням.

Матеріали та методи. З аналізу науково-технічної літератури було встановлено ряд чинників, що можуть впливати на технологію заповнення тріщин полімерними композиціями. Для проведення експериментальних досліджень було виготовлено спеціальний пристрій «лоточок», що кріпився до нижньої зони системою затяжок чи підпірок. У лоточок під тиском подавали ремонтний розчин, що заповнював тріщини. Змінюючи умови проведення експерименту встановлювали значення зміцнення поперечно зруйнованих зразків.

Результати. У результаті встановлено, що максимальне заповнення тріщин полімерною композицією досягається через 5-10 хв подачі ремонтного матеріалу при тиску у системі у межах 0,5-0,6 атм. Максимальне зміцнення конструкцій, що підлягали ремонту, при повторному прикладанні руйнівного зусилля досягалося за умов проведення ремонтних робіт за температури конструкцій 20 ± 2 оС та їх сухому стані вологості.

Висновки. Розроблено технологію ремонту тріщин на нижній поверхні горизонтальних залізобетонних конструкцій полімерними композиціями. Встановлено, що за наявності на конструкції дрібних тріщин (з шириною розкриття до 0,2 мм) ефективною є розроблена

технологія просочення тріщин та тіла конструкції полімерною композицією, за ширини розкриття до від 0,3 до 0,8 мм – доцільно використовувати технологію ін'єктування; за ширини розкриття від 0,8 мм – комбіновану технологію.

Ключові слова: залізобетонні конструкції, тріщини, полімерні композиції, вплив чинників, технологія просочення.

Tonkacheiev H.M., Molodid O.S., Galinskyi O.M., Plokhuta R.O., Rudnieva I.M., Priadko I.M.

THE TECHNOLOGY OF CRACK REPAIR BY POLYMER COMPOSITION

Introduction. During the inspection of buildings and structures and development of design documentation for restoration works it was found that there is a need to provide recommendations or to develop solutions for repair work. These repair works either are not regulated by standards or may be technically or economically inefficient.

Problem Statement. The most common defect of the tension zone in reinforced concrete beams, floor slabs or roof slabs are cracks. Injection technology is normally used to repair it. However, in case of large number of small cracks, this technology is time consuming.

Purpose. Development of a new technology for repairing the tension zone of reinforced concrete beams, floor slabs or roof slabs with a large number of small cracks. This will ensure maximum filling of cracks with polymer compositions with their subsequent bonding.

Materials and methods. A number of factors that may affect the technology of filling cracks with polymer compositions have been identified from the analysis of scientific and technical literature. A special device 'tray' was produced for experimental research. It was attached to the lower zone by a system of ties or props. A repair mix to fill the cracks was fed into the tray under pressure. By means of changing the experiment conditions the strengthening level of previously destroyed samples were set.

Results. As a result, it was found that the maximum filling of cracks with the polymer composition is achieved within the 5-10 minutes of repair mix supply at a pressure in the system in the range of 0.5-0.6 atmospheres (atm). The maximum strengthening of the repaired structures under the re-applied destructive force was achieved at the conditions of repair work with a structural temperature of 20 ± 2 °C and dry state of the structure.

Conclusions. The technology of repair with polymer compositions of the cracks located on the lower surface of horizontal reinforced concrete structures has been developed. It was established that in the presence of small cracks on the structure (the width is up to 0.2 mm) the developed technology is most effective, in case of widths from 0.3 to 0.8 mm it is advisable to use injection technology whereas for widths larger than 0.8 mm the hybrid technology should be applied.

Keywords: reinforced concrete structures, cracks, polymer compositions, influence factors, soak technology.

УДК 624.016:69.059:624.014:69.05

Тонкачев Г.Н., Молодід О.С., Галінський О.М., Плохута Р.О., Руднева І.М., Прядко Ю.М.
Дослідження технології ремонту тріщин полімерними композиціями // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2022. – Вип. 108. – С. 203-216.

Табл. 4. Рис. 9. Бібліогр. 19 назв.

UDC 624.016:69.059:624.014:69.05

Tonkacheiev H.M., Molodid O.S., Galinskyi O.M., Plokhuta R.O., Rudnieva I.M., Priadko I.M.
The technology of crack repair by polymer composition // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles – Kyiv: KNUBA, 2022. – Issue 108. – P. 203-216.

Tabl. 4. Fig. 9. Ref. 19.

УДК 624.016:69.059:624.014:69.05

Тонкачев Г.Н., Молодід О.С., Галінський А.М., Плохута Р.А., Руднева І.Н., Прядко Ю.Н.
Исследование технологии ремонта трещин полимерными композициями // Сопротивление материалов и теория сооружений: науч.-тех. сборн. – К.: КНУСА, 2022. – Вип. 108. – С. 203-216.

Табл. 4. Рис. 9. Библиогр. 19 назв.

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): доктор технічних наук, професор кафедри будівельних технологій, проректор з навчально-методичної роботи КНУБА, *ТОНКАЧЕВ Геннадій Миколайович*

Адреса: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, КНУБА, кафедра будівельних технологій, *ТОНКАЧЕВ Геннадій Миколайович*

Робочий тел.: +38(044) 243-26-03;

Мобільний тел.: +38(050) 922-84-13;

E-mail: *tonkachev@gmail.com*

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-6589-8822>

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): доктор технічних наук, професор кафедри будівельних технологій, *МОЛОДИЦ Олександр Станіславович*

Адреса: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, КНУБА, кафедра будівельних технологій, *МОЛОДИЦ Олександр Станіславович*

Робочий тел.: +38(044) 243-26-03;

Мобільний тел.: +380673067359;

E-mail: *molodid2005@ukr.net*

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0001-8781-6579>

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): доктор технічних наук, професор кафедри «Організація та управління будівництвом», *ГАЛІНСЬКИЙ Олександр Михайлович*

Адреса: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, КНУБА, кафедра «Організація та управління будівництвом», *ГАЛІНСЬКИЙ Олександр Михайлович*

Робочий тел.: +38(044) 245-48-50;

Мобільний тел.: +380675018933;

E-mail: *agalin@ukr.net*

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0003-3648-4572>

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, доцент кафедри теоретичної механіки, *ПЛОХУТА Руслана Олександрівна*

Адреса: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, КНУБА, кафедра теоретичної механіки, *ПЛОХУТА Руслана Олександрівна*

Робочий тел.: +38(044) 243-26-03;

Мобільний тел.: +380978644438;

E-mail: *rysics@ukr.net*

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-3148-5376>

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, доцент кафедри опору матеріалів КНУБА *РУДНЄВА Ірина Миколаївна*.

Адреса: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, КНУБА, кафедра опору матеріалів, *Руднева Ірина Миколаївна*.

Робочий тел.: +38(044) 241-54-21;

Мобільний тел.: +38(050) 620-32-31;

E-mail: *irene_r@ukr.net*

ORCID ID: <http://orcid.org/0000-0002-9711-042X>

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, науковий співробітник, доцент у *BEIJING INTERNATIONAL EDUCATION INSTITUTE (BIEI - КИТАЙ) ПРЯДКО Юрій Миколайович*.

Адреса: *BIEI Beijing*, 3708, SOHO Nexus Center, No. 19A East 3rd Ring Road North, Chaoyang District, Beijing, Beijing 100027, CN, *Iurii Priadko*.

Робочий тел.: +86 153-721-881-15;

Мобільний тел.: +38(066) 184-29-51;

E-mail: *y.n.pryadko@ukr.net*

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0001-7163-4295>

УДК 624.046.2: 628.014

РЕЗЕРВИ НЕСУЧОЇ ЗДАТНОСТІ МЕТАЛЕВИХ КОЛОН У СКЛАДІ ОДНОПРОГОНОВОГО КАРКАСУ З КРАНОВИМИ НАВАНТАЖЕННЯМИ

С.М. Яровий¹,

д-р техн. наук, професор

М.В. Савицький²,

д-р техн. наук, професор

С.О. Слободянюк²,

д-р техн. наук, професор

¹*Харківський національний університет будівництва і архітектури, Харків*²*ДВНЗ «Придніпровська державна академія будівництва та архітектури», Дніпро*

DOI: 10.32347/2410-2547.2022.108.217-242

Пошук резервів несучої здатності та удосконалення розрахунку стисло-згинальних металевих колон є актуальною задачею. Це дає змогу повніше враховувати дійсну роботу конструкцій та економію металу. Аналіз цих та інших питань приведено в даній роботі на основі теоретично-експериментальних досліджень стисло-вигнутих колон в натуральну величину у складі поперечника одноповерхової і однопрогонуваної промислової будівлі з мостовими кранами. Експериментальні дослідження натурних стисло-згинальних колон в складі рами з прикладанням усіх навантажень, що на них діють (постійні, вітрові та кранові) на різних етапах навантаження, аж до вичерпання несучої здатності, дали змогу дослідити фактичний напружено-деформаційний стан сумісних колон та їх переміщення, вигини плит баз колон, розвиток плинних деформацій в полиях та стінці, місцеву втрату стійкості полиць та стінки, загальну втрату стійкості колон в складі рами.

Ключові слова: металеві колони, стійкість, напружено-деформаційний стан, переміщення, навантаження, місцева та загальна втрата стійкості.

Вступ. Одним із найважливіших завдань будівельної індустрії є економія матеріалів, що йдуть на виготовлення будівельних конструкцій. Ця важлива задача вирішується за рахунок більш повного урахування дійсних умов роботи конструкцій, сумісної роботи колон в рамі та форм їх деформування, урахуванням фактичних властивостей будівельних сталей.

Аналіз цих та інших питань приведено в даній роботі на основі теоретично-експериментальних досліджень стисло-згинальних колон в натуральну величину у складі поперечника одноповерхової і однопрогонуваної промислової будівлі з мостовими кранами.

1. Постановка задачі. Аналіз публікацій

Ціллю даної роботи є пошук резервів несучої здатності стисло-згинальних колон у складі поперечника одноповерхової промислової будівлі з мостовими кранами на основі теоретично-експериментальних досліджень. Для виконання зазначених цілей намічено вирішення наступних основних задач: розробка методики розрахунку однопрогонуваної рами з урахуванням сумісної роботи колон у складі рами та урахування

форм деформування під дією активного навантаження; експериментальні вишукування напружено-деформаційного стану сумісних колон в натуральну величину у складі рами. Нормативна методика розрахунку поперечних рам сталених каркасів промислових підприємств рекомендує ряд спрощених процедур, котрі різко зменшують трудомісткість розрахунку, але призводить до погіршностей результатів розрахунку в бік запасу і в ряді випадків через мірного. В рамках діючої методики можливе корегування і уточнення деяких процедур.

Зусилля в стрижнях рами визначається у припущенні її роботи як пружної лінійно-деформованої статично невизначеної системи. Після цього по знайденим зусиллям кожний елемент розраховується на міцність та стійкість з урахуванням пластичних деформацій. Згідно діючих норм на стійкість розраховується окремо стоячий стрижень, до якого прикладена робоча комбінація зусиль. Сумісність роботи колон на даному етапі розрахунку не враховується. Але, якщо одна з колон, звичайно у якої знаходиться візок крану з вантажем, навантажена максимально нормальною силою та згинаючим моментом, то протилежна колона ідентичного перерізу навантажується значно меншою нормальною силою. В поперечному напрямку дві колони однопрогонового цеху зв'язані ригелем в рамну систему і колони не вільні в своїх переміщеннях. Не врахування цього фактору при розрахунку на стійкість знижує несучу здатність рами.

Поряд з урахуванням сумісної роботи колон у складі рами необхідно враховувати і форму деформування. Форма деформування стисло-згинальних рам стимулюється дією основного навантаження, як правило, не співпадає з першою власною формою деформування, закладеною в нормативні документи. Несуча здатність залежить від співвідношення навантажень, стимулюючи різні власні форми і завжди вищі ніж при викривленні по першій формі, причому, чим більшу долю дають вищі форми, тим менше деформативність і вище несуча здатність системи.

Експериментальні дослідження роботи стисло-згинальних колон у складі рами проводились, в основному, на моделях. В даній роботі поставлена ціль експериментально дослідити роботу натурних колон у складі поперечника одноповерхової і однопрогонової дійсної промислової будівлі з фундаментом та ригелем, відповідаючи реальним умовам будівництва. Дійсні натурні випробування дозволять отримати достовірну картину: напружено-деформаційного стану стисло-згинальних колон, визначити горизонтальні переміщення поперечника, отримати картину роботи вузлів, дослідити питання загальної і місцевої стійкості, виявити дійсні запаси несучої здатності колон. Натурні експериментальні дослідження дадуть об'єктивну оцінку раціональності нормативних вимог по розрахунку таких металевих конструкцій.

Основу дослідження центрально-стиснутих і стисло-згинальних колон заклали роботи Л. Ейлера [16] та Ж. Лагранжа. Але, формула Ейлера для критичних навантажень для стрижнів справедлива лише в межах пружності (в межах закону Гука). В подальшому в роботах Енгессера,

Ясинського, Кармана, Консидера [15] було удосконалено метод визначення критичної сили з урахуванням пружно-пластичної стадії. В подальшому великий вклад в теорію стійкості стрижневих систем традиційними методами будівельної механіки внесли: С.Д. Лейтес [7], Н.С. Стрелецький [10], Н.В. Корноухов [8], С.П. Тимошенко [11], А.С. Вольмир [3], Г.С. Бельский [2], О.Я. Дривинг [4, 5]. Розвитку сучасної теорії стійкості колон присвятили свої праці відомі вітчизняні вчені, такі як: Шимановський О.В., Лантух-Лященко А.І., Перельмутер А.В., Пічугін С.Ф. [6], Пашинський В.А. [9] та інші.

Розроблену методику розрахунку однопрогонової рами з урахуванням сумісних колон у складі рами та форм деформування під дією активного навантаження буде перевірено в експериментальних вишукуваннях напружено-деформаційного стану колон у складі рами в натуральну величину.

2. Методика розрахунку однопрогонових рам з урахуванням сумісних колон у складі рами та дійсної форми деформування

До розглядання прийняті прямолінійні стрижні постійного перерізу і плоскі системи, які складаються з таких стрижнів. Забезпечено збереження плоскої форми вигину як для кожного елемента, так і для всієї системи в цілому. Використано дві гіпотези Н.В. Корноухова, які обґрунтовані вивченням числових прикладів [8]:

- стійкість одноповерхових і багатоповерхових рам практично не змінюється при заміні несиметричного навантаження на ці рами симетричною, за рахунок перерозподілу навантажень між вузлами одного рівня;

- якщо моменти інерції стрижнів одного рівня не сильно відрізняються один від одного, то вони можуть бути замінені без значної похибки в розрахунку їх середніми значеннями.

Ці допущення дають змогу спростити розрахунок однопрогонових рам. Використовуючи дослідження стійкості рам [8], можливо проаналізувати стійкість рами в залежності від неоднакового навантаження колон повздовжніми силами.

Умову критичного стану рами можливо записати рівнянням:

$$n^2 \left[\frac{3}{2}(1+c)v + 9(1-c) \right] + n(1+c) \left[3(1-c)(v^2 + 3v) - \frac{1+c}{2}v^2(\alpha + \beta) \right] - \frac{3}{4}(1+c)^2v^2(\alpha + \beta) = 0,$$

де $v = 2(\alpha + \beta) - \frac{v^2}{2} = 0$; v, α, β - спеціальні функції методу перемішень для стисло-вигнутих стрижнів; c - відношення зусиль в стійках.

Для отримання досить точних та простих рішень задач стійкості найбільше прагматичним є спосіб оснований на приближеному розв'язку трансцендентних рівнянь стійкості за допомогою розкладення функцій в ряд.

Розглянемо однопрогонову раму з жорстким закріпленням сумісних колон в фундаменті та шарнірно спряженим ригелем з колонами (рис. 1).

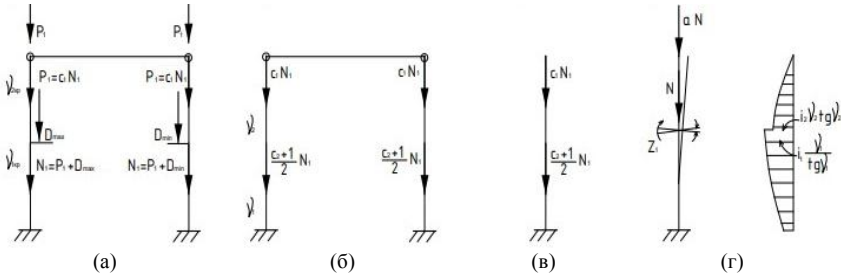


Рис. 1. Розрахункова схема: (а) - рама, прийнята для розрахунку коефіцієнта μ ; (б) - приведена рама по навантаженням; (в) - приведена до стійки; (г) - основна система для розрахунку методом переміщень коефіцієнта μ

При розрахунку коефіцієнта розрахункової довжини враховані лише вертикальні сили, діючі на поперечник. Колони можуть бути як постійного, так і перемінного перерізу: підкранова частина з погонною

жорсткістю - $i_1 = \frac{EI_1}{h_1}$; надкранова частина з погонною жорсткістю -

$i_2 = \frac{EI_2}{h_2}$, а $n = \frac{i_2}{i_1} = \frac{h_1 I_2}{h_2 I_1}$. Послідовно приведена нерегулярна система до

регулярної по навантаженням (рис.1 (а) та рис. 1 (б)), а потім до стійки (рис. 1 (в)), звантаженою зусиллям $N = \frac{(1+c_2)N_1}{h_1}$ (на нижньому рівні)

та $c_1 N_1 = aN = \frac{a(1+c_2)N_1}{2}$ (на верхньому рівні), де $a = \frac{2c_1}{1+c_2}$.

Для визначення коефіцієнта розрахункової довжини стрижня використовуємо метод переміщень. Для консольного стрижня з вільним верхнім кінцем (рис. 1 (г)) умови рівноваги мають вигляд:

$$\frac{EI_1 v_1}{h_1 \tan v_1} - \frac{EI_2 v_2 \tan v_2}{h_2} = 0, \tag{1}$$

де v_1 - безрозмірний параметр зусилля нижньої ділянки колони h_1 ; v_2 - безрозмірний параметр зусилля верхньої ділянки колони h_2 .

Рівняння (1) після перетворення буде мати вигляд

$$\frac{v_1}{h_1 \tan v_1} - \alpha v_1 \tan(\alpha v_1) = 0, \tag{2}$$

де $\alpha = \frac{v_2}{v_1} = \frac{h_2}{h_1} \sqrt{\frac{I_1 2c_1}{I_2 (c_2 + 1)}}$.

Після перетворень

$$\frac{v_1}{\tan v_1} \cong \frac{0,13(v_1^2 - 33v_1 + 76)}{9,87 - v_1} \quad \text{та} \quad v_2 \tan v_2 \cong \frac{0,8v_2^2(12,33 - v_2^2)}{9,87 - v_1}.$$

Вирішивши рівняння відносно v_1 , отримаємо

$$v_2 = \frac{1,77n\alpha^2(66 - \alpha^2) + 35,49(23 + \alpha^2)}{n\alpha^2(66 - \alpha^2)[\alpha^2(2,2n + 1) + 2] + (16,6 - 0,5\alpha)(1,3\alpha^4 + 4)}.$$

Коефіцієнт розрахункової довжини μ_1 нижньої частини окремо стоячої колони (підкранової) можливо показати в залежності від параметру v_1 як $\mu_1 = \pi / v_1$.

Для нижньої частини колони у складі рами, тобто зворотній перехід від колони до рами:

$$v_{кр} = v_1 \sqrt{\frac{2}{1 + c_2}}$$

Тоді коефіцієнт розрахункової довжини підкранової (нижньої) частини колони в складі рами:

$$\mu_1^2 = \frac{\pi^2}{v_{кр}^2} = \frac{\pi^2}{\frac{2}{1 + c_2} v_1^2} = \frac{\pi(1 + c_2)}{2v_1^2}, \quad (3)$$

і після перетворення

$$\mu_1^2 = \frac{(1 + c_2) \{ n\alpha^2(66 - \alpha^2)[\alpha^2(2,2n + 1) + 2] + (16,6 - 0,5\alpha)(1,3\alpha^4 + 2) \}}{0,37n\alpha^2(66 - \alpha^2) + 7,5(2,3 + \alpha^4)}.$$

При цьому слід враховувати межу прийнятої формули із умови розриву функції v_1 :

$$n \leq v_1 \sqrt{\frac{2}{1 + c_2}} - 1,5 \quad \text{при } \alpha \leq 1,0$$

і

$$n \leq 1,35 - 0,35\alpha \quad \text{при } \alpha \geq 1,0$$

На верхню частину стійки діє навантаження:

$$P_{кр} = c_1 N = v_2^2 \frac{2c_1}{1 - c_2}. \quad (4)$$

Переходячи до параметру $v_{2кр}$, рівняння можна записати:

$$v_{2кр}^2 = \frac{2c_1}{1 + c_2} v_2^2, \quad (5)$$

якщо $v_2 = \alpha v_1$, то рівняння прийме вигляд:

$$v_{2кр}^2 = \alpha^2 v_1^2 \frac{2c_1}{1 + c_2} \quad \text{або} \quad v_{2кр} = \alpha v_1 \sqrt{\frac{2c_1}{1 + c_2}}. \quad (6)$$

Якщо врахувати, що $v_{1кр} = v_1 \sqrt{\frac{2c_1}{1 + c_2}}$, то $v = \alpha v_{1кр} \sqrt{c_1}$.

Коефіцієнт розрахункової довжини верхньої частини колони у складі рами:

$$\mu_2 = \frac{\pi}{v_{1кр}} = \frac{\mu_1}{\alpha \sqrt{c_1}}. \quad (7)$$

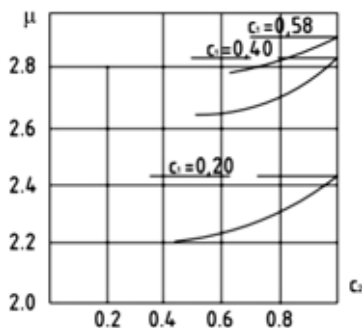


Рис. 2. Коефіцієнт розрахункової довжини в залежності від навантажень діючих на колони рами, розраховані: --- по ДБН В.2.6-198:2014 [17]; — з урахуванням сумісної роботи колон

Значення коефіцієнта розрахункової довжини μ_1 колон рами, підраховані по нормативній та запропонованій методиці наведені на рис. 2.

Аналізуючи графік, можна зробити висновок: зі збільшенням вантажопідйомності крану нерівномірність завантаження колон в рамі збільшується і коефіцієнт розрахункової довжини з урахуванням сумісної роботи колон у складі рами все більше різниці від коефіцієнта, визначеного по нормативній методиці.

3. Експериментальне дослідження роботи стисло-згинальних колон у складі рами

3.1. Варіант навантаження колон. При проведенні експериментальних робіт традиційним є підхід, коли досліджувану конструкцію доводять до вичерпання несучої здатності зі зростанням усіх навантажень. Тоді отримане граничне навантаження, котре витримала конструкція, порівнюють з граничним навантаженням по розрахунку і роблять висновки про відповідність теоретичних передумов розрахунку дійсній роботі конструкцій. При дії на конструкцію декількох залежних один від одного навантажень такий підхід до проведення експерименту логічний.

На конструкцію рами одноповерхової промислової будівлі діють декілька незалежних навантажень. В розрахункове поєднання входять розрахункові значення навантажень, які включають коефіцієнт надійності за навантаженням, котрі враховують можливість зростання навантаження в несприятливу сторону. Одночасне рівномірне зростання значень всіх навантажень їх розрахункового рівня малоімовірне.

Перевищення вітрового і снігового навантаження вище розрахункового рівня для будівель, які побудовані для конкретного снігового і вітрового районів позбавлено сенсу. Розрахункові значення навантажень вже включають несприятливе збільшення характеристичного значення навантажень.

В експерименті можливо виявити резерви несучої здатності окремих навантажень вище розрахункових. На протязі експлуатації при реконструкції будівлі в силу зміни технологічних потреб зростають навантаження на покрівлю (установка обладнання) та збільшення кранових навантажень, що веде до збільшення вертикальних навантажень.

Збільшення усіх навантажень при проведенні експерименту до розрахункового рівня з подальшим збільшенням лише вертикальних навантажень назвемо різно-параметричним навантаженням.

При проведенні експерименту різно-параметричне навантаження представляло собою доведення всіх навантажень, що входять в розрахункове поєднання, до розрахункового рівня з подальшим зростанням лише вертикальних навантажень (ті, що при експлуатації, в силу зміни технологічних вимог, можуть бути збільшені) (рис. 3). При цьому, незначно збільшується і момент, так як збільшення кранових навантажень призведе і до збільшення моменту в перерізі колони.

Збільшення повздовжніх навантажень вище розрахункового значення до вичерпання несучої здатності колон дозволяє визначити фактичний резерв несучої здатності, так як на практиці тільки ці навантаження можуть зростати в процесі експлуатації будівлі.

3.2. Вибір типу колон для досліджень. На теперішній час в промисловості основний об'єм будівель, що будуються – одноповерхові виробничі будівлі (до 80%). Тому при розробці зразків для виробництва натурального зразка колони для дослідження за основу були вибрані колони одноповерхових виробничих будівель комплектного постачання з покрівлею типу «Молодечно».

Навантаження на будівлю були призначені, виходячи із статистичних показників за останні роки, а саме: II вітровий район (29% загальної кількості будівель); II сніговий район (19%); вантажопідйомність крану – 100 кН (14,5%); висота прольоту – 12,8 м (11,5%).

Таким чином, для досліджень вибрані зварні двотаврові колони виробничих будівель прогоном – 24 м, висота колони – 12,8 м, кранова консоль розташована на відмітці – 7,4 м.

Розрахункова схема однопрогонової рами представлена на рис.4. Вона вибрана з жорстким защемленням в фундаменті і шарнірним спиранням ригеля на колони, розрахунок рами виконано розрахунковим комплексом «Ліра». Під розрахункові зусилля підібрано оптимальний переріз – зварений двотавр зі стінкою розміром – 480x8 мм, полиця – 380x12 мм.

Натурні колони були вироблені зі сталі С245 (ВСт3пс6-2). По результатам випробувань трьох плоских стандартних зразків встановлено, що при виготовленні полк колон використалась сталь фактичної товщини 11,9 мм та шириною 380 мм з межею плинності $296 \div 303/299,7$ МПа, а у стінці - сталь фактичної товщиною 7,9 мм та шириною 480 мм, з межею плинності $325 \div 326/326,7$ МПа.

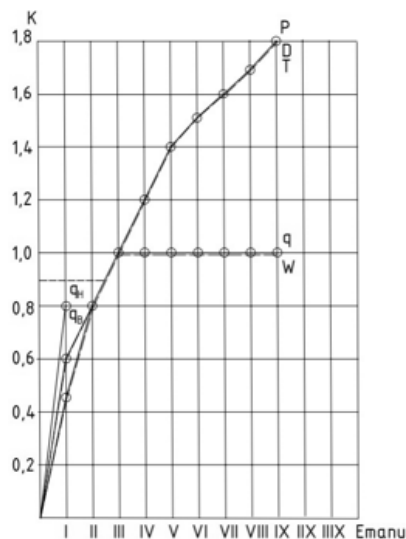


Рис. 3. Етапи навантаження конструкцій

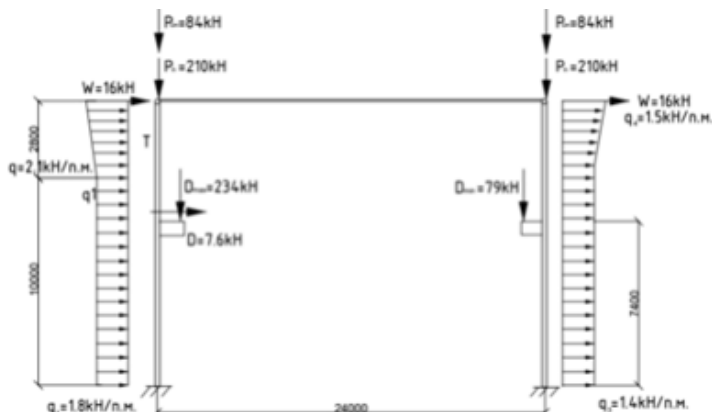


Рис. 4. Розрахункова схема однопрогонової рами

3.3. Конструкція стенду для випробувань. Для реалізації в колонах розрахункового поєднання зусиль був розроблений та виготовлений спеціальний стенд, що дозволяє випробувати сумісні колони у складі рами, прикладати до неї усі види вертикальних та горизонтальних навантажень, а саме: постійну та короточасні змінні (вітрову, снігову та кранову). Конструкція стенду наведена на рис. 5 та рис. 6.

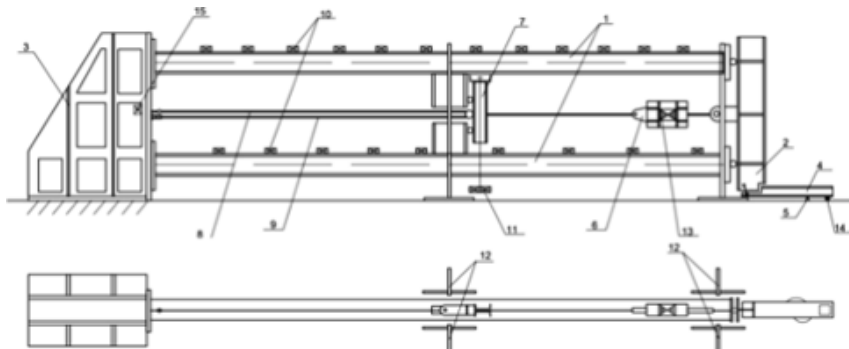


Рис. 5. Схема стенду для випробування сумісних колон:

1 – сумісні колони; 2 - ригель; 3 – контрфорс; 4 - важільний пристрій; 5 – опора; 6 – реверсор; 7 – балка кранового навантаження; 8 – верхня тяга; 9 - нижня тяга; 10 - ваги вітрового навантаження; 11 – ваги сил гальмування; 12 – зв'язки із площини; 13 – домкрат 200 тс; 14 – домкрат 26 тс; 15 – домкрат 25 тс

Конструкція стенду передбачає закріплення колон в такому стані, при якому рама розташовується перпендикулярно до полу, а її 2 колони розташовані горизонтально полу. В процесі навантаження оголовки колон переміщались в вертикальній площині донизу. Важливою перевагою такого розташування колон є можливість використання власної ваги колон та додаткового навантаження для створення рівномірного розподільного вітрового навантаження різної інтенсивності на колони.



Рис. 6. Загальний вигляд стенду з колонами під час випробувань

У відповідності з розрахунковою схемою опорний лист колони, товщиною 50 мм, жорстко з'єднаний з контрфорсом чотирма болтами, діаметром 55 мм і затягнутих моментом 3,35 кНм.

Передача на колони поєздовжніх навантажень (постійної) здійснювалась через жорсткий ригель, шарнірно опертого на колони. Зусилля до ригеля від домкрата ДГМ-200 передавались через реверсер, що змінює на зворотній напрямку зусилля, за допомогою тяжа виготовленого з двох стрижнів діаметром 45 мм зі сталі з розрахунковим опором $R_y=510$ МПа (рис. 7). Закріплення реверсора і тяги та тяга до плити контрфорса здійснювалось через циліндричні шарніри, осі яких перпендикулярні до площості рами.



Рис. 7. Вигляд домкрата ДГМ-200 в реверсорі для створення в рамі поєздовжнього навантаження

Передача на консолі колон кранового навантаження здійснювалось через навантажувальну балку. Вузли передачі зусиль з навантажувальної балки на консолі колон моделювали натурне спірання колеса крана на кранову рейку. Зусилля з навантажувальної балки від домкрата ДГР-100, опертого на вертикальну плиту контрфорса з внутрішньої сторони, передавалось за

допомогою тяжа (арматурний стрижень діаметром 45 мм, $R_y=510$ МПа), що проходив наскрізь через домкрат і через отвір в плиті контрфорса. Кріплення тяги до навантажувальної балки здійснювалось через циліндричний шарнір. Місце кріплення тяжа зміщено доверху від середини балки для розподілу кранового навантаження у відношенні 3 до 1 (відповідно D_{\max} та D_{\min}). Домкрат спирався на плиту контрфорса через кульовий шарнір.

Передача на колони тормозного навантаження від візка крана в площині рами здійснювалось через навантажувальну балку за допомогою ваг, розташовану на спеціальних підвісках.

Передача на ригель на колонах зосередженого вітрового навантаження здійснювалась домкратом ДГМ-25 через важіль (рис. 8).

Для забезпечення зміщення колон із площини були встановлені зв'язки – конструкції, що складались із стійок з підкосами. Зв'язки розташовані на рівні консолей та в рівні верха колон не перешкоджали переміщенню колон у площині рами (рис.8).



Рис. 8. Передача зосередженого вітрового навантаження домкратом ДГМ-25 через важіль

3.4. Способи вимірювання напружено-деформованого стану конструкцій. Для визначення напружень в полках і стінках колон були використані тензорезистори. В найбільш напружених перерізах колон (перерізи 1 і 8, дивись рис.9) тензорезистори були розташовані на торцях полиць, на полках під стінкою зовні (верхня колона) і над стінкою зовні (нижня колона) та на стінках з двох сторін у трьох перерізах по висоті. Поблизу з цими перерізами (1 і 8) для контролю з двох сторін полк були встановлені тензометри Гугенбергера.

На решті перерізів з обох сторін були наклеєні тензорезистори тільки на торцях полиць з обох сторін та двох перерізах стінки по висоті.

Для вимірювання прогинів колон в площині рами в 6-ти перерізах колон були використані вертикально встановлені лінійки. Значення переміщень визначалось за допомогою стрілок, закріплених на полицях.

В перерізах 1 і 8 (рис. 9) були встановлені прогиноміри Мокіна. За переміщенням опорної плити контрфорса було встановлено контроль за допомогою прогиноміра Мокіна з одної сторони та індикатора годинного типу з другої.

Для контролю зусиль, які створювались домкратами ДГР-100 і ДГМ-200, що передаються на конструкцію через тяжі, на тяжах були встановлені тензорезистори та тензометри Гугенбергера. Отриманні показання порівнювались з показаннями на манометрах домкратів.

Для вимірювання вітрового зосередженого навантаження між ригелем та важелем були встановлені тензометри Гугенбергера.

Умовно за «нульовий» відлік тензометричної системи прийнято положення колон, при якому лінії, що поєднують центри оголовків і баз колон, горизонтальні. Такого положення вдалося досягти за допомогою регульованого по висоті знімного упору, встановленого під оголовком нижньої колони.

При цьому розрахункова схема кожної колони може бути представлена у вигляді статично невизначеної балки з защемленим одним кінцем і шарнірно закріпленим другим. В такій балці від власної ваги, що складає 1,02 кНм, виникають згинальні напруження котрі (в перерізах 1 і 8) досягають 0,84 МПа, що складає менше 1% від напруження в цих перерізах при розрахунковому завантаженні, і тому напруженням згину у «нульовому» положенні колон можливо знехтувати.

Схема розташування вимірювальних пристроїв показана на рис. 9.

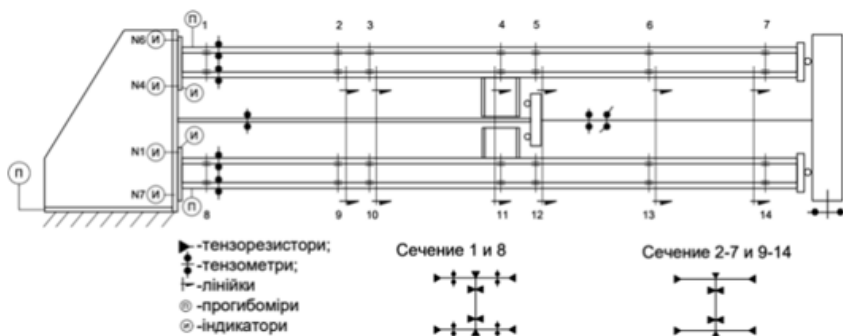


Рис. 9. Схема розташування вимірювальних пристроїв

3.5. Методика навантаження колон. Навантаження колон вели поетапно з витримкою на кожному етапі 20-30 хвилин. За весь час випробувань було IX етапів навантаження (рис. 3), які були долями від розрахункового значення. Основною характеристикою етапу навантаження була доля повздовжньої (постійного та снігового навантаження та ваги стінового огороження), кранового та гальмівного навантаження від їх розрахункового значення (K).

Перелічені види навантажень на всіх етапах додавались з однаковим значенням K, котре в подальшому при аналізі результатів, використали в якості об'єднуючого параметру навантаження, нарівні з номером етапу.

За «нульову» позначку системи для усіх навантажень прийнято положення рами, при котрому осі колон горизонтальні, а під оголовок колон підведена опора.

На кожному етапі навантаження рами вели в наступній послідовності:

1. Після видалення опори з під оголовка нижньої колони власна вага колони імітувала в них вітровий розподіл навантажень – активну та пасивну (відрив). Вага кожної колони (1,02 кН/м) імітувала при цьому на верхній колоні 63% від розрахункового активного навантаження, а в нижній – 80% від розрахункового пасивного вітрового навантаження. До розрахункового значення вітрове розподілене навантаження доводили вагами, рівномірно розташованими повздовж колон по верхній полиці. Збільшення вітрового навантаження понад розрахункове значення не проводили (див. рис. 3).

2. Потім до колон додавали повздовжнє (постійні та змінні довготривалі) та кранові навантаження домкратами. Значення цих навантажень, в долях від розрахункового, були основною характеристикою навантажень.

3. Після цього до рами додавали гальмівне навантаження від візка крана шляхом завантаження підвісок вагами. Значення цього навантаження на кожному етапі відповідало долі від розрахункового повздовжнього та кранового навантаження.

4. Потім на раму передавали зосереджене вітрове навантаження на рівні ригелю. Вага ригелю і частково реверсора з домкратом ДГМ-200 і тяжами дорівнювала 13,2 кН, що складало 46% від розрахункових значень вітрового зосередженого навантаження. При визначенні зусилля на домкрат ДГМ-25 цю частину навантаження зараховували. Збільшення вітрового зосередженого навантаження вище розрахункового значення не робили.

5. В останню чергу компенсували додаткові вертикальні сили, що виникають в рамі при переміщенні оголовків колони і опорних консолей вниз в процесі навантаження (рис. 8), тобто відхилення ліній прикладання навантажень від перпендикулярного до ригелю та загрузочній крановій балці. Ці сили V_p і V_d показані на рис. 10 (а),(б),(в) і збільшуються по мірі зростання прогину рами і можуть суттєво збільшити прикладені вертикальні вітрові навантаження на раму, якщо не прийняти міри по їх компенсації. Значення сил V_p і V_d на кожному етапі навантаження були визначені, знаючи зусилля, що розвивають домкрати та зміщення переміщення точок прикладання навантажень P і D від горизонталі f_p і f_d та відстаней l і l_1 від шарнірів на контрфорсі до точок прикладання до ригеля та погрузочній підкрановій балці (рис. 10). При цьому $V_p = P \sin\varphi$, де $\sin\varphi = f_p / l \approx \varphi$, а $V_d = D f_p / f_d$. Підраховані таким чином значення сил V_p і V_d наведені на відповідних графіках (рис. 11 (а),(б)).

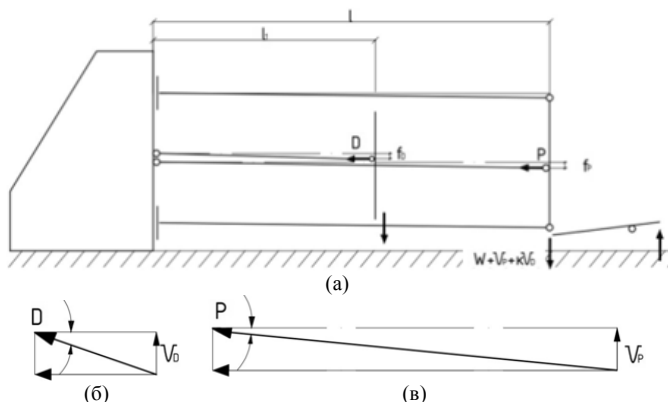


Рис. 10. Схеми дії сил на рамну конструкцію під час навантаження (а) та розкладення зусиль, що прикладались до навантажувальної кранової балки (б) і до ригелю (в)

В результаті вказаної компенсації додаткових зусиль до нижнього кінця ригелю прикладалися зусилля, що дорівнювали:

$$W + V_p + \chi V_d,$$

де W - вітрове зосереджене навантаження по розрахунку; χ - коефіцієнт, що враховує переніс точки прикладення сили V_d з навантажувальної балки до ригеля.

Для зменшення величини V_p при навантаженнях близьких до розрахункових, горизонтальне прикладання навантаження P конструктивно забезпечили при прогині оголовка колони рівним 90 мм (рахуючи від умовного «нуля» на опорі), для чого місце кріплення тяги до контрфорса зміщено на 90 мм.

В результаті навантаження колони були доведені до руйнування при навантаженні на етапі IX (рис. 3), а загальний вигляд рами після втрати несучої здатності приведений на рис. 12.

3.6. Напружено-деформаційний стан та вичерпання несучої здатності колон. В результаті експериментальних випробувань були доведені до вичерпання несучої здатності дві натурні сумісні колони у

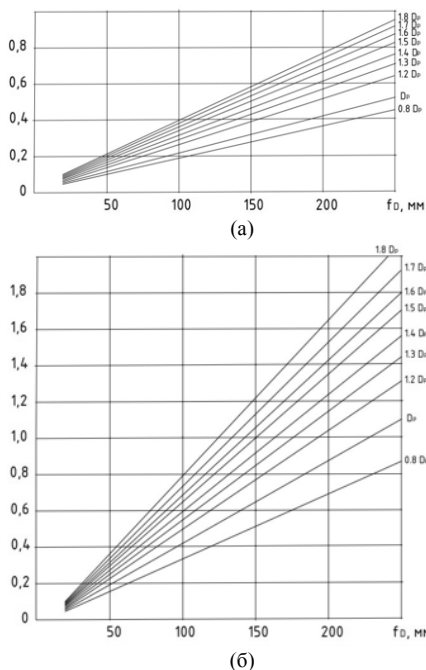


Рис. 11. Значення додаткових вертикальних зусиль V_p і V_d в залежності від f_b і f_d при різних рівнях навантаження, діючих на підкранову балку (а) та ригель (б)

складі рами [12, 13, 14]. Матеріали, перерізи та довжини двох пар колон були ідентичні, за винятком того, що у однієї пари колон при з'єднанні полиці зі стійкою використовувались односторонні зварювальні шви.

По результатам випробувань (по показанням тензорезисторів) отримані значення деформацій в різних перерізах в залежності від навантаження.

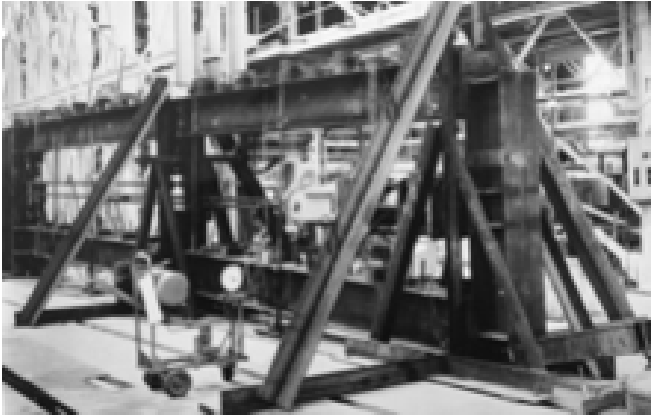


Рис. 12. Загальний вигляд рами після втрати несучої здатності

На етапі навантаження $K=1,6$ відзначений поворот полку в площині перерізу, що свідчить про місцеву втрату полиць (графіки деформацій симетричних датчиків змінили напрямок на зворотній).

Дійсно, при збільшенні навантажень, нижня (стисла) полиця верхньої колони почала втрачати стійкість, що проявилось в появі хвилеподібному виторзі. Максимальне відхилення склало 6 мм на відстані 1730 мм бази колони (рис. 13). Розповсюдження хвиль відмічено по довжині колони до підкранової консолі.

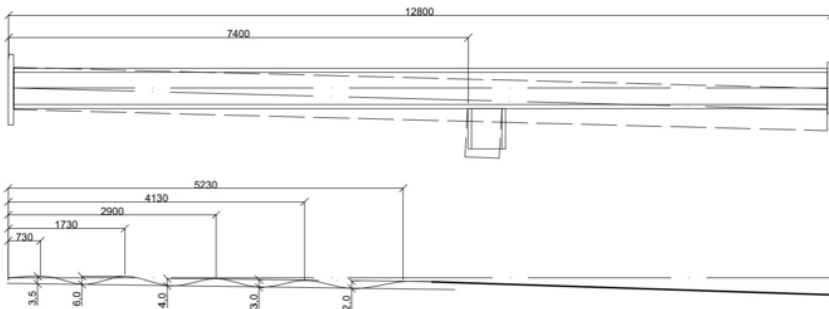


Рис. 13. Втрата стійкості нижньої (стислої) полиці верхньої колони

На рис. 14 наведені значення змінювання деформацій у найближчих до затискання колон в контрфорсі перерізах 1, 2, 8, 9.

Як видно з графіків, вже при навантаженні $K=1,4$ колони починають працювати в пружно-пластичній стадії. Для верхньої (більш навантаженої) перегин графіків виражений більш характерний – ця колона починає переходити в пружно-пластичну стадію раніше нижньої.

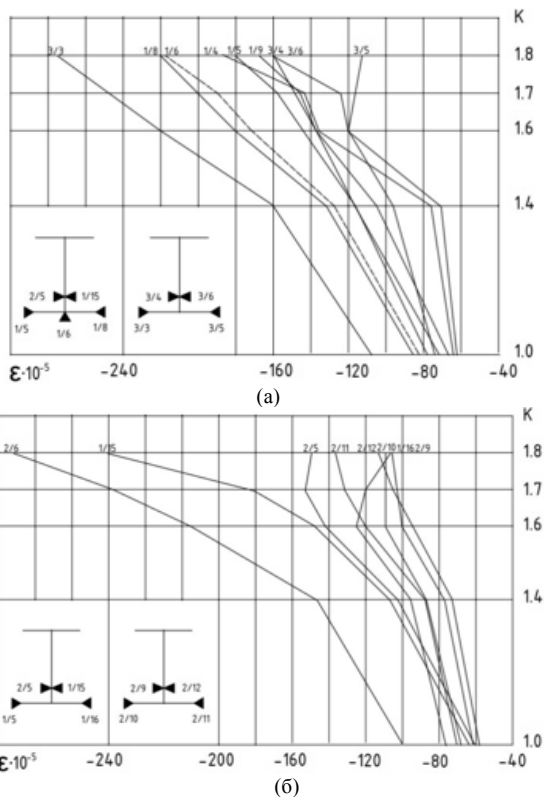


Рис. 14. Графіки зміни деформацій в залежності від навантаження в різних перерізах колон: (а) – лівої; (б) – правої

За результатами випробувань по показникам тензодатчиків в перерізах колон 1-14 були побудовані також епюри нормальних напружень (рис. 15). В перерізах нижньої частини колон епюри нормальних напружень носять згинальний характер, в верхній – практично центрально стислі. В перерізах 1-1 і 8-8 видно межа плинності досягається в нижніх полках колон та частинах стінках, а верхня полка та на більшій частині стінки працюють у пружній стадії.

Також отримані експериментальні нормативні напруження в полках перерізів колон, найближчих до бази, були порівняні з напруженнями отриманими по розрахункам за програмою «Ліра». Значення порівнянних напружень досить близькі, а зі збільшенням навантаження і віддаленням від опори ця різниця ще й зменшується.

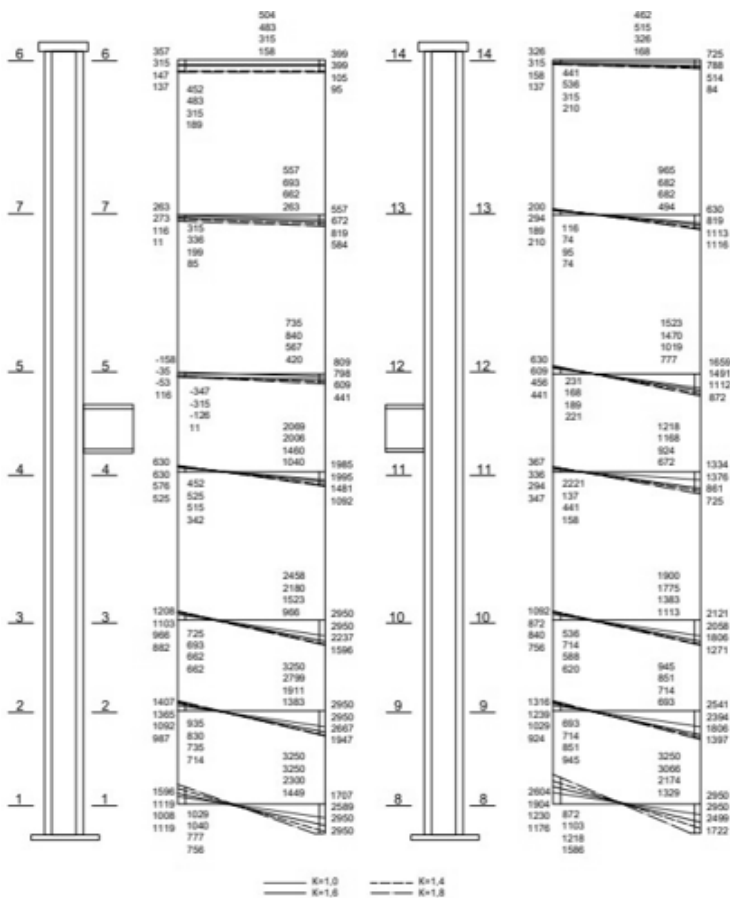


Рис. 15. Епори нормальних напружень в перерізах колон на різних етапах навантаження

Експериментальне значення нормальних сил та згинаючих моментів в рамі при розрахунковому навантаженні, отримані по значенням напружень σ_n і σ_m . Вони отримані шляхом розкладання позacentрового стиску на центральний стиск і вигин при пружній роботі рами.

При цьому нормальна сила (N) та згинаючий момент (M) підраховувались за формулами:

$$N = \frac{\varepsilon_{\max} + \varepsilon_{\min}}{2} E \cdot A = \sigma_n \cdot A, \quad (8)$$

$$M = \frac{\varepsilon_{\max} - \varepsilon_{\min}}{2} E \cdot W_x = \sigma_m \cdot W_x, \quad (9)$$

де ε_{\max} та ε_{\min} - деформації в крайніх фібрах перерізів колон, отримані по показникам терморезисторів; E – модуль пружності металу, прийнятий $2,1 \times 10^4$ кН/см²; A – площа перерізу; W_x – момент опору перерізу.

Відношення експериментальних значень величин до розрахованих за програмою «Ліра» представляють собою конструктивну похибку C . При визначенні конструктивної похибки по нормальним силам, експериментальні значення були взяті середніми по трьом перерізам повздовж колони. При розрахунковому навантаженні для верхньої колони похибка склала $C_n = 43,7/49,6=0,88$, а для нижньої колони - $C_n = 32,87/37,5=0,88$.

При визначенні конструктивної похибки по згинаючому моменту експериментальні значення, отримані в двох нижніх перерізах колони, екстраполювалися на переріз біля бази, яке є розрахунковим. Тоді, також при розрахунковому навантаженні, для верхньої колони похибка склала $C_m = 35,5/37,3=0,95$, а для нижньої колони - $C_m = 37,8/39,8=0,95$.

Зіставлення експериментальних та теоретичних значень нормальних напружень показані на рис. 16.

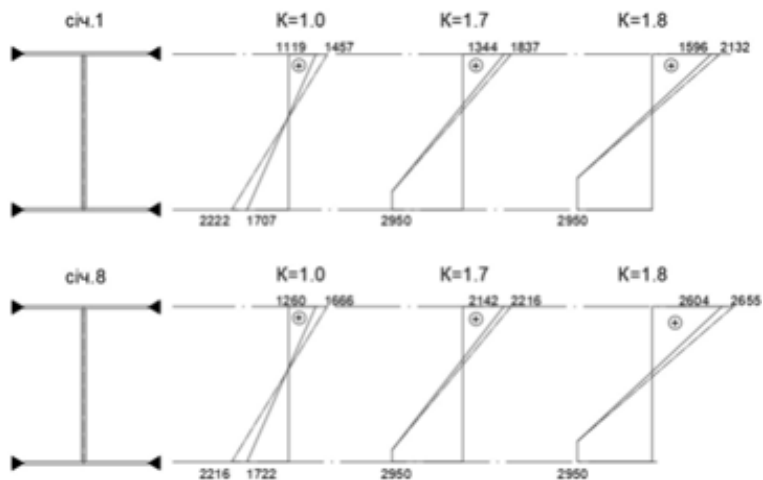


Рис. 16. Нормальні напруження в перерізі 1 лівої колони і перерізі 8 правої колони на різних етапах навантаження:
 — експериментальні; ---- - підраховані за програмою «Ліра»

На рівні навантаження $K=1,4$ переріз колони працює в пружній стадії і використання перехідних формул (8) і (9) за модулем пружності є достовірним.

При збільшенні навантаження від $K=1,4$ до $K=1,6$ в обох колонах в нижніх стиснутих полицях і стінці з'являється плинність. В полиці верхньої колони бачимо розвиток плинних деформацій від основи колони до перерізу 3. Коли на цій ділянці плинні деформації пронизують повністю полку, вона виключається з роботи. Переріз робиться асиметричним і пружне ядро перерізу зменшується. Саме на цьому етапі завантаження зафіксовано хвилеподібне вигинання нижньої полки верхньої колони, тобто втрата місцевої стійкості внаслідок розвитку плинних деформацій у полиці (рис. 17).

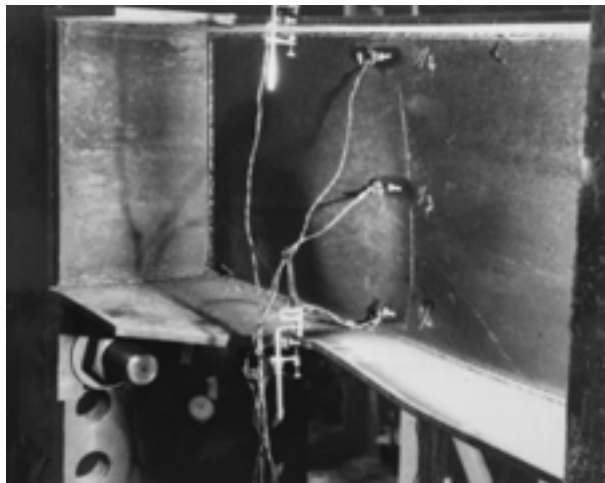


Рис. 17. Місцева втрата стійкості стислої полиці колони

В полиці нижньої колони при рівні навантаження $K=1,6$ плинні деформації зафіксовані лише в перерізі 8. В стінці верхньої колони на невеликій ділянці колони від основи до перерізу 1-1 з'являється плинність, а стінка нижньої колони на цьому етапі працює в пружній стадії (рис. 18).

Межа плинності матеріалу стінки ($R_y=325$ МПа) вище межі плинності матеріалу полок ($R_y=296$ МПа) і відповідно при зростанні навантаження плинні деформації в стінці виникають пізніше. Пластичні деформації поступово (зі збільшенням навантаження) пронизують все більшу частину стінки, зменшуючи пружну частину ядра. При цьому колони фактично мають перемінний по довжині переріз, так як матеріал колон, пронизаний плинними деформаціями виключається з роботи.

При $K=1,8$ пластичні деформації пронизують вже значну частину стінки (повністю стиснута зона перерізу) (див. рис. 19), про що свідчить поява ліній Чернова-Людерса.

При подальшому збільшенні навантажень відбувається втрата загальної стійкості колон у складі рами. Втрата загальної стійкості, проявилась в зростанні прогинів при постійному значенні навантажень і подальшому різкому спаді навантажень. В найбільше напружених місцях верхньої та нижньої колони, де була найбільша амплітуда хвилі нижньої полиці при втраті місцевої стійкості на етапі $K=1,6$, в момент загальної втрати стійкості появилася одна півхвиля з великою амплітудою (рис. 19). В цих місцях відбулося хвилеподібне вигинання і в стінці колони (рис. 20).

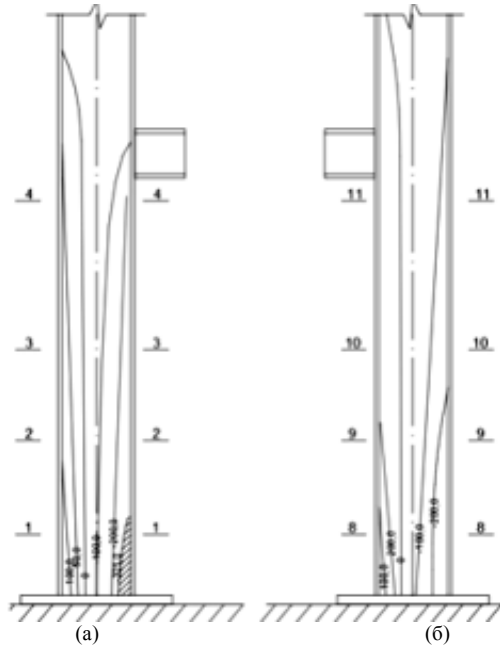


Рис. 18. Розподіл нормальних напружень (МПа) при $K=1,6$ в лівій (а) і в правій (б) колоні

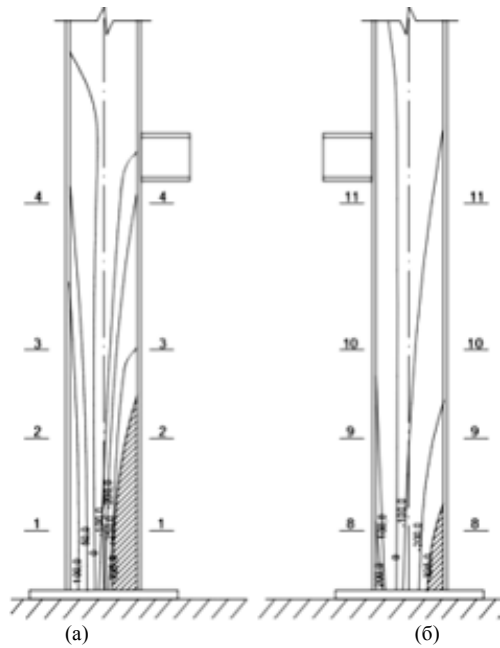


Рис. 19. Розподіл нормальних напружень (МПа) при $K=1,8$ в лівій (а) і в правій (б) колоні



Рис. 20. Втрата місцевої стійкості полиці та ділянки стиснутої стінки колони

Колони втратили стійкість в площині рами при $K > 1,8$ для повздовжнього, кранового та гальмівного (від візка крану) навантаження та $K = 1,0$ для рівномірно розподіленого та зосередженого вітрового навантаження. При цьому критична повздовжня сила склала 893 кН, що в 1,8 рази більше розрахункового навантаження, що дорівнює 496 кН.

Переміщення оголовку колони до моменту втрати стійкості склало 304 мм.

Виміри у процесі навантаження перерізів колон складалося з власного прогину колон під дією нормальних сил та згинаючого моменту та переміщень внаслідок повороту контрфорсу (податливість системи навантаження).

Вимірювання повороту контрфорсу відносно силового полу дозволило виявити податливість системи.

Віднімаючи ці переміщення із загальних переміщень колон було отримано фактичні переміщення колон на різних етапах навантаження (рис. 21).

Порівняння експериментальних прогинів колон з прогинами підрахованими за програмою «Ліра» показали гарну збіжність. На етапі максимального навантаження (при $K = 1,8$) експериментальні значення переміщень склали 304 мм, а теоретичні склали 309 мм.

Відносний прогин колон при нормативних значеннях навантажень склав - $166/12800 = 1/77 H$, де H – повна висота колони. Це значення відносного прогину практично відповідає граничним значенням, що відповідають нормативним $1/75 H$ [17].

Відносний прогин колон при критичному навантаженні (в граничній точці) склав - $304/12800 = 1/42 H$.

На всіх етапах навантаження вигин бази колон контролювався шістьма індикаторами. Величини вигину на всіх етапах навантаження показані на рис. 22. При граничному навантаженні ($K = 1,8$), коли вони значно перебільшили розрахункові, максимальний вигин опорного листа бази склав 1 мм.

Висновки

1. Розроблена методика розрахунку на стійкість стисло-згинальних колон у складі поперечника з крановими навантаженнями. Методика враховує сумісність роботи неоднаково навантажених колон в складі рами і форму деформування під дією активного навантаження. Розрахункова довжина, підрахована для рам з крановими

навантаженнями по запропонованій методиці, менше значень розрахункових довжин по діючим нормам на 8-20%.

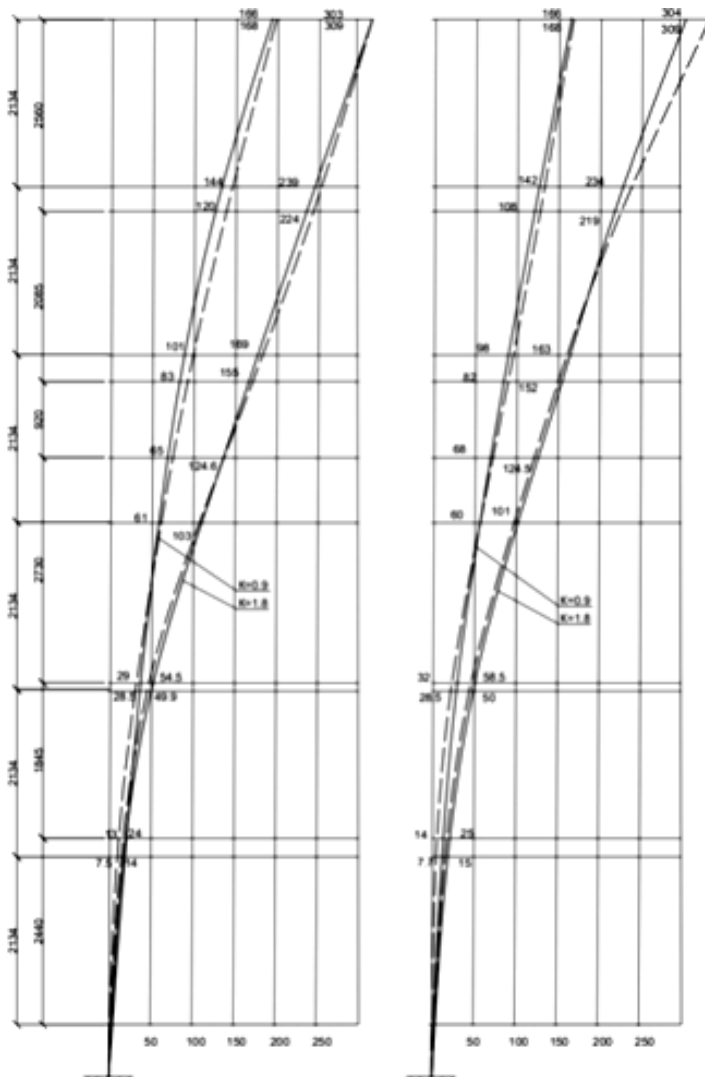


Рис. 21. Експериментальні і теоретичні вигини колон на різних етапах навантаження: ____ - експериментальні; ----- - розраховані за програмою «Ліра»

2. Експериментальні дослідження натурних стисло-згинальних колон в складі рами з прикладанням усіх навантажень, що на них діють (постійні, вітрові та кранові) на різних етапах навантаження, аж до вичерпання несучої здатності, дали змогу дослідити фактичний напружено-деформаційний стан колон та їх переміщення, вигини плит

баз колон, розвиток плинних деформацій в полицях стінки, місцеву втрату стійкості полиць та стінки, загальну втрату стійкості колон в складі рами.

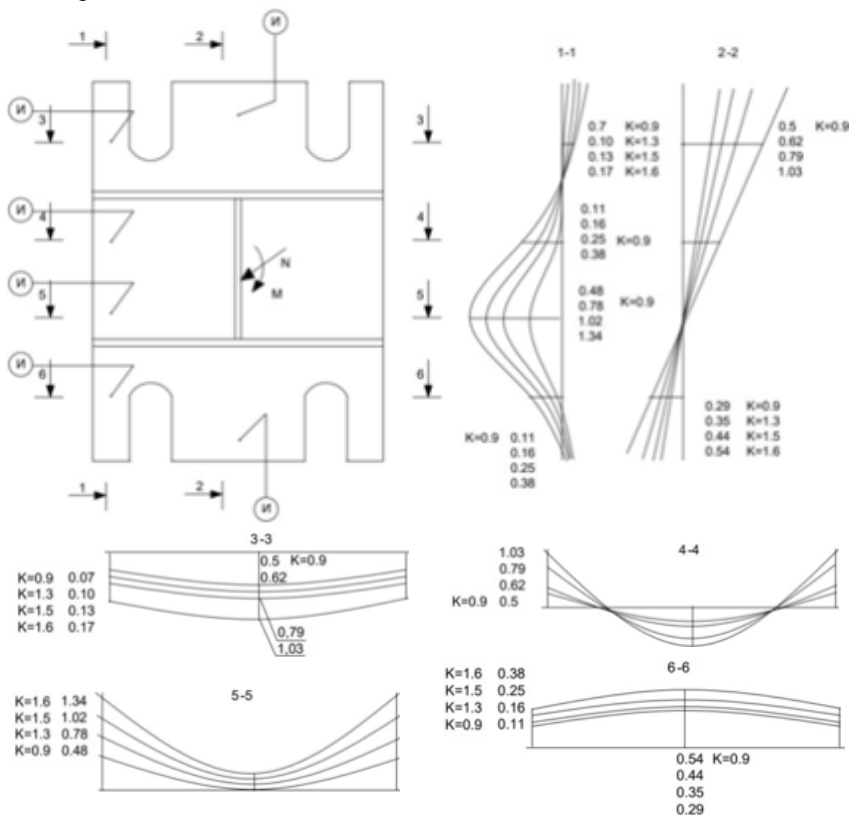


Рис. 22. Вигин опорної плити бази правої колони на різних етапах навантаження

3. Для реконструйованих промислових будівель запропонована методика визначення резервів несучої здатності по вертикальному (крановому) навантаженні з урахуванням різно-параметричного навантаження і фактичних розрахункових опорів.

Під різно-параметричним навантаженням тут розуміється таке навантаження, коли до розрахункового рівня усі навантаження зростають пропорційно, а далі зростають лише вертикальні навантаження до вичерпання несучої здатності. Це дає змогу значно збільшити вертикальне (постійне та кранове) навантаження на каркас будівлі при її реконструкції, що підтверджено і експериментальними дослідженнями. В експерименті поперечник витримав вертикальне навантаження на 80% вище розрахункового (при різно-параметричному навантаженні).

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Бельский Г.Е.* К расчету плоских рам за пределом упругости // Теория и расчет сооружений: Сб. трудов ЦНИИСК им. В.А. Кучеренко. – М., 1970. Вып. 13. С. 202-207.
2. *Бельский Г.Е.* Расчет сжатых стальных стержней с упругими защемлениями колонн. – М.: Гостройиздат, 1959. – 147 с.
3. *Вольмир А.С.* Устойчивость деформируемых систем. – М.: Наука, 1967. – 984 с.
4. *Дривинг А.Я.* К расчету на устойчивость свободных рам // Строительная механика и расчет сооружений. - 1967. №1. С. 13-16.
5. *Дривинг А.Я.* О некоторых особенностях расчета стальных рамных конструкций // Металлические конструкции и испытания сооружений: Межвуз. темат. сб. трудов ЛИСИ. – Л., 1967. С. 94-102.
6. *Гордеев В.Н.* Нагрузки и воздействия на здания и сооружения / В.Н. Гордеев, А.И. Лантух-Лященко, В.А. Пашинский, А.В. Перельмутер, С.Ф. Пичугин. – М.: Издательство Ассоциации строительных вузов, 2007. – 482 с.
7. *Лейтес С.Д.* Устойчивость сжатых стальных стержней // М.: Гостройиздат, 1954. – 380 с.
8. *Корноухов Н.В.* Избранные труды по строительной механике. – К.: Изд. АНУССР, 1963. – 324 с.
9. *Пашинський В.А.* Методологія нормування навантажень на будівельні конструкції. Автореф. дис. доктора техн. наук / ПДТУ. – Полтава, 1998. – 33 с.
10. *Стрелецкий Н.С.* К расчету сложных статически неопределимых систем. - М.: Изд. Высшего технического комитета. НКПС, 1921. – 67 с.
11. *Тимошенко С.П.* Устойчивость упругих систем. – М.: Гостехиздат, 1946. – 532 с.
12. *Яровой С.Н.* Исследование несущей способности натуральных сварных колонн / В.М. Горпинченко, А.Я. Дривинг, М.И. Гукова, С.Н. Яровой // Тезисы докладов на международной научной конференции «Сварные конструкции». – К.: ИЭС им. Б.О. Патона, 1990. С. 24-25.
13. *Яровой С.Н.* Расчет колонн каркаса промышленного здания с учетом совместной работы в составе поперечника / Е.Ю. Дорофеев, А.И. Горовый, С.Н. Яровой // Збірник наукових праць «Будівництво, матеріалознавство, машинобудування». – Дніпропетровськ: ПДАБА, 2010. Вып. 56, С. 647-650.
14. *Яровой С.Н.* Несущая способность колонн, работающих в составе поперечника одноэтажных производственных зданий с мостовыми кранами. Автореф. дис. канд. техн. наук / ЦНИИСК им. В.А. Кучеренко. - М., 1989. - 24 с.
15. *Considere.* Resistance des pieces comprimees // Paris/ Inst. des Construct Comptes Rendus. – 1891. – P. 37-43.
16. *Euler.* Sur la force des colonnes // Berlin. Mit. Acad. – 1757-1759. – 170 p.
17. *ДБН В.2.6-198:2014.* Сталеві конструкції. Норми проектування. - К.: Мінрегіон України, 2014. – 206 с.

REFERENCES

1. *Belsky G.E.* To the calculation of flat frames beyond the limit of elasticity // Theory and calculation of structures: Sat. Proceedings of TsNIISK named after V.A. Kucherenko - M., 1970. Issue. 13. P. 202-207.
2. *Belsky G.E.* Calculation of Compressed Steel Bars with Elastic Clamping of Columns. –M.: Gosstroyizdat, 1959. - 147 p.
3. *Volmir A.S.* Stability of deformable systems. -M.: Nauka, 1967. - 984 p.
4. *Driving A.Ya.* To the calculation of the stability of free frames. Stroitel'naya mekhanika i raschet sooruzheniy. - 1967, №. 1. P. 13-16.
5. *Driving A.Ya.* On some features of the calculation of steel frame structures // Metal constructions and testing of structures: Interuniversity. subject. Sat. works LISI, -1967. P. 94-102.
6. *Gordeev V.N.* Loads and impacts on buildings and structures / V.N. Gordeev, A.I. Lantukh-Lyashchenko, V.A. Pashinsky, A.V. Perelmuter, S.F. Pichugin. - M.: Publishing House of the Association of Construction Universities, 2007. - 482 p.
7. *Leites S.D.* Stability of compressed steel rods . - M.: Gostroyizdat, 1954. – 380 p.

8. *Kornoukhov N.V.* Selected works on structural mechanics. – K.: Ed. AN Ukrainian SSR, 1963. – 324 p.
9. *Pashinsky V.A.* Methodology of standardization of navantage on budivelni constructions. Abstract Dis. doctor of technical sciences / PDTU. - Poltava, 1998. - 33 p.
10. *Streletsky N.S.* To the calculation of complex statically indeterminate systems. - M.: Ed. Supreme Technical Committee. NKPS, 1921. - 67 p.
11. *Tymoshenko S.P.* Stability of elastic systems. – M.: Gostekhizdat, 1946. – 532 p.
12. *Yarovoy S.N.* Investigation of the bearing capacity of full-scale welded columns / V.M. Gorpichenko, A.Ya. Driving, M.I. Gukova, S.N. Yarovoy // Abstracts of reports at the international scientific conference "Welded structures". -K, IES im. B.O. Paton, 1990. – P. 24-25.
13. *Yarovoy S.N.* Calculation of the columns of the frame of an industrial building, taking into account joint work as part of the diameter / E.Yu. Dorofeev, A.I. Gorovoy, S.N. Yarovoy // Collection of scientific practices "Business, material science, machine building". – Dnipropetrovsk: PDABA, 2010. Vip. 56, P. 647-650.
14. *Yarovoy S.N.* Bearing capacity of columns operating as part of the diameter of one-story industrial buildings with overhead cranes. Abstract dis. cand. tech. Sciences / TsNIISK im. V.A. Kucherenko. -M., 1989. - 24 p.
15. *Considere.* Resistance des pieces comprime cong // Paris/ Inst. des Construct Comptes Rendus. – 1891. – P. 37-43.
16. *Euler.* Sur la force des colones // Berlin. Mit. Acad. – 1757-1759. – 170 p.
17. *DBN V.2.6-198:2014.* Steel structures. Standards for design. - K.: Minregion Ukrainy, 2014. - 206 p.

Стаття надійшла 22.02.2022

Yaroviy S.M., Savytskyi M.V., Slobodianiuk S.O.

RESERVES OF THE BEARING CAPACITY OF METAL COLUMNS AS PART OF A SINGLE-SPAN FRAME WITH CRANE LOADS

The search for reserves of bearing capacity and improvement of the calculation of compressed-flexural metal columns is an urgent task. This makes it possible to more fully take into account the actual operation of structures and metal savings. An analysis of these and other issues is given in this paper on the basis of theoretical and experimental studies of life-size compressed-curved columns as part of a single-story and single-span industrial building with overhead cranes. The purpose of this work was to search for reserves of the bearing capacity of compressed-bent columns as part of the diameter of one-story single-span buildings with overhead cranes. As a result of the theoretical studies carried out, a method for calculating the stability of compression-bending columns as part of a cross section with crane loads has been developed. The technique takes into account the compatibility of the work of unevenly loaded columns in the frame and the shape of the deformation of the columns under the action of an active load. The estimated length calculated for frames with crane loads according to the proposed method is less than the estimated lengths according to current standards by 8-20%. To implement the tasks set in the experiment, a stand was developed and manufactured that allows testing the column as part of the frame and applying all types of vertical and horizontal loads to it. Experimental studies of full-scale compression-bending columns as part of a frame with the application of all loads that act on them (permanent, wind and crane) at different stages of the load, up to the exhaustion of the bearing capacity, made it possible to investigate the actual stress-strain state of the columns and their movement, bending of column base plates, development of current deformations in web flanges, local buckling of flanges and webs, general buckling of columns in the frame. For reconstructed industrial enterprises, a method for determining the reserves of bearing capacity for vertical load based on multiparameter loading of the diameter is proposed.

Key words: metal columns, stability, elastic-deformation state, displacement, load, local and general loss of stability.

Яровой С.Н., Савицкий Н.В., Слободянюк С.А.

РЕЗЕРВЫ НЕСУЩЕЙ СПОСОБНОСТИ МЕТАЛЛИЧЕСКИХ КОЛОН В СОСТАВЕ ОДНОПРОЛЕТНОГО КАРКАСА С КРАНОВЫМИ НАГРУЗКАМИ

Поиск резервов несущей способности и усовершенствование расчета сжато-изгибных металлических колонн является актуальной задачей. Это позволяет более полно учитывать действительную работу конструкций и экономию металла. Анализ этих и других вопросов приведен в данной работе на основе теоретически-экспериментальных исследований сжато-изогнутых колонн в натуральную величину в составе одноэтажного и однопролетного промышленного здания с мостовыми кранами. Экспериментальные исследования натуральных сжато-изгибающих колонн в составе рамы с прикладыванием всех нагрузок, которые на них действуют (постоянные, ветровые и крановые) на разных этапах нагрузки, вплоть до исчерпания несущей способности, дали возможность исследовать фактическое напряженно-деформационное состояние колонн и их перемещение, изгибы плит баз колонн, развитие текущих деформаций в полках и стенке, местную потерю устойчивости полков и стенок, общую потерю устойчивости колонн в составе рамы.

Ключевые слова: металлические колонны, устойчивость, напряженно-деформационное состояние, перемещение, нагрузка, местная и общая потеря устойчивости.

УДК 624.046.2: 628.014

Яровой С.М., Савицкий М.В., Слободянюк С.О. Резервы несущей способности металлических колонн у складі однопрогону каркасу з крановими навантаженнями // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірник – К.: КНУБА, 2022. – Вип. 108. – С. 217-242.

Пошук резервів несучої здатності та удосконалення розрахунку стисло-згинальних металевих колон є актуальною задачею. Це дає змогу повніше враховувати дійсну роботу конструкцій та економію металу.

Рис. 21. Бібліогр. 17 назв.

UDK 624.046.2: 628.014

Yarvoy S.M., Savytskyi M.V., Slobodaniuk S.O. Reserves of the bearing capacity of metal columns as part of a single-span frame with crane loads // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles. – К.: KNUBA, 2022. – Issue 108. – P. 217-242.

The search for reserves of bearing capacity and improvement of the calculation of compression-bending metal columns is an urgent task. This makes it possible to more fully take into account the actual work of structures and the eucomia of the metal.

Fig. 21. Ref. 17.

УДК 624.046.2: 628.014

Яровой С.Н., Савицкий Н.В., Слободянюк С.А. Резервы несущей способности металлических колонн в составе однопролетного каркаса с крановыми нагрузками // Сопротивление материалов и теория сооружений. - 2022. - Вип. 108. - С. 217-242.

Поиск резервов несущей способности и усовершенствование расчета сжато-изогнутых металлических колонн является актуальной задачей. Это позволяет более полно учитывать действительную работу конструкций и экономию металла.

Ил. 21. Библиогр. 17 назв.

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): доктор технічних наук, професор кафедри будівельних конструкцій ЯРОВИЙ Сергій Миколайович.

Адреса робоча: 61002, м. Харків, вул. Сумська, 40, Харківський національний університет будівництва та архітектури, проф. ЯРОВИЙ Сергій Миколайович.

Мобільний тел.: +380976548245.

E-mail: psp.nauka@gmail.com.

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-6833-6462>

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): доктор технічних наук, професор, ректор академії САВИЦЬКИЙ Микола Васильович.

Адреса робоча: 49005, м. Дніпро, вул. Чернишевського, 24а, ДВНЗ "Придніпровська державна академія будівництва та архітектури", ректор САВИЦЬКИЙ Микола Васильович.

Мобільний тел.: +380503203308.

E-mail: sav15@ukr.net.

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0003-4515-2457>

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри будівельної і теоретичної механіки та опору матеріалів СЛОБОДЯНЮК Сергій Олександрович.

Адреса робоча: 49005, м. Дніпро, вул. Чернишевського, 24а, ДВНЗ "Придніпровська державна академія будівництва та архітектури", проф. СЛОБОДЯНЮК Сергій Олександрович.

Мобільний тел.: +380662137823.

E-mail: slobodaniuk.sergey@gmail.com.

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0003-4874-7296>

УДК 539.3:624.21.095

RESEARCH OF STRENGTH AND CONDITION OF CEMENT- CONCRETE PAVEMENT ON BRIDGES BY NON-DESTRUCTIVE METHODS

I.P. Gameliak,

Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of Department of Airports

A.N. Kharchenko,Doctor of Technical Sciences, Associate Professor, Associate Professor of Department of
Transport Construction and Property Management**A.N. Dmytrychenko,**

PhD, Associate Professor, Associate Professor of Department of Transport Law and Logistic

V.N. Tsybul'skyi,

PhD, Senior Lecturer of Department of Materials Resistance and Mechanical Engineering

O.O. Hustieliev*National Transport University, Kyiv*

DOI: 10.32347/2410-2547.2022.108.243-254

The article presents the results of determining the strength of non-destructive methods of cement concrete pavement on bridges. According to the results of the research, a differential curve, a reliability curve and the inverse value of the accumulated frequency of compressive strength of cement concrete are constructed. It is established that the cement concrete of the investigated objects corresponds to the strength class according to the normative documents. However, the results of visual, instrumental and thermal imaging inspection of areas on the bridges revealed a number of defects in the cement-concrete pavement and pavement slabs, which can lead to loss of the pavement structure strength. In particular, it was found that the destruction of the inspected reinforced concrete slabs of bridges mainly occurs under the influence of corrosion and loss of the working part volume of the steel reinforcement, unsatisfactory condition of the compensation seams on the supports. It is determined that cracks in reinforced concrete slabs occur due to low resistance of concrete to bending loads, due to which steel reinforcement is exposed to aggressive environments. In turn, it was proved that structural cracks in concrete occurred due to excessive loading, which led to overstrain of the structure, and non-structural cracks - due to internal stresses caused by thermal loads and various linear expansions of materials. Thermal imaging study revealed a significant difference in temperature in the pavement structural elements, which in the future leads to the destruction of cement-concrete pavement. It was found that the peeling of the protective layer of metal reinforcement on the studied bridges is caused by the phenomenon of electro-chemical corrosion.

The experience analysis of cement-concrete pavement of the studied objects allows to prepare proposals for the construction of cement-concrete pavement of bridges and overpasses using modern materials, in particular, non-metallic reinforcement.

Keywords: bridges, non-destructive methods, strength, cement-concrete pavement, thermal imaging inspection, reinforcement.

Introduction. The modern advanced applications in science field of road repairs and construction opens a real prospect of increasing the transit attractiveness in our country. Significant weight load using transport corridors falls on the road surface and construction of road bridges. Since the main

disadvantage of asphalt pavements on bridges is insufficient track resistance and low durability then the necessity arises in replacing them on cement-concrete pavements, taking into account modern engineering solutions. This solve the problem in necessity to impose seasonal restrictions on heavy vehicles passage, and the associated overpayment for passage, which compensates cost of road repairs. Based on analysis of foreign experiences, existing regulations and requirements for cement-concrete pavement on bridges and it is gives possibility to choose an effective technology for installation and maintenance [1-8].

Main part. In Ukraine, pavement structures (PS) are classified into two main types - non-rigid and rigid. At the same time, experience shows that under different climatic conditions, intensity and traffic composition, cement concrete pavement are more durable (18 – 50 years) than asphalt (6 – 12 years) [9-12].

At present, the vast majority of roads in Ukraine have asphalt pavements with a carrying capacity of no more than 115 kN (11.5 tons) per axle, and a total elasticity modulus up to 300 MPa. Load from 13 tons an axis demands increase in total elasticity modulus of to 390... 400 MPa, thus tension in a paving layer reaches to 7,0... 7,5 MPa that in 2,5... 3,0 times exceeds limits of durability and shear resistance of usual asphalt concrete. To avoid overstraining the pavement is advisable to use special technical solutions [7, 12-13].

In 2002, for the first time in Ukraine, cement-concrete pavement was laid on bridges as part of the aftermath of a catastrophic flood in the Zakarpattia region on Shopurka river in Velykyi Bychkiv in the Rakhiv district on the H 09 highway. However, cement-concrete pavement performance indicators have been insufficiently studied.

In 2019, the research team of the National Transport University performed instrumental and thermal imaging surveys of bridges with cement-concrete pavements. Also, the strength was determined by non-destructive methods (sclerometer) of bridges cement-concrete pavement H 09 highway (Table 1).

At the points where the strength study of the cement concrete pavement was performed, the following defects were found:

- local chipping in area of deformation joints;
- exposure of crushed stone of cement-concrete pavement;
- shrinkage cracks;
- longitudinal and transverse cracks;
- oscillations of the bridge during the passage of heavy vehicle;
- destruction of bridge slabs due to peeling of the protective layer from metal reinforcement;
- corrosion of metal reinforcement due to the opening of cracks;
- uneven subsidence of the ground on the approaches;
- unsatisfactory condition of expansion joints.

It was also found that the cement concrete of the investigated bridge corresponds to the strength class B 40 (Fig. 1-2).

For in-depth analysis of defects in pavements and structures, a survey was conducted on problem areas of the bridge by thermal imaging (Fig. 3-5).

Table 1

The results of cement concrete strength measuring with a sclerometer
(Bridge M-1. Km. 6 + 000)

Point number	1	2	3	4	5	Average	The standard deviation	Coefficient of variation
1	50	50,5	51	41	47	47,9	4,16	8,7
2	46	46	45	43	42	44,4	1,82	4,1
3	53	42	46,5	45	48,5	47	4,11	8,7
4	53	45	46,5	45,5	53	48,6	4,05	8,3
5	54	48	54	53	43	50,4	4,83	9,6
6	45	43	41	44	49	44,4	2,97	6,7
7	37,5	42,5	35	46,5	37	39,7	4,70	11,8
8	53	53	48	54	54,5	52,5	2,60	4,9
9	57	53	54	47,5	50,5	52,4	3,60	6,9
10	53	54	46	54,5	50	51,5	3,54	6,9
11	53,5	54	47	46	53	50,7	3,87	7,6
12	53	55,5	51	53	59	54,3	3,07	5,7
13	53	43	37	40	43	43,2	6,02	13,9
14	45	51	47	52	42	47,4	4,16	8,8
15	46	47	50	52	48	48,6	2,41	5,0
16	45	53	51	53	50,5	50,5	3,28	6,5
17	44	45	40	41	37	41,4	3,21	7,8
18	42	43	41	43	46	43	1,87	4,4

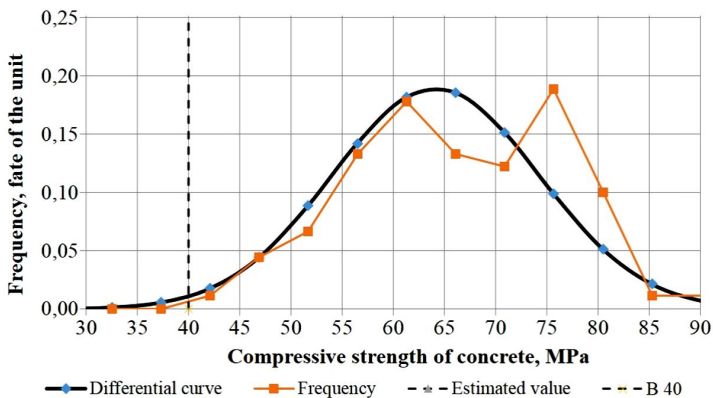


Fig. 1. Differential curve and polygon of compressive strength frequency

Histogram analysis of the pavement temperature changes on the bridge showed that the temperature difference between cement and asphalt pavement is 7-10 °C at an air temperature of 29 °C.

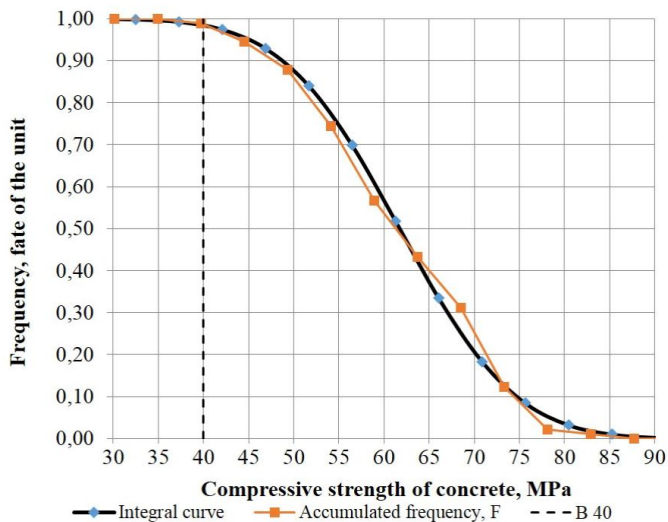


Fig. 2. Reliability curve and inverse accumulated frequency value of cement concrete compressive strength on one section

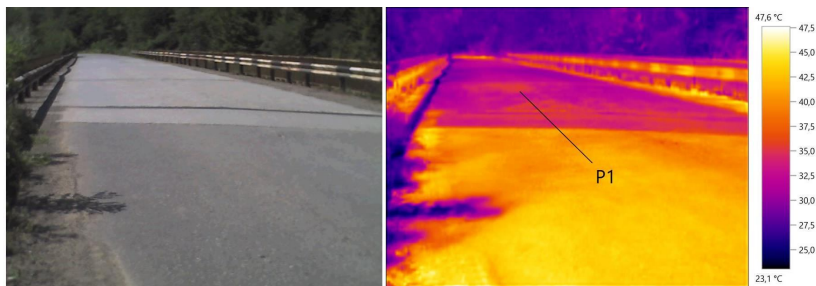


Fig. 3. General view of the M 1 bridge and thermal imaging

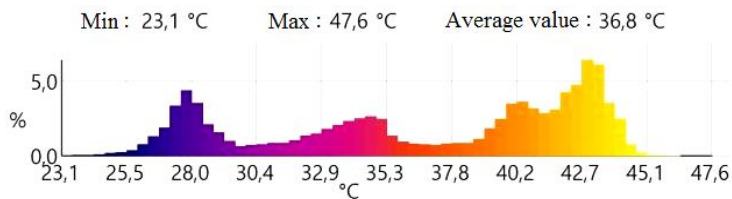


Fig. 4. Histogram of the bridge temperature changes

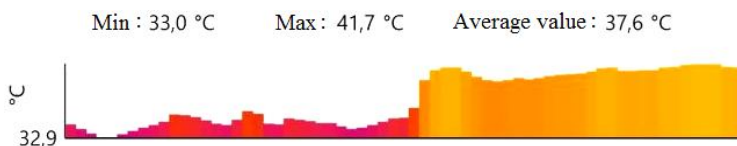


Fig. 5. Histogram of the pavement temperature changes

Thermal imaging evaluation of study local chipping in deformation joints places (Fig. 6-8) showed a significant temperature change in the seam structure and pavement.

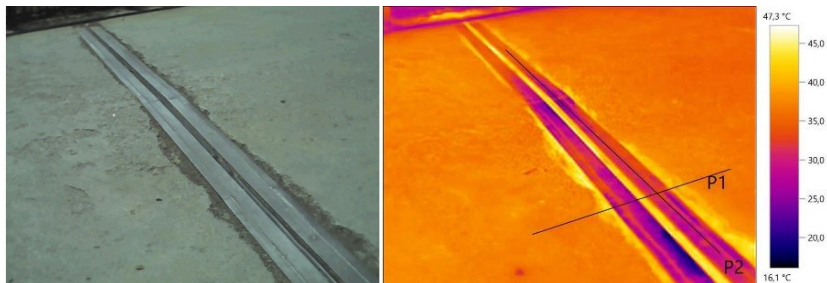


Fig. 6. General view of the expansion joint and thermal imaging

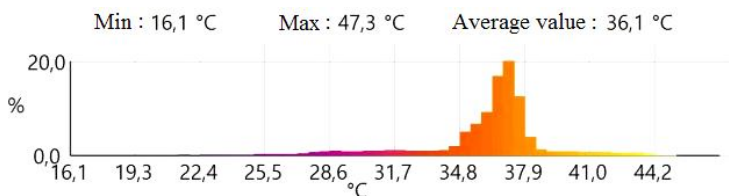


Fig. 7. Histogram of temperature changes around the expansion joint

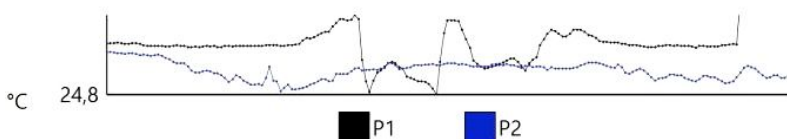


Fig. 8. Graph of temperature distribution in the directions of profile lines P1, P2

In the area of concrete pavement peeling and potholes near the seam destruction, temperature was 36°C, and the temperature inside the seam was 42°C.

Table 2

The results statistical processing of cement concrete test data, reinforced with steel in section 1

Indicator	1	2	3	4	5	6	7
Max	54,0	50,00	14,00	52,29	4,43	9,75	50,02
Min	42,0	32,00	2,00	39,00	0,98	2,10	33,49
Dimension, max-min	12,0	18,00	12,00	13,29	3,45	7,66	16,53
Average	49,75	41,13	8,63	45,54	2,96	6,63	40,69
Standart	3,64	5,16	3,32	3,89	0,99	2,42	4,96
Coefficient of variation	7,32	12,55	38,54	8,54	33,54	36,58	12,20

To determine the reliability results of study, was performed a similar instrumental and thermal imaging survey on experimental areas of cement-concrete pavement on the bridges M 07 highway Kyiv - Kovel.

The M 07 highway was reconstructed due to the unsatisfactory cement-concrete pavement condition and inconsistency of carriageway geometrical parameters. To ensure the homogeneity of the partially destroyed concrete pavement and the removal of internal stresses, the guillotine was broken into fragments. The results of statistical processing to determine the strength of cement concrete on the inspected bridges on M 07 highway are given in table. 2-3.

Table 3

The results statistical processing of cement concrete test data, reinforced with steel in section 2

Indicator	1	2	3	4	5	6	7
Max	54,0	46,00	16,00	49,50	4,67	10,50	45,68
Min	48,0	36,00	6,00	39,78	2,12	4,71	33,33
Dimension, max-min	6,0	10,00	10,00	9,72	2,55	5,79	12,35
Average	51,00	41,00	10,00	45,38	3,33	7,39	39,92
Standart	1,81	3,02	2,56	2,67	0,69	1,71	3,12
Coefficient of variation	3,55	7,35	25,58	5,88	20,85	23,09	7,81

As a result of the recalculation, it was obtained that the concrete strength of two sections is almost the same and corresponds to the strength class B 40.

Table 4

The results of statistical processing of all experimental data to determine the cement concrete strength

Indicator	Value
Max, MPa	71,73
Min, MPa	31,44
Dimension max-min, MPa	40,29
The average value of compressive strength, MPa	55,23
Standart, MPa	9,08
Coefficient of variation	16,44
Estimated value, MPa	40,33
The amount of test data	137
Intervals (Number of ranges)	8,098
Accepted Intervals n	8
Accepted step h	4,6
Compression concrete class	B 40

According to the test results, the compressive strength varies from 31.4 to 71.7 MPa. The average value of compressive strength is 40.33 MPa. With

supplies of 95%, the strength class of cement concrete in the section № 1 is installed B 40.

According to the results of the sections inspection M 07 highway, longitudinal and transverse cracks, chipped corners, protrusions, ruptures and clogging of joint seals, destruction and cracks in expansion joints, peeling and chipping of cement concrete slabs, subsidence and protrusion coverage were found on the bridges (Fig. 9-14).



Fig. 9. General view and thermal imaging joint study of cement-concrete pavement with asphalt-concrete

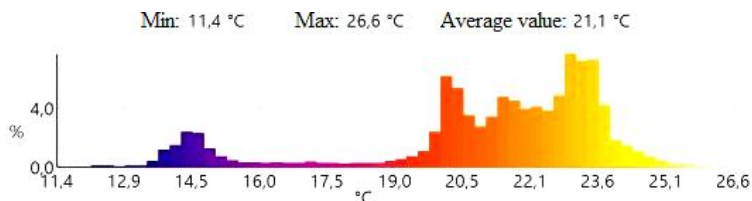


Fig. 10. Temperature changes histogram around the joint of cement-concrete pavement with asphalt-concrete

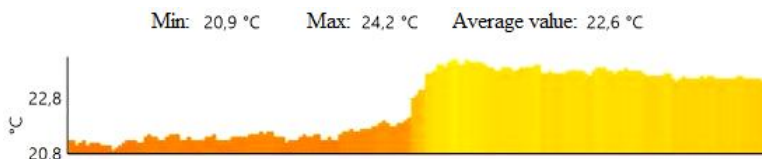


Fig. 11. Temperature changes histogram of the pavement

Analysis of research shows that the reinforced concrete slabs of bridges destruction is mainly due to the process of corrosion and loss of volume steel reinforcement working part, unsatisfactory condition of the expansion joints on the supports. On the other side, cracks occur in reinforced concrete slabs due to low resistance of concrete to bending loads, due to which steel reinforcement is exposed to aggressive environments. Structural cracks in concrete occur due to excessive loading, which leads to overstrain of the structure, and non-structural cracks occur due to internal stresses caused by thermal loads and various linear expansions of materials [3].

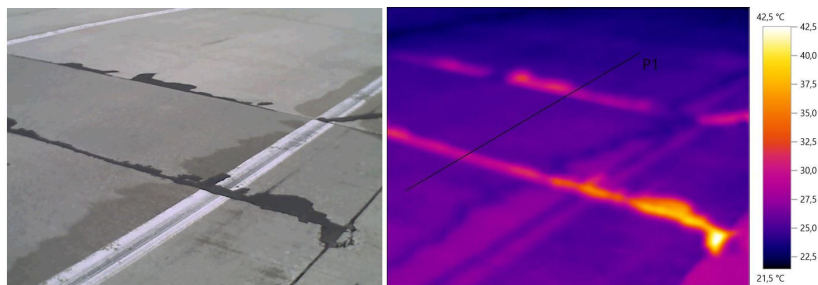


Fig. 12. General view and thermal imaging study of the compensation seam filled with mastic

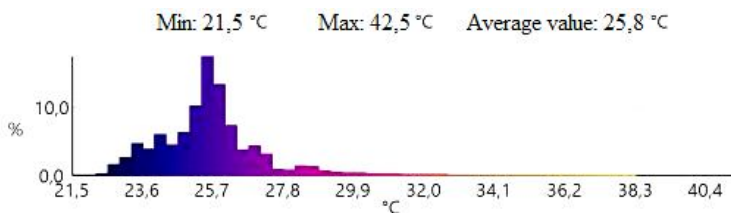


Fig. 13. Histogram of temperature changes around the compensation seam filled with mastic

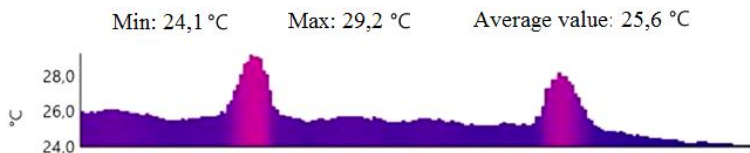


Fig. 14. Graph of temperature changes in the direction of the profile P1

To solve the research problems and determine the prospects for further research by author's team, is proposed, to use a number of methods and design solutions, such as treatment of steel reinforcement with anti-corrosion materials, use of non-metallic reinforcement and high-performance concrete. In particular, new non-corrosive materials have recently been actively sought to reinforce concrete structures, such as fibrous polymer composite (FRP), which is estimated to solve the above problem, especially in harsh environment [7].

Conclusions. According to results of visual, instrumental and thermal imaging inspection, was found that one of the main problems that causes cement concrete pavement destruction on highway road sections and on bridges is the condition of expansion joints. Therefore, at least three expansion joints without pins and gaskets must be installed in front of bridges and overpasses. Seams should be filled with highly compressible material, such as sand treated with bitumen.

On category I-III roads with embankments over 3 m high made of large fragmented soils, with embankments in swamps with partial peat, on overpasses through railways, where is expected uneven subsidence of the ground, is recommended to arrange cement-concrete pavements and reinforced concrete.

And it is established that the peeling of the protective metal reinforcement layer is caused by the phenomenon of electro-chemical corrosion. Therefore, it is advisable to use non-metallic reinforcement for cement-concrete pavement and slabs of bridges carriageway.

REFERENCES

1. Transportation for America. The Fix We're In For: The State of Our Nation's Bridges. Washington, USA, 2013. Pp.8. URL: <https://www.infrastruc tureusa.org/the-fix-were-in-for-the-state-of-our-nations-bridges-2013/>
2. *Gucunski N., Maher A., Basily B., La H., Lim R., Parvardeh H. and Keel S.-H.* Robotic platform rabbit for condition assessment of concrete bridge decks using multiple nde technologies. HDKBR INFO Magazin. Vol. 3 No. 4, 2013. Pp.5-12. URL: <https://www.researchgate.net/publication/281897822>.
3. *Amir Gheitasil and Devin K. Harris.* Effect of Deck Deterioration on Overall System Behavior, Resilience and Remaining Life of Composite Steel Girder Bridges, 2014 SEI Structures Congress, Boston, MA. URL: <https://arxiv.org/abs/1402.4180>
4. *Elói Figueiredo, Ionut Moldovan, Manuel Barata Marques.* Condition Assessment of Bridges: Past, Present and Future A Complementary Approach. Universidade Católica Editora. Pp. 199. URL:<https://www.researchgate.net/publication/260341703>
5. FRP Reinforcement for Concrete: Performance Assessment and New Construction Volume I: Sierrita De La Cruz Creek Bridge. Technical Report. GRANT: DTRT13-G-UTC45 Project Period: 10/1/2015 –6/1/16. Pp. 37. URL:<https://www.researchgate.net/publication/310843748>
6. *Koch, G.H., Payer, J.H., Brongers, M.P.H., Thompson, N.G., and Virmani, Y.P. Payer, J.H.* Corrosion Costs and Preventive Strategies in the United States. Report, National Association of Corrosion Engineers (NACE), Report No. FHWA-RD-01-156, 2002. Pp. 773. URL: <https://rosap.nrl.bts.gov/view/dot/39217>
7. *Tsybul'skiy V.M., Kharchenko A.N.* Features of sliding structures design of bridges reinforced with composite materials. Modern engineering and innovative technologies. Issue №15, Part 1. Indexed in INDEX COPERNICUS (ICV: 84.35), Germany, 2021. Pp. 75-83. DOI: 10.30890/2567-5273.2021-15-01-096
8. *Gooranorimi, O., Bradberry, T., Dauer, E., Myers, J., Nanni. A.* FRP Reinforcement for Concrete: Performance Assessment and New Construction Volume I: Sierrita De La Cruz Creek Bridge. 2016. URL: https://www.researchgate.net/publication/310843748_FRP_Reinforcement_for_Concrete_Performance_Assessment_and_New_Construction_Volume_I_Sierrita_De_La_Cruz_Creek_Bridge
9. *Gameliak I.P., Shurhaia A.H., Yakymenko Ya.M., Chyzhenko N.P., Karpiuk O.A.* Porivniannia suchasnykh dobavok dlia vysokomitsnoho dorozhnoho betonu (Comparison of modern additions is for a visokomitsnoho travelling concrete). Avtomobilni dorohy i dorozhnie budivnytstvo: Naukovo-tehnichniy zbirnyk. Vyp. 92. K.: NTU, 2014. P. 38 – 49.
10. *Gameliak I.P., Koretskiy A.S., Koretskiy S.S.* Pro neobkhdnist budivnytstva tsementobetonnykh pokryttiv v Ukraini (About the necessity of building of цементобетонних coverages for Ukraine). Avtoshliakhovyk Ukrainy 5/201. Naukovo-tehnichniy zbirnyk, 2013. P. 24 – 26.
11. *Khyshmakh M., Maylian D.R., Polskoi P.P., Bliahoz A.M.* Prochnost y deformatsiynost yzghybaemykh elementov yz tiazheloho betona, armyrovanykh stekloplastykovoï y stalnoi armaturoï (Durability and deformation of the bent elements from a heavy concrete, reinforced glass-plastic and gagers). Noveye tekhnolohy. Maikop: MHTU, 2012. Vypusk 4. P.147-152.
12. *Gameliak I.P., Koval T.I.* Udoskonalennia metodyky vyproban na vtomu betonnykh pereriziv elementiv armovanykh nemetalevoïu kompozytnoïu bazaltoplastykovoïu armaturoïu (Improvement of method of tests on the fatigues of бетонних cuts of elements reinforced by a non-metal composite basalt-plastic armature). Avtomobilni dorohy i dorozhnie budivnytstvo. Vyp. 99, 2017. P.184-201.
13. *Gameliak I.P., Koval T.I.* Matematychna model vtomnoi mitsnosti nemetalevoi sterzhnevoi armaturoy (Mathematical model of tireless durability of the non-metal cored armature). ACADEMIC JOURNAL Industrial Machine Building, Civil Engineering. Poltava: PNTU, 2017. T. 1 (43). P. 162-168. Rezhym dostupu: <http://journals.nupp.edu.ua/zn/article/view/120>.

Гамеляк І.П., Харченко А.М., Дмитриченко А.М., Цибульський В.М., Густелєв О.О.

ДОСЛІДЖЕННЯ МІЦНОСТІ ТА СТАНУ ЦЕМЕНТОБЕТИОННОГО ПОКРИТТЯ НА МОСТАХ НЕРУЙНІВНИМИ МЕТОДАМИ

В статті наведені результати визначення міцності неруйнівними методами цементобетонного покриття на мостах. За результатами дослідження побудована диференційна крива, крива надійності та обернена величина накопиченої частоти міцності на стиск цементобетону. Встановлено, що цементобетон досліджуваних об'єктів відповідає класу міцності згідно нормативних документів. Проте, за результатами візуального, інструментального та тепловізійного обстеження ділянок на мостах виявлено ряд дефектів цементобетонного покриття та плит проїзної частини, які можуть призвести до втрати міцності конструкції дорожнього одягу. Зокрема, встановлено, що руйнування обстежених залізобетонних плит мостів переважно відбувається під впливом процесу корозії та втрати об'єму робочої частини сталеві арматури, незадовільного стану компенсаційних швів на опорах. Визначено, що тріщини в залізобетонних плитах виникають через низьку стійкість бетону на згинальні навантаження, через які сталеві арматура піддається впливу агресивного зовнішнього середовища. В свою чергу доведено, що структурні тріщини в бетоні виникали через надмірне навантаження, що призвело до перенапруження конструкції, а неструктурні тріщини – внаслідок внутрішніх перенапружень, що спричинені тепловими навантаженнями та різними лінійними розширеннями матеріалів. Тепловізійним дослідженням було виявлено значну розбіжність температур в елементах конструкції дорожнього одягу, що в майбутньому призводить до руйнування цементобетонного покриття. Виявлено, що відшаровування захисного шару сталеві арматури на досліджуваних мостах спричинене явищем електро-хімічної корозії.

Аналіз досвіду влаштування цементобетонного покриття досліджуваних об'єктів дозволяє підготувати пропозиції щодо конструювання цементобетонного дорожнього одягу мостів та шляхопроводів з використанням сучасних матеріалів, зокрема, неметалевої арматури.

Ключові слова: мости, неруйнівні методи, міцність, цементобетонне покриття, тепловізійне обстеження, арматура.

Гамеляк І.П., Харченко А.Н., Дмитриченко А.Н., Цыбульский В.Н., Густелев А.А.

ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЧНОСТИ И СОСТОЯНИЯ ЦЕМЕНТОБЕТИОННОГО ПОКРЫТИЯ НА МОСТАХ НЕРАЗРУШАЮЩИМИ МЕТОДАМИ

В статье приводятся результаты определения прочности методами неразрушающими цементобетонное покрытие на мостах. По результатам исследования построена дифференциальная кривая, кривая надежности и обратная величина накопленной прочностной частоты на сжатие цементобетона. Установлено, что цементобетон изучаемых объектов соответствует классу прочности, указанному в нормативных документах. Однако по результатам обследования участков на мостах выявлен ряд дефектов цементобетонного покрытия и плит проезжей части, которые могут привести к потере прочности конструкции дорожной одежды. Тепловизионным исследованием было выявлено значительное расхождение температур в элементах конструкции дорожной одежды, что в будущем может привести к разрушению цементобетонного покрытия.

Анализ опыта устройства цементобетонного покрытия исследуемых объектов позволяет подготовить предложения по конструированию цементобетонной дорожной одежды мостов и путепроводов с использованием современных материалов, в частности, неметаллической арматуры.

Ключевые слова: мости, неразрушающие методы, прочность, цементобетонное покрытие, тепловизионное обследование, арматура.

УДК 539.3:624.21.095

Гамеляк І.П., Харченко А.М., Дмитриченко А.М., Цибульський В.М., Густелєв О.О. Дослідження міцності та стану цементобетонного покриття на мостах неруйнівними методами // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА. 2022. – Вип. 108. – С. 243-254.

У статті наводяться результати визначення міцності цементобетонного покриття на мостах неруйнівними методами.

Іл. 14. Табл. 4. Бібліогр. 13 назв.

UDC 539.3:624.21.095

Gameliak I.P., Kharchenko A.N., Dmytrychenko A.N., Tsybul'skyi V.N., Hustieliev O.O. **Research of strength and condition of cement-concrete pavement on bridges by non-destructive methods** // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles. – K.: KNUBA. 2022. – Issue 108. – P. 243-254.

The article presents the results of determining the strength of cement-concrete pavement on bridges by non-destructive methods.

Fig. 14. Tab. 4. Ref. 13.

УДК 539.3:624.21.095

Гамеляк І.П., Харченко А.Н., Дмитриченко А.Н., Цибульський В.Н., Густелєв А.А. Исследование прочности и состояния цементобетонного покрытия на мостах неразрушающими методами // Сопротивление материалов и теория сооружений. – К.: КНУБА, 2022. – Вип. 108. – С. 243-254.

В статті приводяться результати визначення міцності цементобетонного покриття на мостах неразрушаючими методами.

Іл. 14. Табл. 4. Библиогр. 13 назв.

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): доктор технічних наук, завідувач кафедри аеропортів НТУ, ГАМЕЛЯК Ігор Павлович.

Адреса: 01010 Україна, м. Київ, вул. Омеляновича-Павленка, 1, Національний транспортний університет, ГАМЕЛЯКУ Ігорю Павловичу.

Роб. тел. +38 (044) 280-70-73;

Мобільний тел.: +38 (050) 352-41-24;

E-mail: gip65n@gmail.com.

ORCID ID: <http://orcid.org/0000-0001-9246-7561>

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): доктор технічних наук, доцент кафедри Кафедра транспортногo будівництва та управління майном НТУ, ХАРЧЕНКО Анна Миколаївна.

Адреса: 01010 Україна, м. Київ, вул. Омеляновича-Павленка, 1, Національний транспортний університет, ХАРЧЕНКО Анні Миколаївні.

Роб. тел. +38 (044) 280-79-09;

Мобільний тел.: +38 (067) 255-76-68;

E-mail: anna-x3@ukr.net.

ORCID ID: <http://orcid.org/0000-0001-8166-6389>

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, доцент кафедри транспортного права та логістики НТУ, ДМИТРИЧЕНКО Андрій Миколайович.

Адреса: 01010 Україна, м. Київ, вул. Омеляновича-Павленка, 1, Національний транспортний університет, ДМИТРИЧЕНКУ Андрію Миколайовичу.

Роб. тел. +38 (044) 280-70-73;

Мобільний тел.: +38 (050) 281-60-06;

E-mail: dmytrychenkoa@gmail.com.

ORCID ID: <http://orcid.org/0000-0001-6144-7533>

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, старший викладач кафедри опору матеріалів та машинознавства НТУ, ЦИБУЛЬСЬКИЙ Віталій Миколайович.

Адреса робоча: 01010 Україна, м. Київ, вул. Омеляновича-Павленка, 1, Національний транспортний університет, ЦИБУЛЬСЬКОМУ Віталію Миколайовичу.

Адреса домашня: 02081 Україна, м. Київ, вул. Золбунівська, 11, кв.16, ЦИБУЛЬСЬКОМУ Віталію Миколайовичу

Роб. тел. +38 (044) 280-43-68;

Мобільний тел.: +38 (097) 705-88-76;

E-mail: mega.sopromat@ukr.net

ORCID ID: <http://orcid.org/0000-0003-3150-3965>

УДК 539.3

ПЕРІОДИЧНІ КОЛИВАННЯ ОБОЛОНКИ РЕЗЕРВУАРУ З РЕАЛЬНИМИ НЕДОСКОНОЛОСТЯМИ ФОРМИ ВІД ДІЇ ПОВЕРХНЕВОГО ТИСКУ

О.О. Лук'яченко,

д-р техн. наук

О.В. Костіна,

канд. техн. наук

О.М. Палій,

канд. техн. наук.

*Київський національний університет будівництва і архітектури
Повітрофлотський просп., 31, м. Київ. 03680*

DOI: 10.32347/2410-2547.2022.108.255-266

Представлено чисельний підхід до оцінки впливу реальних недосконалостей форми на власні і вимушені періодичні коливання оболонки резервуару від дії поверхневого тиску. Підхід базується на теорії і методах будівельної механіки та обчислювальних процедурах програмного комплексу скінченно-елементного аналізу NASTRAN. Досліджено зварний сталевий резервуар зі змінною по висоті товщиною. На стадії виготовлення, транспортування та експлуатації в стінці резервуара виникли недосконалості форми. В результаті теодолітної зйомки отримано фактичні радіальні та кутові відхилення точок перетину твірних із горизонтальними границями поясів резервуару. Геометрія оболонки з реальними недосконалостями форми побудована за допомогою сплайн-кривих і сплайнових поверхонь з додаванням фактичних радіальних і кутових відхилень до відповідних координат точок твірних оболонки з ідеальною поверхнею. Комп'ютерна модель резервуару представлена у вигляді циліндричної оболонки з трикутною скінченно-елементною сіткою, яка містить плоскі оболонкові елементи. Накладено обмеження на радіальні та тангенціальні переміщення вузлів верхньої кромки оболонки, вузли нижньої кромки жорстко закріплено. Періодичне навантаження подано у вигляді зовнішнього поверхневого тиску. Виконано модальний аналіз оболонки з ідеальною поверхнею і реальними недосконалостями форми за допомогою розв'язання задачі на власні значення (Normal Modes) методом Ланцоша. Виявлено, що форми власних коливань оболонки з реальними недосконалостями мають локальні деформації в місцях максимальних радіальних відхилень від вертикалі на відміну від регулярних деформацій по всіх формах коливань ідеальної оболонки. Недосконалості форми зменшили і розщепили частоти власних коливань оболонки, при цьому не вплинули на щільність їх розподілу. Досліджено перехідний процес та усталений рух періодичних коливань оболонки від дії поверхневого тиску. За допомогою методу прямого інтегрування (Direct Transient) виконано аналіз перехідного процесу. Виявлено, що за рахунок наявності недосконалостей в стінці резервуара збільшились тривалість перехідного процесу та коефіцієнт динамічності. Виконано прямий частотний аналіз усталеного відгуку оболонки на періодичне збурення (Direct Frequency) з урахуванням відповідних перших десяти форм і частот власних коливань. Виявлено значний вплив недосконалостей форми на резонансні частоти вимушених періодичних коливань і відповідні форми деформування оболонки резервуара.

Ключові слова: резервуар, циліндрична оболонка, недосконалість форми, метод скінченних елементів, періодичні коливання.

Вступ

Тонкі пружні оболонки є елементами інженерних споруд, які широко використовуються в інженерних конструкціях нафто- і газовидобувної промисловості, судо-, ракетно-, авіобудування, які повинні задовольняти підвищеним вимогам міцності і стійкості. Проте реальні оболонкові конструкції мають неминучі відхилення від ідеальної форми, викликані дефектами виготовлення, транспортування, монтажу. Початкова недосконалість форми оболонок в процесі експлуатації змінюється і кількісно збільшується, що може призвести до катастрофічних наслідків: втрати міцності і стійкості конструкції, виникнення специфічних явищ в динамічній поведінці, особливо від дії інтенсивних навантажень.

На сьогоднішній момент існують як класичні аналітичні підходи до вирішення проблеми врахування недосконалостей форми в дослідженнях міцності і стійкості оболонок, так і їх комбінації з чисельними методами [1-6]. Застосування аналітичних методів значно звужує коло досліджень. Сучасні обчислювальні комплекси скінченно-елементного аналізу [7], використовуючи методи будівельної механіки, математичної фізики і механіки твердого деформованого тіла, дозволяють задавати недосконалості форми оболонок в довільній формі, виконувати складні обчислювальні розрахунки великих об'ємів з достатньою точністю.

Огляд літератури з даної тематики [4-6] і отримані авторами результати попередніх досліджень [8-18] підтвердили істотний вплив геометричних недосконалостей форми на статичні і динамічні характеристики тонких оболонок та виявили недостатньо вивченими питання впливу реальних і змодельованих геометричних недосконалостей тонких оболонок на їх динамічну поведінку в просторово-часовому і частотно-часовому просторах.

В статті на основі методу скінченних елементів та обчислювальних процедур, які реалізовано в програмному комплексі NASTRAN [19], досліджено вплив реальних недосконалостей форми на власні і вимушені періодичні коливання оболонки резервуара від дії поверхневого тиску.

1. Скінченно-елементне моделювання реальних недосконалостей форми оболонки резервуару

Розглянута оболонка резервуару радіусом $R_{cp}=19,966$ м, висотою $H=17,88$ м та змінною по висоті через кожні 1,49 м товщиною: 15,94, 14,54, 14,03, 11,63, 10,36, 9,30, 8,63, 7,36, 7,40, 7,53, 7,90, 7,80 (мм). Стінка оболонки виготовлена із сталі з механічними характеристиками: $E=2,06 \cdot 10^{11}$ Па, $\mu=0,3$ і $\rho=7800$ кг/м³. Обмеження радіальних та тангенціальних переміщень накладені на вузли верхньої кромки оболонки, вузли нижньої кромки жорстко закріплені.

На стадії виготовлення, транспортування та експлуатації резервуара протягом 10 років у стінці оболонки резервуара виникли геометричні недосконалості форми. В результаті теодолітної зйомки отримано фактичні радіальні (мм) та кутові відхилення (град) точок перетину твірних з горизонтальними границями поясів резервуару, які на рис. 1 подано у вигляді ізополів їх розподілу по поверхні стінки оболонки.

Геометрія оболонки з реальними недосконаlostями побудована в програмному комплексі NASTRAN [19] за допомогою сплайн-кривих і сплайн-поверхонь з додаванням відхилень твірних оболонки до відповідних координат оболонки з ідеальною поверхнею. На рис. 2 представлена модель оболонки у вигляді трикутної скінченно-елементної сітки з 4200 вузлами та 8064 скінченними плоскими оболонковими елементами, радіальні відхилення оболонки від вертикалі якої подано в масштабі 20:1.

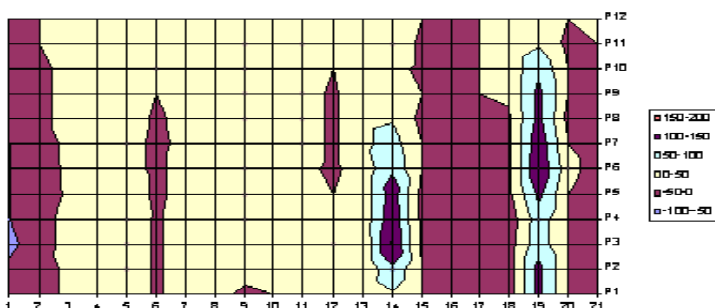


Рис. 1. Ізополя розподілу радіальних відхилень (мм) від вертикалі по поверхні стінки оболонки резервуару

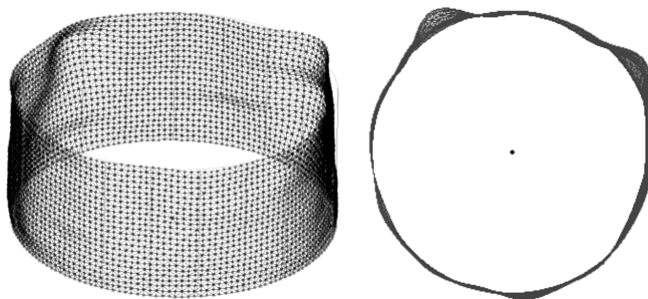


Рис. 2. Скінченно-елементна модель оболонки з візуалізацією реальних недосконалостей форми в масштабі 20:1

2. Оцінка впливу реальних геометричних недосконалостей оболонки на частоти і форми власних коливань

Частоти і форми власних коливань оболонки резервуару з ідеальною поверхнею і реальними недосконалостями форми визначено за допомогою розв'язання задачі на власні значення (*Normal Modes*) методом Ланцоша, яка реалізована в програмному комплексі NASTRAN.

В табл. 1 наведено значення частот (Гц) та відповідна кількість півхвиль в радіальному і повздовжньому напрямках оболонки без і з реальними недосконалостями по кожній формі власних коливань.

Частоти власних коливань оболонки з реальними недосконалостями форми максимально відрізняються на 17% від відповідних частот оболонки з ідеальною поверхнею. Форми власних коливань ідеальної

оболонки мають регулярні деформації в радіальному напрямку з різною кількістю півхвиль (рис. 3(а)), з реальними недоскональностями – деформації з локалізацією в місцях максимальних реальних відхілень від вертикалі (рис. 3(б)). Вздовж твірної форми власних коливань оболонки з ідеальною поверхнею мають одну півхвилю, оболонка з реальними недоскональностями – локальні деформації.

Таблиця 1

Частоти власних коливань оболонки з ідеальною поверхнею та реальними недоскональностями форми

Номер частоти	Частоти власних коливань оболонки	
	з ідеальною поверхнею	з реальними недоскональностями
1	<u>3,113841</u>	<u>2,578259</u>
2	19/1	*
3	<u>3,135779</u>	<u>2,589879</u>
4	20/1	<u>2,816748</u>
5	<u>3,145172</u>	<u>2,928362</u>
6	18/1	<u>2,93715</u>
7	<u>3,202964</u>	<u>3,024551</u>
8	21/1	<u>3,028315</u>
9	<u>3,237710</u>	<u>3,034186</u>
10	17/1	<u>3,040748</u>

Частота власних коливань оболонки, Гц
Кількість півхвиль в радіальному / повздовжньому напрямках.
* – Локальні деформації.

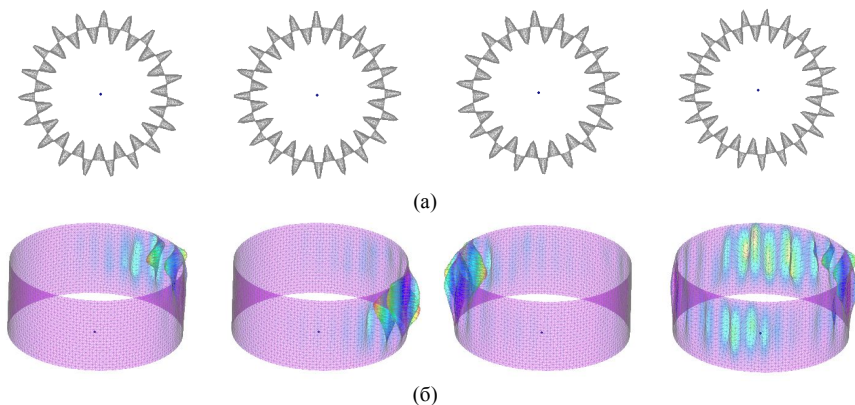


Рис. 3. Форми власних коливань оболонки (1, 3, 5, 8) з ідеальною поверхнею (а) і реальними недоскональностями форми (б)

3. Вплив недосконалостей форми на періодичні коливання оболонки від дії поверхневого тиску

Виконано два види динамічного аналізу вимушених періодичних коливань оболонки резервуара без і з недосконалостями форми від дії поверхневого тиску, які дозволили дослідити перехідний процес та усталений відгук оболонки (переміщень, напружень, прискорень та інш.) від частоти збурення. Аналіз перехідного процесу виконано за допомогою методу прямого інтегрування (*Direct Transient*), який реалізовано в програмному комплексі NASTRAN [19].

Для оболонки з ідеальною поверхнею періодичне збурення прийнято амплітудою $q_0 = 1200$ Па, яка наближена до значення критичного статичного поверхневого тиску $q_{cr} = 1219$ Па. Для оболонки з реальними недосконалостями амплітуда періодичного збурення прийнята $q_0^{imp} = 610$ Па, що складає $0,73 q_{cr}^{imp}$, де $q_{cr}^{imp} = 834$ Па є критичним значенням статичного навантаження. Збурення з амплітудою $0,73 q_{cr}^{imp} < q_0 \approx q_{cr}^{imp}$ викликає в оболонці нестійкий рух.

В дослідженнях перехідного процесу методом прямого інтегрування задано коефіцієнт конструкційного демпфірування $G = 0,04$. Початкова фаза коливань прийнята нульовою. Криві залежності максимальних сумарних переміщень (м) вузлів моделі оболонки з ідеальною поверхнею і реальними недосконалостями від часу (с), представлені відповідно на рис. 4(а) і рис. 4(б).

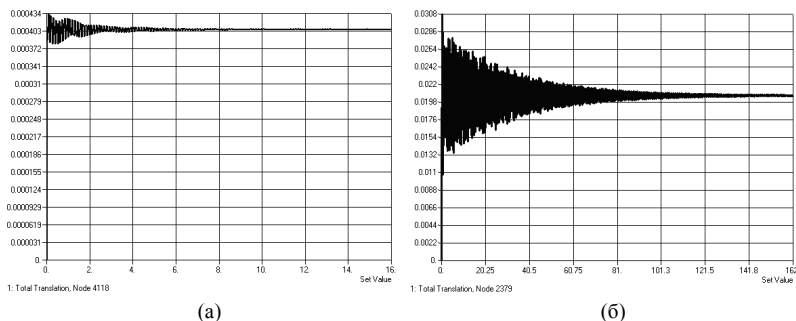


Рис. 4. Криві залежності максимальних сумарних переміщень (м) вузлів моделей оболонки з ідеальною поверхнею (а) і реальними недосконалостями форми (б) від часу

Аналіз отриманих результатів показав, що тривалість перехідного процесу оболонки з ідеальною поверхнею, яка склала $t_{trans} = 13$ с, значно менша за тривалість перехідного процесу оболонки з реальними недосконалостями $t_{trans}^{imp} = 151$ с. Максимальні сумарні переміщення вузлів моделей оболонки без і з реальними недосконалостями форми на початку перехідного процесу відповідно склали 0,43 мм і 30,8 мм.

Коефіцієнт динамічності, який обчислено за максимальними еквівалентними напруженнями (МПа) в елементах моделей оболонки наприкінці перехідного процесу і при статичній дії навантаження, склав

$$K_{\text{trans}} = \frac{\sigma_{\text{dyn}}}{\sigma_{\text{st}}} = \frac{3,336}{1,668} = 2,01 \text{ для оболонки з ідеальною поверхнею і}$$

$$K_{\text{trans}}^{\text{imp}} = \frac{\sigma_{\text{dyn}}}{\sigma_{\text{st}}} = \frac{18,959}{5,708} = 3,32 - \text{з реальними недосконаlostями.}$$

Форми деформування оболонки з реальними недосконаlostями форми в різний момент часу перехідного процесу представлено на рис. 5.

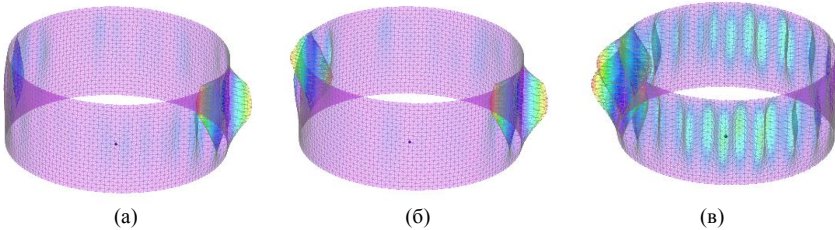


Рис. 5. Форми деформування оболонки з реальними недосконаlostями форми в момент часу: $t=[0,4$ (а); 16 (б); 151(в)]с

Прямий частотний аналіз усталеного відгуку на періодичне збурення (*Direct Frequency*) виконано з використанням отриманих в розрахунках перших десяти форм і частот власних коливань оболонки (табл. 1). В розрахунках враховано коефіцієнт конструкційного демфірування $G = 0,04$. На рис. 6(а) наведені криві залежності максимальних вузлових переміщень (м) від частоти (Гц) періодичного збурення для оболонки з ідеальною поверхнею, на рис. 6(б) – з реальними недосконаlostями.

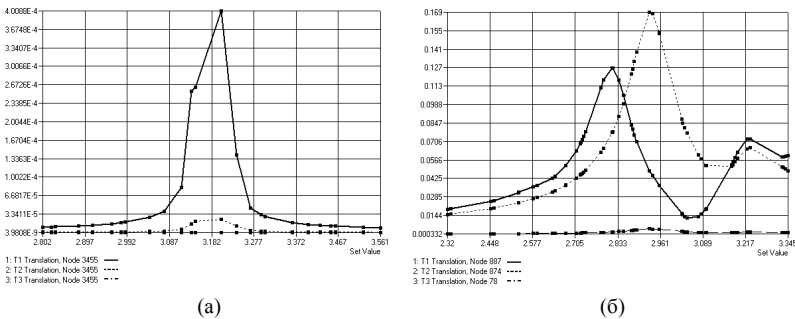


Рис. 5. Криві залежності максимальних радіальних переміщень(м) вузлів моделі оболонки без (а) і з реальними (б) недосконаlostями форми від частоти збурення (Гц)

В оболонці з ідеальною поверхнею максимальні радіальні вузлові переміщення спостерігалися на частотах збурення, які наближені до восьмої частоти власних коливань оболонки, відповідна власна форма якої має максимальну кількість півхвиль в радіальному напрямку (табл. 1). У

випадку наявності в оболонці реальних недосконалостей спостерігається різке зростання максимальних радіальних переміщень вузлів оболонки на частотах збурення, що наближені до четвертої та п'ятої частот власних коливань оболонки з локальними деформаціями в стінці.

Висновок. Формування скінченно-елементної моделі резервуару з урахуванням фактичних радіальних і кутових відхилень від ідеальної форми та представлений чисельний підхід дозволив дослідити динамічні характеристики періодичних коливань оболонки резервуару від дії поверхневого тиску, оцінити вплив реальних недосконалостей форми на частоти і форми власних коливань, перехідний процес та усталені вимушені коливання оболонки. Виявлено, що реальні геометричні недосконалості стінки резервуару зменшили частоти власних коливань на 17%, істотно змінили форми коливань оболонки, які набули вигляду локальних деформацій, збільшили тривалість перехідного процесу та коефіцієнт динамічності, змінили резонансні частоти і відповідні форми формування вимушених періодичних коливань.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Hunt G.M.* Imperfection and near-coincidence for symmetric bifurcations // New York Academy of Sciences. Bifurcation theory and applications in scientific disciplines. Ann. N. Y. Acad. Sci., 1977. – Vol. 316. – P. 572-589.
2. *Рикардс Р.Б.* Метод конечных элементов в теории оболочек и пластин. – Рига: Зинатне, 1988. – 284 с.
3. *Григоренко Я.М., Гуляев В.И.* Нелинейные задачи теории оболочек и методы их решения (обзор) // Прикладная механика, 1991. – Т. 27, №10. – С. 3-23 с.
4. *Гудрамович В.С.* Особенности нелинейного деформирования и критические состояния оболочечных систем с геометрическими несовершенствами // Прикладная механика, 2006. – Т. 42, № 12. – С. 32-47.
5. *Гавриленко Г.Д.* Несущая способность несовершенных оболочек. Моногр. Ин-т механики им. С.П.Тимошенко НАН Украины, 2007. – 294с.
6. *Nguyen Dinh Duc, Hoang Thi Thiem.* Dynamic Analysis of Imperfect FGM Circular Cylindrical Shells Reinforced by Stiffener System Using Third Order Shear Deformation Theory in Term of Displacement Components // Latin American Journal of Solids and Structures, 2017, Vol. 14. – P. 2534-2570.
7. *Лук'янченко О.О.* Розв'язання проблеми надійності і безпеки оболонкових структур з недосконалостями форми методами обчислювальної механіки. – Київ: Вид-во „Каравела”, 2019. – 197 с.
8. *Bazhenov V.A., Lukianchenko O.A., Kostina E.V., Geraschenko O.V.* Probabilistic Approach to Determination of Reliability of an Imperfect Supporting Shell // Strength of Materials, 2014. – Vol. 46, №4. – P. 567-574.
9. *Bazhenov V.A., Lukianchenko O.O., Kostina O.V.* Investigation of Static and Dynamic Characteristics of Complex Thin-Walled Shell Structure with Cracks // Strength of Materials, 2016. – Vol. 48, №3. – P. 401-410.
10. *Bazhenov V.A., Lukianchenko O.A., Vorona Yu.V., Kostina E.V.* Stability of the parametric vibrations of a shell in the form of a hyperbolic paraboloid // Internat. Appl. Mech., 2018. – Vol. 54, №3. – P. 274-286.
11. *Bazhenov V.A., Lukiyanchenko O.O., Kostina O.V.* Definition of the failure region of the oil tank with wall imperfections in combined loading // Strength of Materials and Theory of Structures, 2018. – Вып. 100, С. 27-39.

12. Лук'яненко О.О., Палій О.М. Чисельне моделювання стійкості параметричних коливань тонкостінної оболонки від'ємної гаусової кривизни // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн., К.: КНУБА, 2018. – Вип. 101, С. 45-59.
13. Lukianchenko O., Kostina O. The finite Element Method in Problems of the Thin Shells Theory, LAP LAMBERT Academic Publishing, 2019. – 134 p.
14. Лук'яненко О.О., Ворона Ю.В., О.В.Костіна, М.О. Вабищевич, О.М.Палій Надійність тонких оболонок з реальними недосконаlostями форми // Вісник КПІ. Серія Приладобудування, 2019. – Вип. 58(2). – С. 34-40.
15. Палій О.М., Лук'яненко О.О. Частотний аналіз відгуку гіперболічного параболоїда на періодичне повздовжнє навантаження // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2019. – Вип. 102, С. 199-206.
16. Lukianchenko O.O. Application of stiffness rings for improving of operating reliability of the tank with shape imperfections // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientificand-technical collected articles. – К.: KNUBA, 2020. – Issue 104. – P. 244-256.
17. Bazhenov V.A., Lukianchenko O.A., Vorona Yu.V., Vabyshcheych The influence of shape imperfections on the stability of thin spherical shells // Strength of Materials, 2021. – Vol. 53, №6. – P. 842-850.
18. Лук'яненко О.О., Бурай Н.І., Геращенко О.В., Костіна О.В. Частоти і форми власних коливань захисної ємності резервуара з дефектами зварних швів при статичній дії осьового навантаження // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2021. – Вип. 107. – С. 103-119.
19. Рудаков К.Н. FEMAP 10.2.0. Геометрическое и конечно-элементное моделирование конструкций. – К: НТТУ КПИ, 2011. – 317 с.

REFERENCES

1. Hunt G.M. Imperfection and near-coincidence for symmetric bifurcations // New York Academy of Sciences. Bifurcation theory and applications in scientific disciplines. Ann. N. Y. Acad. Sci., 1977. – Vol. 316. – P. 572-589.
2. Rikards R.B. Metod konechnykh elementov v teoryu obolochek y plastyn [The Finite Element Method in the theory of shells and plates]. – Ryha: Zynatne, 1988. – 284 s.(rus).
3. Grigorenko Ya.M., Guliaev V.I. Nelyneinye zadachy teoryu obolochek y metody ykh resheniya (obzor) [Nonlinear tasks of theory of shells and methods of their decision (review)] // Prykladnaia mekhanika, 1991. – T. 27, №10. – S. 3-23 s.(rus).
4. Gudramovych V.S. Osobennosti nelyneinoho deformirovaniya y krytycheskye sostoiانيا obolochechnykh system s heometrycheskymy nesovershenstvamy [Features of nonlinear deformation and critical conditions of the оболочечных systems with geometrical imperfections] // Prykladnaia mekhanika, 2006. – T. 42, № 12. – S. 32-47 (rus).
5. Gavrilenko H.D. Nesushchaia sposobnost nesovershennykh obolochek [Bearing strength of imperfect shells]. Monohr. Yn-t mekhaniky ym. S.P.Tymoshenko NAN Ukrainy, 2007. – 294s.(rus).
6. Nguyen Dinh Duc, Hoang Thi Thiem. Dynamic Analisis of Imperfect FGM Circular Cylindrical Shells Reinforced by Stiffener System Using Third Order Shear Deformation Theory in Term of Displacement Components // Latin American Journal of Solids and Structures, 2017, Vol. 14. – P. 2534-2570.
7. Lukianchenko O.O. Rozviazannia problemy nadinosti i bezpeky obolonkovykh struktur z nedoskonalostiamy formy metodamy obchysluvalnoi mekhaniky [Decision of problem of reliability and safety of shell structures with shape imperfections by the methods of calculable mechanics]. – Kyiv: Vyd-vo „Karavela”, 2019. – 197 s (ukr).
8. Bazhenov V.A., Lukianchenko O.A., Kostina E.V., Geraschenko O.V. Probabilistic Approach to Determination of Reliability of an Imperfect Supporting Shell // Strength of Materials, 2014. – Vol. 46, №4. – P. 567-574.
9. Bazhenov V.A., Lukianchenko O.O., Kostina O.V. Investigation of Static and Dynamic Characteristics of Complex Thin-Walled Shell Structure with Cracks // Strength of Materials, 2016. – Vol. 48, №3. – P. 401-410.

10. *Bazhenov V.A., Lukianchenko O.A., Vorona Yu.V., Kostina E.V.* Stability of the parametric vibrations of a shell in the form of a hyperbolic paraboloid // *Internat. Appl. Mech.*, 2018. – Vol. 54, №3. – P. 274-286.
11. *Bazhenov V.A., Lukianchenko O.O., Kostina O.V.* Definition of the failure region of the oil tank with wall imperfections in combined loading // *Strength of Materials and Theory of Structures*, 2018. – Issue 100, C. 27-39.
12. *Lukianchenko O.O., Paliy O.M.* Chyselne modeliuвання stiikosti parametrychnykh kolyvan tonkostinnoi obolonky vidiemnoi hausovoi kryvyznyi [Numerical design of vibrations stability of the thin-walled shell with negative raycovoї curvature] // *Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-техн. збірн., К.: KNUBA*, 2018. – Вип. 101, S. 45-59 (ukr).
13. *Lukianchenko O., Kostina O.* The finite Element Method in Problems of the Thin Shells Theory, LAP LAMBERT Academic Publishing, 2019. – 134 p.(ukr).
14. *Lukianchenko O.O., Vorona Yu.V., Kostina O.V., Vabyshecheych M.O., Paliy O.M.* Nadiinist tonkykh obolonok z realnykh nedoskonalostiamy formy [Reliability of thin shells with real shape imperfections] // *Visnyk KPI. Seriii Pryladobuduvannya*, 2019. – Вип. 58(2). – S. 34-40 (ukr).
15. *Paliy O.M., Lukianchenko O.O.* Chastotnyi analiz vidhuku hiperbolichnoho paraboloida na periodychnne povzdovzhnie navantazhennia [Frequency analysis of response of hyperbolic paraboloid on the periodic longitudinal loading] // *Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-техн. збірн. – К.: KNUBA*, 2019. – Вип. 102, S. 199-206 (ukr).
16. *Lukianchenko O.O.* Application of stiffness rings for improving of operating reliability of the tank with shape imperfections // *Strength of Materials and Theory of Structures: Scientificand-technical collected articles. – К.: KNUBA*, 2020. – Issue 104. – P. 244-256.
17. *Bazhenov V.A., Lukianchenko O.O., Vorona Yu.V., Vabyshecheych M.O.* The influence of shape imperfections on the stability of thin spherical shells // *Strength of Materials*, 2021. – Vol. 53, №6. – P. 842-850.
18. *Rudakov K.N.* FEMAP 10.2.0. Heometrycheskoe y konechno-elementnoe modelyrovanye konstruksiyi [Geometrical and finite-element design of constructions]. – К: NTTU KPY, 2011. – 317 s.(rus).
19. *Lukianchenko O.O., Bourau N.I., Geraschenko O.V., Kostina O.V.* Chastoty i formy vlasnykh kolyvan zakhysnoi yemnosti rezervuara z defektamy zvarnykh shviv pry statychnii dii osovoho navantazhennia [Natural frequencies and forms of protective capacity of reservoir with the weld defects under the static action of axial loading] // *Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-техн. збірн. – К.: KNUBA*, 2021. – Вип. 107. – S. 103-119 (ukr).

Стаття надійшла 18.05.2022

Lukianchenko O.O., Kostina O.V., Paliy O.M.

PERIODIC VIBRATIONS OF RESERVOIR SHELL WITH THE REAL SHAPE IMPERFECTIONS UNDER PRESSURE

The numeral approach to analysis of influence the real shape imperfections on natural and forced periodic vibrations of reservoir shell under pressure was presented. The approach was based on a theory and the methods of structural mechanics and calculable procedures of finite-element software complex NASTRAN. The welded steel reservoir with a variable thickness along its height was investigated. On the manufactured stage, transporting and exploiting the defects of wall shape were formed. The actual radial and angular deviations of the reservoir belts as a result measurements by theodolite were got. Geometry of shell with the real shape imperfections by spline curves and spline surfaces with adding of factual radial and angular rejections to the proper coordinates of points formative shells with an ideal surface was built. Model of reservoir in the form of a cylindrical shell with a three-cornered finite-element net was presented. The limits on the radial and tangential displacements of top edge nodes were entered, the nodes of lower edge were fastened. The periodic loading as external pressure was given. The modal analysis of shell without and with real shape imperfections by the decision of task on natural vibrations (Normal

Modes) by the Lanczos method was executed. It was discovered that the natural forms of shell with real shape imperfections had local deformations in the places of maximal radial deviations from a vertical line unlike regular deformations in all natural forms of ideal shell. Natural frequencies were decreased and were slit and there wasn't influence on its dense distribution due to the presence of shell shape imperfections. A transient and forced periodic vibrations of shell under pressure were investigated. Analysis of transient was executed by the method of direct integration (Direct Transient). The presence of shape imperfections in the shell wall influenced the increase of the transient duration and the dynamic coefficient. The direct frequency analysis of shell response on periodic loading (Direct Frequency) was executed taking into account the proper ten first forms and frequencies of natural vibrations. Significant influence of the shell shape imperfections on the resonant frequencies of the forced periodic vibrations and corresponding form of deformation was discovered.

Keywords: reservoir, cylinder shell, shape imperfections, finite-element method, periodic vibrations.

Лукьянченко О.А., Костина Е.В., Палий О.Н.

ПЕРИОДИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ ОБОЛОЧКИ РЕЗЕРВУАРА С РЕАЛЬНЫМИ НЕСОВЕРШЕНСТВАМИ ФОРМЫ ПРИ ПОВЕРХНОСТНОМ ДАВЛЕНИИ

Представлен численный подход к оценке влияния реальных недосконалостей формы оболочки резервуара на собственные и вынужденные периодические колебания от действия поверхностного давления. Подход базируется на теории и методах строительной механики и вычислительных процедурах программного комплекса конечно-элементного анализа NASTRAN. Исследован сварной стальной резервуар с переменной по высоте толщиной. На стадии изготовления, транспортировки и эксплуатации в стенке резервуара возникли несовершенства формы. В результате теодолитной съемки получены фактические радиальные и угловые отклонения точек пересечения образующих с горизонтальными границами поясов резервуара. Геометрия оболочки с реальными недосконалостями формы построена с помощью сплайновых кривых и сплайновых поверхностей с добавлением фактических радиальных и угловых отклонений к соответствующим координатам точек образующих оболочки с идеальной поверхностью. Компьютерная модель резервуара представлена в виде цилиндрической оболочки с треугольной конечно-элементной сеткой, которая содержит плоские оболочечные элементы. Введены ограничения на радиальные и тангенциальные перемещения узлов верхней кромки оболочки, узлы нижней кромки жестко закреплены. Периодическая нагрузка подана в виде внешнего поверхностного давления. Выполнен модальный анализ оболочки с идеальной поверхностью и реальными недосконалостями формы с помощью решения задачи на собственные значения (Normal Modes) методом Ланцоша. Обнаружено, что формы собственных колебаний оболочки с реальными недосконалостями имеют локальные деформации в местах максимальных радиальных отклонений от вертикали в отличие от регулярных деформаций по всем формам колебаний идеальной оболочки. Несовершенства формы уменьшили и расщепили частоты собственных колебаний оболочки, при этом не повлияли на плотность их распределения. Исследован переходный процесс и установившиеся периодические колебания оболочки от действия поверхностного давления. С помощью метода прямого интегрирования (Direct Transient) выполнен анализ переходного процесса. Обнаружено, что за счет наличия недосконалостей в стенке резервуара увеличилась длительность переходного процесса и коэффициент динамичности. Выполнен прямой частотный анализ установившихся отклика оболочки на периодическое возмущение (Direct Frequency) с учетом соответствующих первых десяти форм и частот собственных колебаний. Обнаружено значительное влияние реальных несовершенств на резонансные частоты вынужденных периодических колебаний и соответствующие формы деформирования оболочки.

Ключевые слова: резервуар, цилиндрическая оболочка, несовершенство формы, метод конечных элементов, периодические колебания.

УДК 539.3

Лук'янченко О.О., Костіна О.В., Палій О.М. Періодичні коливання оболонки резервуару з реальними недосконаlostями форми від дії поверхневого тиску // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2022. – Вип. 108. – С. 255-266.

Досліджено вплив реальних геометричних недосконаlostей стінки резервуару на частоти і форми власних коливань, перехідний процес та усталені періодичні коливання оболонки резервуару від дії поверхневого тиску.

Табл. 1. Ил. 5. Библиогр. 19 назв.

UDC 539.3

Lukianchenko O.O., Kostina O.V., Paliy O.M. Periodic vibrations of reservoir shell with the real shape imperfections under pressure // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-&Technical collected articles – Kyiv: KNUBA, 2022. – Issue 108. – P. 255-266.

Influence of the actual geometrical imperfections of reservoir wall on its frequencies and forms of the natural vibrations, transient and steady periodic vibrations of shell reservoir under pressure were investigated.

Tabl. 1. Fig. 5. Ref. 19.

УДК 539.3

Лук'янченко О.А., Костіна Е.В., Палій О.Н. Периодические колебания оболочки резервуара с реальными несовершенствами формы при поверхностном давлении // Сопротивление материалов и теория сооружений: науч.-тех. сборн. – К.: КНУСА, 2022. – Вип. 108. – С. 255-266. – Укр.

Исследовано влияние реальных геометрических несовершенств стенки резервуара на частоты и формы собственных колебаний, переходной процесс и установившиеся периодические колебания оболочки резервуара при действии поверхностного давления.

Табл. 1. Ил. 5. Библиогр. 19 назв.

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): доктор технічних наук, провідний науковий співробітник НДІ будівельної механіки КНУБА, професор кафедри теоретичної механіки КНУБА, ЛУК'ЯНЧЕНКО Ольга Олександрівна.

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, ЛУК'ЯНЧЕНКО Ользі Олександрівні.

Робочий тел.: +38(044) 241-54-20.

Мобільний тел.: +38(095) 727-18-25.

E-mail: lukianchenko.oo@knuba.edu.ua, lukianch0907@meta.ua

ORCID ID: <http://orcid.org/0000-0003-1794-6030>

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, доцент кафедри будівельної механіки КНУБА, старший науковий співробітник НДІ будівельної механіки КНУБА, КОСТИНА Олена Володимирівна.

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, КОСТИНІЙ Олені Володимирівні.

Робочий тел.: +38(044) 241-54-20.

Мобільний тел.: +38(098) 275-19-93.

E-mail: kostina.ov@knuba.edu.ua

ORCID ID: <http://orcid.org/0000-0002-6692-6231>

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, доцент кафедри теоретичної механіки КНУБА, ПАЛІЙ Оксана Миколаївна.

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, ПАЛІЙ Оксані Миколаївні.

Робочий тел.: +38(044) 241-55-72.

Мобільний тел.: +38(067) 236-39-85.

E-mail: paliy.oxana@gmail.com

ORCID ID: <http://orcid.org/0000-0001-5958-4862>

UDC 621.87

**THE DYNAMIC ANALYSIS OF THE JOINT TROLLEY MOVEMENT
AND HOISTING MECHANISM IN THE TOWER CRANE****V. S. Loveikin¹,**

Doctor of Technical Science, Professor

Yu.A. Romasevich¹,

Doctor of Technical Science, Professor

L.S. Shymko¹,

Ph.D (Technical Sciences), Associate Professor

Yu.V. Loveikin²,

Ph.D (Physical and Mathematical Sciences), Associate Professor

K. I. Pochka³,

Doctor of Technical Science, Professor

¹*National University of Life and Environmental Sciences of Ukraine
15, Heroiv Oborony St., Kyiv, Ukraine, 03041*²*Taras Shevchenko National University of Kyiv
64/13, Volodymyrska Street, City of Kyiv, Ukraine, 01601*³*Kyiv National University of Construction and Architecture
31, Povitroflotsky Ave., Kyiv, Ukraine, 03037*

DOI: 10.32347/2410-2547.2022.108.267-282

The dynamic model of joint movement of mechanisms has been developed, which takes into account the main movement of drive mechanisms and oscillating movement of the load on a flexible suspension and links of mechanisms with elastic properties. A mathematical model of the motion of mechanisms is constructed on the basis of a dynamic model. For a specific jib system of the tower crane, dynamic calculations were performed. According to the results of the calculations, a dynamic analysis of the joint trolley movement and hoisting mechanism was carried out. The analysis revealed significant dynamic and energy overloads of mechanisms during transients (start, braking) and the presence of high-frequency oscillations in the links with elastic properties and low-frequency oscillations of the load on a flexible suspension.

Keywords: dynamic, analysis, tower crane, joint movement, hoisting mechanism, hook blocks, load, optimization.

Introduction

In real tower cranes operation conditions for the purpose of productivity increase of performance of load operations the combination of simultaneous use of several mechanisms is carried out. So, for example, simultaneous use of trolley and hoisting mechanism, and also other mechanisms can be used. However, at the same time, especially when performing transients (start, braking), the elements of the drive mechanisms and the design of the crane increase the dynamic loads, which reduce the reliability of the crane as a whole and its individual mechanisms.

Therefore, there is a need for research on the dynamics of motion in the joint work of mechanisms. The most common are the combination of the

lifting mechanism with other mechanisms of the crane (changes of departure, rotation and movement).

In this regard, we will conduct a dynamic analysis of the joint operation of the trolley and hoisting mechanism, as during the operation of these mechanisms there are significant high-frequency oscillations of the drive elements and low-frequency oscillations of the load on the flexible suspension.

Thus, the task of establishing dynamic loads during the operation of the trolley and hoisting mechanism is relevant, as it reflects the real operating conditions of tower cranes.

Analysis of publications

Most of the authors have investigated the dynamic, kinematic, moving and hoisting mechanisms, energetic, electric processes, durability, and vibration, which take place in the different types of cranes and hoisting machines including tower cranes [1-8].

The scientists [9] created a mathematical movement model of the cart with loaded block pulley in hoisting machines and simulated a dynamic pulley block model using software and concluded that by neglecting the mass variation and the rope rigidity of the block, could simplify the dynamics of the modeling block pulley in hoisting cranes.

The purpose of the paper [10-11] is a dynamic identification of the tower crane's laboratory model and the development of the controller of the cart position along the jib, along with, the damping payload oscillations in the x -line.

In the scientific paper [12] the dynamics of the joint movement of both the crane slewing and cart moving mechanisms are investigated. Research objects overloads of exceeding admissible values are revealed as well as a load of spatial fluctuations.

With the object of cutting the oscillations of the load on the flexible suspension, some optimization tasks have been solved [13-14]. The investigators used a complex dynamic integral criterion for solving a problem of cutting load oscillations during the operation of the tower crane slewing mechanism.

In the paper [14] a particle swarm method for numerically solving optimization problems was used. The authors make a mathematical model that solves by method of time optimal control, and can be integrated analytically.

The scientific article [15] describes the methodology of laboratory research of samples of drive systems with energy-saving permanent-magnet electric motors, for modern construction cranes operation. The elements of the crane drive system were also experimentally checked and their compliance with the current standards was confirmed. And to do this necessary software that simulated the control the dynamometer as well as the load per crane was developed.

The researches [16] have developed a mathematical model to simulate the tower crane operation in real time, which allows intensifying and speeding up engineering construction operations, as well as simplifying project planning.

This model was presented in the form of two subsystems: kinematic and dynamic model.

The author [17-18] emphasizes the need for a comprehensive approach to the optimization of multi-drive crane systems and focus on reducing vibration, minimizing static and dynamic loads, energy consumption.

Purpose of the paper

The aim of the work is to determine and analyse the dynamic loads that occur in the elements of the tower crane during the joint trolley movement and hoisting mechanism in tower crane.

Research results

The jib system of the tower crane (Fig. 1) will be presented as a holonomic mechanical system consisting of absolutely rigid bodies of trolley and hoisting mechanism, except for a traction rope of movement of the cart and a load rope which have elastic properties and a flexible suspension of load in the plane of change of tower crane flight.

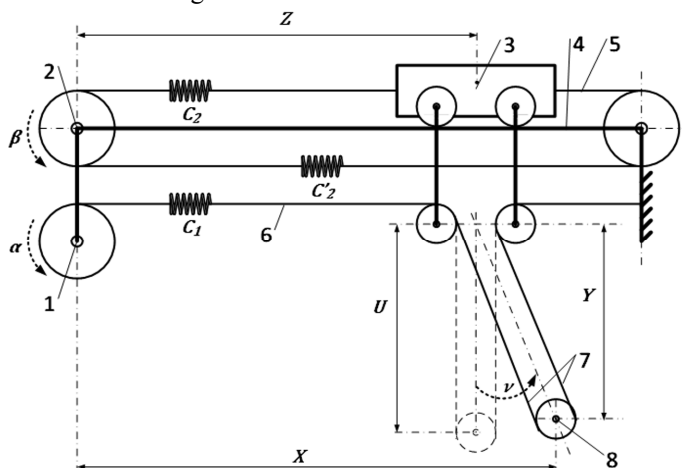


Fig. 1. Dynamic model of trolley and hoisting mechanism

All drive elements of the lifting mechanism are reduced to the axis of the drive drum 1, and the mechanism of change of tower crane flight to the drum 2. The trolley 3 moves on the beam jib 4 by means of a traction rope 5 with stiffness c_2 or c'_2 depending on the direction of the truck movement. The load rope 6 with the stiffness coefficient c_1 forms a pulley system 7, to which the load 8 is suspended.

Thus, the presented dynamic model of the jib system with the joint movement of the mechanisms of change of tower crane flight and load lifting has 5 degrees of freedom. The generalized coordinates of this model are the angular coordinates of the drive drums according to the lifting mechanism α and change of tower crane flight β , as well as the deviation of the load hoist from the vertical v and the linear coordinates of the centers of mass of the truck z and load u .

The system is driven by the driving moments of the drive mechanisms for lifting the load M_1 and change of tower crane flight M_2 , as well as the force of resistance of the trolley W .

To compile the differential equations of motion of the presented dynamic model of the joint motion of the trolley and hoisting mechanism, we use the Lagrange equations of the second kind, which have the form:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{\alpha}} - \frac{\partial T}{\partial \alpha} &= M_1 - \frac{\partial \Pi}{\partial \alpha} - \frac{\partial R}{\partial \dot{\alpha}}, \\ \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{\beta}} - \frac{\partial T}{\partial \beta} &= M_2 - \frac{\partial \Pi}{\partial \beta} - \frac{\partial R}{\partial \dot{\beta}}, \\ \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{z}} - \frac{\partial T}{\partial z} &= -W - \frac{\partial \Pi}{\partial z} - \frac{\partial R}{\partial \dot{z}}, \\ \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{u}} - \frac{\partial T}{\partial u} &= - \frac{\partial \Pi}{\partial u} - \frac{\partial R}{\partial \dot{u}}, \\ \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{v}} - \frac{\partial T}{\partial v} &= - \frac{\partial \Pi}{\partial v} - \frac{\partial R}{\partial \dot{v}}, \end{aligned} \quad (1)$$

where T , Π – respectively the kinetic and potential energy of the system; M_1 , M_2 – the driving moments are reduced to the drive drums according to the mechanisms of load lifting and change of tower crane flight; t – time change coordinate; R – dissipative Rayleigh function; W – resistive force of the movement of the cart.

Determine the kinetic energy of the system

$$T = \frac{1}{2} I_1 \dot{\alpha}^2 + \frac{1}{2} I_2 \dot{\beta}^2 + \frac{1}{2} m_3 \dot{z}^2 + \frac{1}{2} m (\dot{x}^2 + \dot{y}^2), \quad (2)$$

where I_1, I_2 – reduced to the axes of the drive drums moments of inertia of the drives, respectively, the mechanisms of lifting and change of tower crane flight; m_3, m – the mass of the cart and the load, respectively; x, y – coordinates of the center of mass of the load.

Find the function of the potential energy of the system

$$\Pi = \frac{1}{2} C_1 (\alpha r_1 - nu)^2 + \frac{1}{2} C_2 (\beta r_2 - z)^2 - mgu \cos v, \quad (3)$$

where r_1, r_2 – radii of drive drums according to mechanisms of lifting of load and change of departure; n – the multiplicity of the hoist of the lifting mechanism; g – free fall acceleration.

The dissipative function of Rayleigh is determined by the following dependence

$$R = \frac{1}{2} b_1 (\dot{\alpha} r_1 - n\dot{u})^2 + \frac{1}{2} b_2 (\dot{\beta} r_2 - \dot{z})^2 + \frac{1}{2} b \dot{v}^2, \quad (4)$$

where b_1, b_2, b – dissipation coefficients of elastic elements of load and traction ropes, respectively, as well as flexible load suspension.

Find the coordinates of the centers of mass of the load and their time derivatives:

$$x = z + u \sin v, \quad y = u \cos v, \quad (5)$$

$$\dot{x} = \dot{z} + \dot{u} \sin v + \dot{v} u \cos v, \quad \dot{y} = \dot{u} \cos v - \dot{v} u \sin v. \quad (6)$$

Find the derivatives of the expressions (2), ..., (4), necessary for the system of equations (1):

$$\frac{\partial T}{\partial \alpha} = \frac{\partial T}{\partial \beta} = \frac{\partial T}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial u} = m \left(\dot{x} \frac{\partial \dot{x}}{\partial u} + \dot{y} \frac{\partial \dot{y}}{\partial u} \right), \quad \frac{\partial T}{\partial v} = m \left(\dot{x} \frac{\partial \dot{x}}{\partial v} + \dot{y} \frac{\partial \dot{y}}{\partial v} \right), \quad (7)$$

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{\alpha}} = I_1 \dot{\alpha}, \quad \frac{\partial T}{\partial \dot{\beta}} = I_2 \dot{\beta}, \quad \frac{\partial T}{\partial \dot{z}} = m_3 \dot{z} + m \dot{x} \frac{\partial \dot{x}}{\partial \dot{z}} = m_3 \dot{z} + m \dot{x},$$

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{u}} = m \left(\dot{x} \frac{\partial \dot{x}}{\partial \dot{u}} + \dot{y} \frac{\partial \dot{y}}{\partial \dot{u}} \right) = m \left(\dot{x} \frac{\partial \dot{x}}{\partial u} + \dot{y} \frac{\partial \dot{y}}{\partial u} \right),$$

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{v}} = m \left(\dot{x} \frac{\partial \dot{x}}{\partial \dot{v}} + \dot{y} \frac{\partial \dot{y}}{\partial \dot{v}} \right) = m \left(\dot{x} \frac{\partial \dot{x}}{\partial v} + \dot{y} \frac{\partial \dot{y}}{\partial v} \right),$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{\alpha}} = I_1 \ddot{\alpha}; \quad \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{\beta}} = I_2 \ddot{\beta}; \quad \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{z}} = m_3 \ddot{z} + m \ddot{x}, \\ \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{u}} = m \left(\dot{x} \frac{\partial \dot{x}}{\partial u} + \dot{x} \frac{\partial \dot{x}}{\partial u} + \dot{y} \frac{\partial \dot{y}}{\partial u} + \dot{y} \frac{\partial \dot{y}}{\partial u} \right), \\ \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{v}} = m \left(\dot{x} \frac{\partial \dot{x}}{\partial v} + \dot{x} \frac{\partial \dot{x}}{\partial v} + \dot{y} \frac{\partial \dot{y}}{\partial v} + \dot{y} \frac{\partial \dot{y}}{\partial v} \right), \end{array} \right. \quad (8)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \Pi}{\partial \alpha} = C_1 r_1 (\alpha r_1 - nu); \quad \frac{\partial \Pi}{\partial \beta} = C_2 r_2 (\beta r_2 - z); \quad \frac{\partial \Pi}{\partial \beta} = -C_1 n (\alpha r_1 - nu) - mg \cos v, \\ \frac{\partial \Pi}{\partial \beta} = -C_2 (\beta r_2 - z); \quad \frac{\partial \Pi}{\partial v} = -mg \sin v, \end{array} \right. \quad (9)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial R}{\partial \dot{\alpha}} = b_1 r_1 (\dot{\alpha} r - n \dot{u}); \quad \frac{\partial R}{\partial \dot{\beta}} = b_2 r_2 (\dot{\beta} r_2 - \dot{z}); \quad \frac{\partial R}{\partial \dot{z}} = -b_2 (\dot{\beta} r_2 - \dot{z}), \\ \frac{\partial R}{\partial \dot{u}} = -bn (\dot{\alpha} r_1 - n \dot{u}); \quad \frac{\partial R}{\partial \dot{v}} = b \dot{v}. \end{array} \right. \quad (10)$$

After substituting expressions (7), ..., (10) in the system (1) we obtain a system of differential equations of the joint motion of the mechanisms of change of departure on the lifting of the load of the tower crane with a beam jib:

$$\left\{ \begin{array}{l} I_1 \ddot{\alpha} = M_1 - C_1 r_1 (\alpha r_1 - nu) - b_1 r_1 (\dot{\alpha} r_1 - nu), \\ I_2 \ddot{\beta} = M_2 - C_2 r_2 (\beta r_2 - z) - b_2 r_2 (\dot{\beta} r_2 - \dot{z}), \\ m_3 \ddot{z} + m \ddot{x} = C_2 (\beta r_2 - z) - b_2 r_2 (\dot{\beta} r_2 - \dot{z}) - W, \\ m \left(\dot{x} \frac{\partial \dot{x}}{\partial u} + \dot{y} \frac{\partial \dot{y}}{\partial u} \right) = C_1 n (\alpha r_1 - nu) + mg \cos v + bn (\dot{\alpha} r_1 - n \dot{u}), \\ m \left(\dot{x} \frac{\partial \dot{x}}{\partial v} + \dot{y} \frac{\partial \dot{y}}{\partial v} \right) = -mg \sin v + b \dot{v}. \end{array} \right. \quad (11)$$

The driving moments on the shafts of the electric motors of the mechanisms of lifting and changing the departure of the load at a power of more than 5 kW can be determined by the following Kloss formulas, taking into account their reduction to the drive drums we have:

$$M_1 = \frac{2M_{cv1} \cdot u_1 \cdot \eta_1}{\frac{1 - (\alpha u_1 / \omega_{10})}{S_{cs1}} + \frac{S_{cs1}}{1 - (\alpha u_1 / \omega_{10})}}, \quad (12)$$

$$M_2 = \frac{2M_{cv2} \cdot u_2 \cdot \eta_2}{\frac{1 - (\beta u_2 / \omega_{20})}{S_{cs2}} + \frac{S_{cs2}}{1 - (\alpha u_2 / \omega_{20})}}. \quad (13)$$

Here M_{cv1}, M_{cv2} – critical values of moments of electric motors of mechanisms of rise and change of tower crane flight accordingly; u_1, u_2 – gear ratios of drives according to the mechanisms of lifting and change of tower crane flight; η_1, η_2 – k.k.d. drives of mechanisms of rise and change of tower crane flight accordingly; ω_{10}, ω_{20} – synchronous angular velocities of the rotors of electric motors of lifting and changing mechanisms; S_{cs1}, S_{cs2} – critical sliding of electric motors of lifting mechanisms and change of tower crane flight which are defined by the following dependences:

$$S_{cs1} = \left(1 - \frac{\omega_{1n}}{\omega_{10}}\right) \left(\lambda_1 + \sqrt{\lambda_1^2 - 1}\right), \quad S_{cs2} = \left(1 - \frac{\omega_{2n}}{\omega_{20}}\right) \left(\lambda_2 + \sqrt{\lambda_2^2 - 1}\right), \quad (14)$$

where ω_{1n}, ω_{2n} – nominal angular speeds of rotors of electric motors of mechanisms of rise on changes of tower crane flight; λ_1, λ_2 – coefficients of overload of electric motors of mechanisms of lifting and changes of tower crane flight.

Find the derivatives of the coordinates of the center of mass of the load present in the system of equations (11)

$$\begin{cases} \frac{\partial x}{\partial u} = \sin v, & \frac{\partial y}{\partial u} = \cos v, \\ \frac{\partial x}{\partial v} = u \cos v, & \frac{\partial y}{\partial v} = -u \sin v, \end{cases} \quad (15)$$

$$\begin{cases} \ddot{x} = \ddot{z} + (\ddot{u} - \dot{v}^2 u) \sin v + (\ddot{v}u + 2i\dot{v}) \cos v, \\ \ddot{y} = (\ddot{u} - \dot{v}^2 u) \cos v + (\ddot{v}u + 2i\dot{v}) \sin v. \end{cases} \quad (16)$$

The solution of the system of equations (11) taking into account expressions (12), ..., (16) is carried out under the following initial conditions of motion:

$$t = 0, \alpha = \frac{u_0 n}{r_1}, \alpha = 0, \beta = \frac{z_0}{r_2}, \beta = 0, z = z_0, \dot{z} = 0, \dot{u} = u_0, \dot{u} = 0, v = 0, \dot{v} = 0, \quad (17)$$

where z_0 – the initial coordinates of the position of the cart; u_0 – the initial coordinate of the vertical position of the load.

For the tower crane jib system with parameters: $m = 5000 \text{ kg}$; $m_3 = 300 \text{ kg}$; $I_1 = 50.16 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$; $I_2 = 87.48 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$; $M_{cv_1} = 2881.0 \text{ N} \cdot \text{m}$; $M_{cv_2} = 145.3 \text{ N} \cdot \text{m}$; $\lambda_1 = 2.9$; $\lambda_2 = 2.4$; $u_1 = 3.02$; $u_2 = 18$; $\eta_1 = 0.8$; $\eta_2 = 0.71$; $r_1 = 0.20 \text{ m}$; $r_2 = 0.15 \text{ m}$; $S_{cs_1} = 0.206$; $S_{cs_2} = 0.389$; $\omega_{1n} = 60.5 \text{ rad/s}$; $\omega_{2n} = 95.8 \text{ rad/s}$; $\omega_{10} = 62.8 \text{ rad/s}$; $\omega_{20} = 104.7 \text{ rad/s}$; $z_0 = 10.0 \text{ m}$; $u_0 = 16.0 \text{ m}$; $n = 2$; $C_1 = 7.24 \cdot 10^5 \text{ N/m}$; $C_2 = 2.15 \cdot 10^5 \text{ N/m}$; $b_1 = 6.37 \cdot 10^4 \text{ N} \cdot \text{s/m}$; $b_2 = 2.8 \cdot 10^4 \text{ N} \cdot \text{s/m}$; $b = 1.05 \cdot 10^5 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{s/rad}$; $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ the calculation of the developed mathematical model of joint movement of mechanisms of change of tower crane flight and load lifting is carried out.

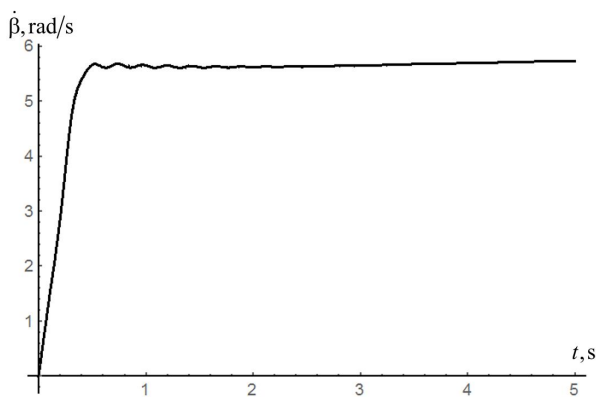


Fig. 2. Graph of the angular velocity of the trolley drive drum

As a result of calculations of the dynamic analysis of the joint movement of mechanisms of change of tower crane flight and load lifting of the tower crane graphic dependences of kinematic (Fig. 2,..., Fig. 5), dynamic (Fig. 6,..., Fig. 9) and power are constructed (Fig. 10 and Fig. 11) characteristics of the jib system.

Figure 2 shows a graph of the angular velocity of the drive drum of the cart, which shows that the drum acquires a steady speed of 5.6 rad/s for 0.5 s. At the same time, small high-frequency oscillations of the angular velocity of the drum are observed in the area of steady motion, which attenuate rather quickly (within 3 s).

However, the cart in the area of steady motion has significant high-frequency oscillations of the speed (Fig. 3), with a maximum value of the amplitude of oscillations of 0.1 m/s, which is 12% of the steady speed. But, these fluctuations also attenuate fairly quickly.

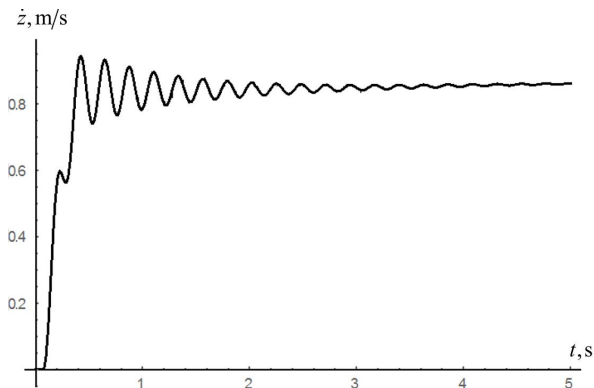


Fig. 3. Graph of the speed of the cart

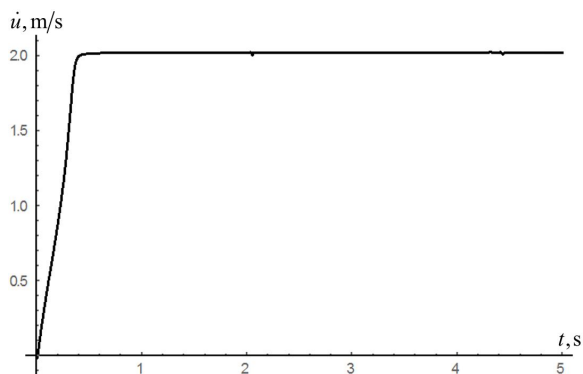


Fig. 4. Chart of speed of load lifting

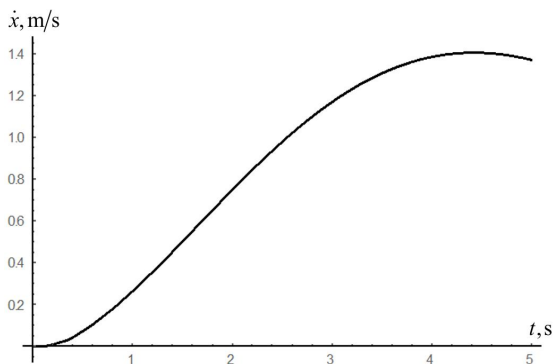


Fig. 5. Graph of the speed of horizontal movement of the load

In the horizontal component of the load speed (Fig. 4) there are low-frequency oscillations, which are caused by pendulum oscillations of the load on a flexible suspension. The maximum value of the horizontal component of

the load speed reaches 1.4 m/s, which is 1.7 times higher than the steady speed of the cart. Low-frequency oscillations of the load on the flexible suspension attenuate quite slowly, which must be damped by special means of controlling the movement of crane mechanisms.

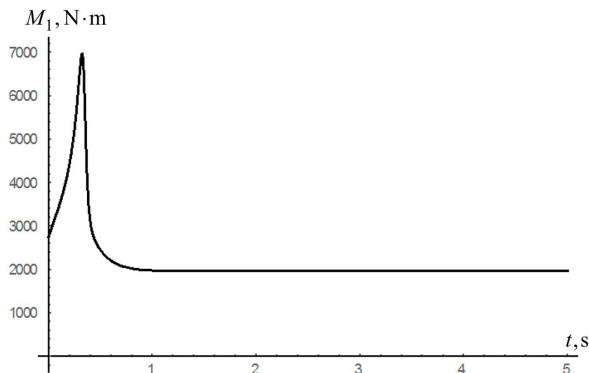


Fig. 6. Graph of the driving moment of the drive of the mechanism of load lifting

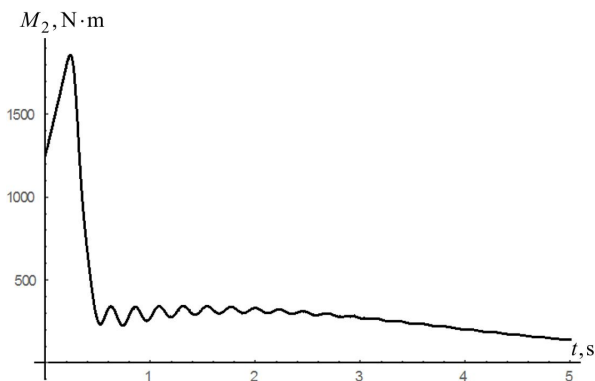


Fig. 7. Graph of the driving moment of the drive of the cart movement

The vertical component of the speed of the load (Fig. 5) is quite fast (for 0.4 s) becomes stable without any fluctuations in the speed of the lifting mechanism.

The driving moment of the load lifting mechanism at the launch site (Fig. 6) reaches 7000 Nm, which is 3.5 times higher than its established value. This indicates a significant overload of the lifting mechanism during the transition processes (start-up, braking).

The maximum value of the driving moment of the drive of movement of the cart during start-up makes 1850 $\text{N}\cdot\text{m}$ (Fig. 7) that is almost 9 times higher than its minimum and 6 times the maximum value on a site of the established movement. In addition, high-frequency oscillations of the driving moment of the drive of the trolley movement are observed in the area of steady traffic,

which attenuate within three seconds. From the above it can be concluded that the mechanism of movement of the trolley at the launch site works with significant overloads.

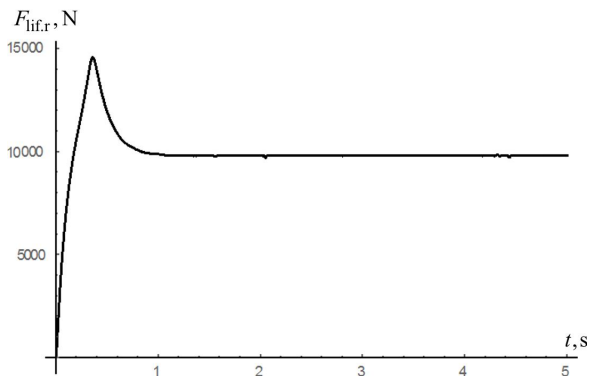


Fig. 8. Graph of effort change in a load lifting rope

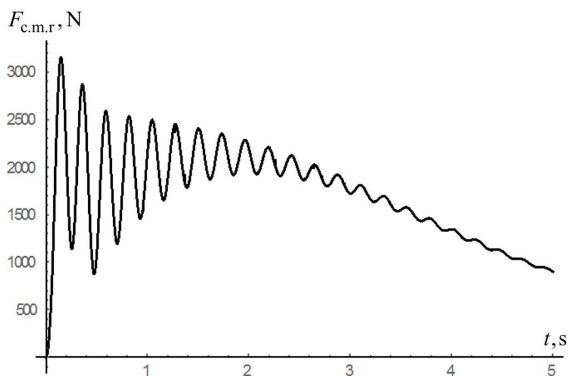


Fig. 9. Graph of effort change in a rope of the cart movement

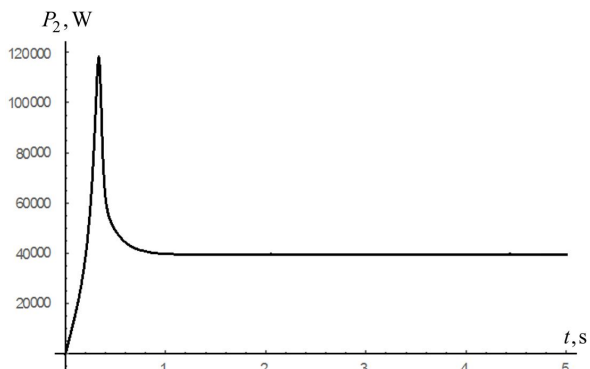


Fig. 10. Graph of power change of the drive of the load lifting mechanism

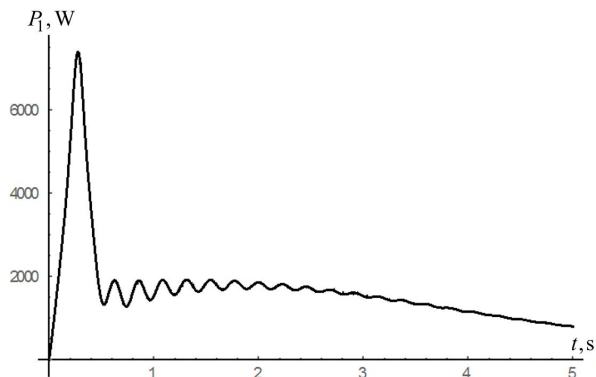


Fig. 11. Graph of power change of the drive of the cart movement mechanism

The maximum value of the traction force in the rope during the start of the lifting mechanism is 15 kN (Fig. 8), which is 1.5 times higher than its established value. These results also indicate the overload of the traction rope of the lifting mechanism during the transient start-up process.

Significant high-frequency oscillations take place in the traction rope of the cart movement mechanism (Fig. 9), which attenuate within five seconds of movement. The maximum value of the traction force is observed at the beginning of the start and is 3.2 kN, which is more than three times its minimum value in the area of steady motion. All this indicates a significant dynamic overload of the mechanism for moving the cart with the load.

In the process of starting the load lifting mechanism, the power of the drive motor increases sharply to a maximum value of 120 kW (Fig. 10), and then also drops sharply to a steady state value of 40 kW. This mode of starting the lifting mechanism leads to three times the overload of the engine in power compared to the steady state mode.

The power of the drive motor of the mechanism of movement of the cart (Fig. 11) also sharply increases in the course of start-up to the maximum size of 7,5 kW then decreases sharply to the steady value of 2,0 kW. There are slight high-frequency power fluctuations in the steady-state area, which attenuate for five seconds.

Conclusions

According to the results of research, the following conclusions can be drawn:

1. The mathematical model of dynamics of joint movement of change of tower crane flight and load lifting of the tower crane with a beam jib is constructed. The developed model takes into account the main movement of the drive mechanisms, as well as high-frequency oscillations of the links with elastic properties and low-frequency oscillations of the load on the flexible suspension.

2. As a result of the calculations, a dynamic analysis of the joint movement of the trolley and hoisting mechanism was carried out. There are high-

frequency oscillations of the links of the mechanisms possessing elastic properties which attenuate quickly enough, and also low-frequency oscillations of freight on a flexible suspension which practically do not attenuate.

3. To reduce the overload of the trolley and hoisting mechanism during start-up and braking, as well as elimination of oscillations in areas of steady traffic, it is recommended to optimize the modes of joint movement of mechanisms and develop drive control systems.

REFERENCES

1. *Le T.A.* Nonlinear controls of a rotating tower crane in conjunction with trolley motion. / Le T.A., Dang V.H., Ko D.H., An T.N., Lee, S.G. // Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I: Journal of Systems and Control Engineering. – 2013. – 227(5). – P. 451–460. doi:10.1177/0959651812472437
2. *Loveikin V.* Agtronics and optimal control of cranes and hoisting machines: monograph./ Loveikin V., Romasevych Y., Shymko L., Ohienko M., Duczmal W., Potwora W., Titova L., Rogovskii I. // - Opole: The Academy of Management and Administration in Opole, 2020. 164 p.
3. *Ju F.* Dynamic response of tower crane induced by the pendulum motion of the payload. / Ju F., Choo Y.S., Cui F.S.// International Journal of Solids and Structures. - 2006. - 43(2). – P. 376–389. doi:10.1016/j.ijsolstr.2005.03.078
4. *Stanišić. M.* On a new theory of the dynamic behavior of the structures carrying moving masses, Ingenieur-Archiv. – 1985. – 55(3). – P. 176–185, doi: 10.1007/bf00536412.
5. *Ju, F.* Dynamic Analysis of Tower Cranes. /Ju F., Choo Y.S. // Journal of Engineering Mechanics. – 2005. – 131(1). – P. 88–96. doi:10.1061/(asce)0733-9399(2005)131:1(88)
6. *Schlott P.* Modelling the structural dynamics of a tower crane. / Schlott P., Rauscher F., Sawodny O.// IEEE International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics (AIM). – 2016. doi:10.1109/aim.2016.7576860
7. *Wu T.S.* Anti-sway tracking control of tower cranes with delayed uncertainty using a robust adaptive fuzzy control. / Wu T.S., Karkoub M., Yu W.S., Chen C.T., Her M.G., Wu K.W. // Fuzzy Sets and Systems. – 2016. – 290. – P. 118–137. doi:10.1016/j.fss.2015.01.010
8. *Loveikin V.* Crane motor optimization. / Loveikin V., Romasevych Yu., Liashko A.// Journal of Theoretical and Applied Mechanics. – 2021. – Vol.51. – P. 65-75.
9. *Reutov A.A.* Dynamic Modeling of Lift Hoisting Mechanism Block Pulley./ Reutov A.A., Kobishchanov V.V., Sakalo V.I. // 2nd International Conference on Industrial Engineering, ICIE. Procedia Engineering. 2016. Volume. 150. P. 1303-1310. <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2016.07.300>
10. *Kozakova Alena.* Tuning Methods to Attenuate Oscillatory Load-Disturbance Response: A Comparative Study. / Kozakova Alena, Capkova Romana, Bucz Stefan. // 6th International Conference on Advanced Control Circuits and Systems (ACCS) & 2019 5th International Conference on New Paradigms in Electronics & information Technology (PEIT). – 2019. – P. 197–202. doi:10.1109/ACCS-PEIT48329.2019.9062845
11. *Capkova Romana.* Experimental Modelling and Control of a Tower Crane. / Capkova Romana, Kozakova Alena, Bucz Stefan. // IEEE 2019 22nd International Conference on Process Control (PC19). – 2019. – P. 97–101. doi:10.1109/pc.2019.8815327
12. *Lovejkin V.S.* (2020) Dynamic analysis of roller molding installation taking into account dissipative properties balanced drive mechanism. / Lovejkin V.S., Romasevich Yu.O., Loveikin A.V., Mushtyn D.I. // Machinery & Energetics. Journal of Rural Production Research. –2020. – 11(1). – P. 5-11. DOI: 10.31548/machenergy.2020.01.005-011 (in Ukrainian).
13. *Lovejkin V.* (2019) Optimization of the swinging mode of the boom crane upon a complex integral criterion. / Loveikin V., Romasevych YU., Kadykalo I., Liashko A. // Journal of Theoretical and Applied Mechanics 49 (3).2019. P. 285–296. doi: 10.7546/JTAM.49.19.03.07.
14. *Romasevych Y.* Closed-loop optimal control of a system Trolley – Payload. / Romasevych Y. Loveikin V., Stekhno O. // UPB Scientific Bulletin, Series D: Mechanical Engineering 81(2). – 2019. – P. 3–12.

15. Michna M. Mechanical-Level Hardware-In-The-Loop and Simulation in Validation Testing of Prototype Tower Crane Drives. / Michna M, Kutt F, Sienkiewicz Ł, Ryndzionek R, Kostro G, Karkosiński D, Grochowski B. // Energies. 2020. 13(21):5727. <https://doi.org/10.3390/en13215727>
16. Shih-Chung Kang. Numerical Methods to Simulate and Visualize Detailed Crane Activities/ Shih-Chung Kang; Eduardo Miranda. // Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering. – 2009. – 24(3). – P. 169–185. doi:10.1111/j.1467-8667.2008.00579.x
17. Chwastek Stefan. Optimization of crane mechanisms to reduce vibration. Automation in Construction. – 2020. – 119. – P. 103335–103344. doi:10.1016/j.autcon.2020.103335
18. Chwastek S. Finding the globally optimal correlation of cranes drive mechanisms. Mechanics Based Design of Structures and Machines. 2021. P. 1–12. doi:10.1080/15397734.2021.1920978
19. Loveikin V. S., Pochka K. I., Prystailo M. O., Balaka M. M., Pochka O. B. Impact of cranks displacement angle on the motion non-uniformity of roller forming unit with energy-balanced drive. *Strength of Materials and Theory of Structures*. 2021. Issue 106. P. 141–155. DOI: 10.32347/2410-2547.2021.106.141-155.
20. Loveikin V. S., Pochka K. I., Prystailo M. O., Balaka M. M., Pochka O. B. Impact of cranks displacement angle on the motion non-uniformity of roller forming unit with energy-balanced drive. *Strength of Materials and Theory of Structures*. 2021. Issue 106. P. 141–155. DOI: 10.32347/2410-2547.2021.106.141-155.

Стаття надійшла 26.10.2021

Ловеїкін В.С., Ромасевич Ю.О., Шимко Л.С., Ловеїкін Ю.В., Почка К.І.

ДИНАМІЧНИЙ АНАЛІЗ СУМІСНОГО РУХУ МЕХАНІЗМІВ ЗМІНИ ВІЛЬОТУ ТА ПІДЙОМУ ВАНТАЖУ БАШТОВОГО КРАНУ

В представленій роботі поставлена задача дослідження сумісної роботи механізмів зміни вільоту та підйому вантажу баштового крану з балочною стрілою. Для проведення досліджень розроблено динамічну модель сумісного руху механізмів, яка враховує основний рух приводних механізмів та коливальний рух вантажу на гнучкому підвісі і ланок механізмів, що володіють пружними властивостями. На базі динамічної моделі за допомогою рівнянь Лагранжа другого роду побудовано математичну модель руху механізмів. Для конкретної стрілової системи баштового крана здійснено динамічні розрахунки за допомогою розробленої математичної моделі. За результатами розрахунків проведено динамічний аналіз сумісного руху механізмів зміни вільоту та підйому вантажу. В процесі проведеного аналізу виявлені значні динамічні та енергетичні перевантаження механізмів під час проходження перехідних процесів (пуск, гальмування) та наявність високочастотних коливань в ланках, що володіють пружними властивостями та низькочастотних коливань вантажу на гнучкому підвісі.

Для зменшення перевантажень кранових механізмів на ділянках перехідних процесів і усунення коливань під час усталеного руху рекомендовано здійснювати оптимізацію режимів руху і розробляти системи керування приводами, щоб реалізувати бажані режими руху.

Ключові слова: динаміка, аналіз, баштовий кран, сумісний рух, підйомний механізм, візок, вантаж, оптимізація

Loveikin V.S., Romasevich Yu.A., Shymko L.S., Loveikin Yu.V., Pochka K.I.

THE DYNAMIC ANALYSIS OF THE JOINT TROLLEY MOVEMENT AND HOISTING MECHANISM IN THE TOWER CRANE

The task of this paper is to research the simultaneous use of trolley and hoisting mechanism by the tower crane with a beam jib. To conduct research, a dynamic model of joint movement of mechanisms has been developed, which takes into account the main movement of drive mechanisms and oscillating movement of the load on a flexible suspension and links of mechanisms with elastic properties. A mathematical model of the motion of mechanisms is constructed on the basis of a dynamic model with the help of Lagrange equations of the second kind. For a specific jib system of the tower crane, dynamic calculations were performed using the developed mathematical model. According to the results of the calculations, a dynamic analysis of the joint movement of trolley and hoisting mechanism was carried out. The analysis revealed significant dynamic and energy overloads of mechanisms during transients (start, braking) and the presence of high-frequency oscillations in the links with elastic properties and low-frequency

oscillations of the load on a flexible suspension.

To reduce the overload of crane mechanisms in the areas of transients and eliminate oscillations during steady traffic, it is recommended to optimize traffic modes and develop drive control systems to implement the desired traffic modes.

Key words: dynamic, analysis, tower crane, joint movement, hoisting mechanism, hook blocks, load, optimization.

Ловеїкін В.С., Ромасевич Ю.А., Шимко Л.С., Ловеїкін Ю.В., Почка К.І.

ДИНАМИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ СОВМЕСТНОГО ДВИЖЕНИЯ МЕХАНИЗМОВ ИЗМЕНЕНИЯ ВЫЛЕТА И ПОДЪЕМА ГРУЗА БАШЕННОГО КРАНА

В представленной работе поставлена задача исследования совместной работы механизмов изменения вылета и подъема груза башенного крана с балочной стрелой. Для проведения исследований разработана динамическая модель совместного движения механизмов, которая учитывает основное движение приводных механизмов и колебательное движение груза на гибком подвесе и звеньев механизмов, обладающих упругими свойствами. На базе динамической модели с помощью уравнений Лагранжа второго рода построена математическая модель движения механизмов. Для конкретной стреловой системы башенного крана осуществлены динамические расчеты с помощью разработанной математической модели. По результатам расчетов проведено динамический анализ совместного движения механизмов изменения вылета и подъема груза. В процессе проведенного анализа выявлены значительные динамические и энергетические перегрузки механизмов при прохождении переходных процессов (пуск, торможение) и наличие высокочастотных колебаний в звеньях, обладающих упругими свойствами и низкочастотных колебаний груза на гибком подвесе.

Для уменьшения перегрузок крановых механизмов на участках переходных процессов и устранения колебаний во время установившегося движения рекомендуется осуществлять оптимизацию режимов движения и разрабатывать системы управления приводами, чтобы реализовать желаемые режимы движения.

Ключевые слова: динамика, анализ, башенный кран, совместное движение, подъемный механизм, тележка, груз, оптимизация.

УДК 621.87

Ловеїкін В.С., Ромасевич Ю.О., Шимко Л.С., Ловеїкін Ю.В., Почка К.І. **Динамічний аналіз сумісного руху механізмів зміни вильоту та підйому вантажу баштового крану** // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА. 2022. – Вип. 108. – С. 267-282.

Розроблено динамічну модель сумісного руху механізмів, яка враховує основний рух приводних механізмів та коливальний рух вантажу на гнучкому підвісі і ланок механізмів, що володіють пружними властивостями. Побудовано математичну модель руху механізмів. Для конкретної стрілової системи баштового крана здійснено динамічні розрахунки та проведено динамічний аналіз сумісного руху механізмів зміни вильоту та підйому вантажу. Виявлені значні динамічні та енергетичні перевантаження механізмів під час проходження перехідних процесів (пуск, гальмування) та наявність високочастотних коливань в ланках, що володіють пружними властивостями та низькочастотних коливань вантажу на гнучкому підвісі.

Рис. 11. Бібліогр. 20 назв.

UDC 621.87

Loveikin V. S., Romasevich Yu. O., Shymko L. S., Loveikin Yu. V., Pochka K. I.

The dynamic analysis of the joint trolley movement and hoisting mechanism in the tower crane // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles. – К.: КНУБА. 2022. – Issue 108. – P. 267-282.

The dynamic model of joint movement of mechanisms has been developed, which takes into account the main movement of drive mechanisms and oscillating movement of the load on a flexible suspension and links of mechanisms with elastic properties. A mathematical model of the motion of mechanisms is constructed on the basis of a dynamic model. For a specific jib system of the tower crane, dynamic calculations were performed. According to the results of the calculations, a dynamic analysis of the joint movement of trolley and hoisting mechanism was carried out. The analysis revealed significant dynamic and energy overloads of mechanisms during transients (start, braking) and the presence of high-frequency oscillations in the links with elastic properties and low-frequency oscillations of the load on a flexible suspension.

Fig. 11. Ref. 20.

УДК 621.87

Ловейкин В.С., Ромасевич Ю.А., Шимко Л.С., Ловейкин Ю.В., Почка К.И. Динамический анализ совместного движения механизмов изменения вылета и подъема груза башенного крана // Спротивлення матеріалів і теорія споруджень. – 2021. – Вип. 108. – С. 267-282.

Розроблено динамічну модель сумісного руху механізмів, яка враховує основний рух приводних механізмів та коливальний рух вантажу на гнучкому підвісі і ланок механізмів, що володіють пружними властивостями. Побудовано математичну модель руху механізмів. Для конкретної стрілової системи баштового крана здійснено динамічні розрахунки та проведено динамічний аналіз сумісного руху механізмів зміни вильоту та підйому вантажу. Виявлені значні динамічні та енергетичні перевантаження механізмів під час проходження перехідних процесів (пуск, гальмування) та наявність високочастотних коливань в ланках, що володіють пружними властивостями та низькочастотних коливань вантажу на гнучкому підвісі.

Ил. 11. Библиогр. 20.

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри конструювання машин і обладнання Національного університету біоресурсів і природокористування України ЛОВЕЙКІН Вячеслав Сергійович

Адреса робоча: 03041, Україна, м. Київ, вул. Героїв Оборони, 12, навчальний корпус № 11, Національний університет біоресурсів і природокористування України, кафедра конструювання машин і обладнання, ЛОВЕЙКІНУ Вячеславу Сергійовичу

Робочий тел.: +38(044) 527-87-34;

E-mail: lovvs@ukr.net

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0003-4259-3900>

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): доктор технічних наук, доцент, професор кафедри конструювання машин і обладнання Національного університету біоресурсів і природокористування України РОМАСЕВИЧ Юрій Олександрович

Адреса робоча: 03041, Україна, м. Київ, вул. Героїв Оборони, 12, навчальний корпус № 11, Національний університет біоресурсів і природокористування України, кафедра конструювання машин і обладнання, РОМАСЕВИЧУ Юрію Олександровичу

Робочий тел.: +38(044) 527-87-34;

E-mail: romasevichyuriy@ukr.net

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0001-5069-5929>

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, доцент, кафедри технічного сервісу та інженерного менеджменту ім. М.П. Момотенка Національного університету біоресурсів і природокористування України Шимко Любов Сергіївна

Адреса робоча: 03041, Україна, м. Київ, вул. Героїв Оборони, 12, навчальний корпус № 11, Національний університет біоресурсів і природокористування України, кафедра технічного сервісу та інженерного менеджменту ім. М.П. Момотенка Шимко Любов Сергіївни

Робочий тел.: +38(044) 527-87-34;

E-mail: shymko@nubip.edu.ua

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0003-2924-6699>

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри диференціальних та інтегральних рівнянь Київського національного університету імені Тараса Шевченка ЛОВЕЙКІН Юрій Вячеславович

Адреса робоча: 03022, Україна, м. Київ, проспект Академіка Глушкова, 4е, навчальний корпус механіко-математичного факультету, Київський національний університету імені Тараса Шевченка, кафедра диференціальних та інтегральних рівнянь, ЛОВЕЙКІНУ Юрію Вячеславовичу

Робочий тел.: +38(097) 346-38-02;

E-mail: yloveikin@gmail.com

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0003-4570-563X>

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри професійної освіти КНУБА ПОЧКА Костянтин Іванович

Адреса робоча: 03037, Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, кафедра професійної освіти, ПОЧЦІ Костянтину Івановичу

Робочий тел.: +38(044) 248-69-25;

Мобільний тел.: +38(097) 212-86-29;

E-mail: shanovniy@ukr.net

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-0355-002X>

UDK 624.014

THE RIBBED-ANNULAR DOME'S UPPER TIER MODEL STABILITY EXPERIMENTAL STUDIES

V.H. Tonkacheiev,

Candidate of Engineering Science, Associate Professor

S.I. Bilyk,

Doctor of Technical Science, Professor

Kyiv National University of Construction and Architecture

DOI: 10.32347/2410-2547.2022.108.283-294

The work's aim is to check the stability loss hypothesis with the snap-through effect of the ribbed-annular dome's upper tier on a full-scale model by experimental tests, and confirming the nonlinear tier's work under external load. An equivalent von-Mises truss with elastic supports mockup was tested, which was 1/4 of the dome's upper tier with eight ribs connected by upper and lower support rings. Horizontal elastic supports were performed as twin steel puffs and simulated the dome's upper tier lower support ring's deformations. Primary and secondary processing of the obtained data were made, as well as the full-scale experimental data results analysis. The equivalent von-Mises truss with elastic horizontal supports deformation dependencies from external concentrated load were determined. The experimental model's behavior study results were compared with the theoretical studies' results. The analysis of the experimental and theoretical studies results confirmed the experimental data reliability and confirmed the using analytical expressions feasibility for the von-Mises truss with elastic horizontal supports stability preliminary assessment.

Keywords: ribbed-annular dome, von-Mises truss, stability loss, elastic horizontal supports, support ring, puff, upper tier.

1. Introduction

Topicality. In recent years in Ukraine is quite popular the construction of low-pitched domes coverings with ribbed-annular type with a dome's height to span ratio - 1/5..1/4 and spans up to 30m, with the main load-carrying ribs which made of the single closed bent-welded steel profiles square or rectangular cross-section with wall thicknesses from 3 to 10 mm. With this domes' configuration [1, 2] the one of the dome's reliable operation important factors, along with ensuring the dome rods' buckling resistance is to ensure the dome's upper tier stability. The dome's upper tier stability study is devoted to [3, 4, 5], where von-Mises truss [6] was proposed as a calculation model, which simulates the equivalent arch work, according to the ribbed domes calculating method [7]. In work [5] the stability loss problem of the dome's upper tier by six possible computational cases was considered. In works [3] and [4] the von-Mises trusses' stability theoretical methods studies with rigid nodes and taking into account the initial imperfections when applied an inclined external concentrated load to the truss' ridge node were considered, and proposed the criteria for determining critical loads' values in the ridge node. The von-Mises trusses' stability was also considered in [8, 9, 10, 11, 12]. In the work [14] the stability loss problem according to the asymmetric scheme

for high three-hinged two-rod systems was considered. The von-Mises trusses stability theoretical studies in the elastic supports' presence in the base [11] were provided, which simulate the tiers joints flexibility of the ribbed dome. In addition, to confirm the theoretical research reliability, scientists have performed the classical three-hinged two-rod system's stability full-scale experimental studies [13].

2. Physical modeling

As a dome's upper tier model, it was decided to use the von-Mises truss as a popular model for two-rod inclined systems' theoretical stability studies, which allows modeling these systems nonlinear behavior. To confirm the von-Mises trusses' stability loss predicting theory [4, 11], full-scale experimental tests were conducted, which aimed to analyze the truss' performance under load for both groups of limit states. As an experimental model was designed and tested the steel ribbed-annular dome's upper tier model. The upper tier of the ribbed-ring dome with a diameter of 18.0 m with a rise of 5.195 m was taken as a basis. The dome ribs' number - 8, the dome tiers' number in height - 6. The upper tier rods' angle to the horizon - 5 degrees (85 degrees from vertical axis). The upper tier is a spatial rod system consisting of two support rings connected by ribs. For the testing convenience, it was decided to use a two-rod equivalent truss, which is 1/4 of the upper tier. The geometric scale of the model is 1:1. The paired puffs provided truss' stability in the horizontal direction. The support frame provided the truss' stability outside the plane. Puffs in the model act as the lower support ring of the dome's upper tier. Nodal joints on the supports were made as a sliding hinge in which the support angle rests on the support frame through a fluoroplastic gasket. The connection in the ridge node is made using steel gussets connected to the model's rods by welding and connected with a class 8.5 bolt with a diameter of 24 mm, to prevent friction between the gussets surfaces between them is a fluoroplastic gasket. The model's rods are designed from a closed bent-welded profile with a cross section of 80x80x3 mm. Puffs are made of square steel with a cross section of 16x16 mm. An adopted steel for constructions - S235.

The upper tier's model was arranged on a special supporting steel frame, which was pre-designed and manufactured for providing experiments. The special supporting frame, in turn, rests on the power floor, which was arranged in the research laboratory for metal structures long-term testing, which belongs to the Department of Metal and Wooden Structures of the Kyiv National University of Construction and Architecture.

The test bench photo and the model elements layout scheme see Fig. 1.

The initial geometric and physical parameters of the designed equivalent von-Mises truss experimental model described in table 1.

The support frame on which the truss was tested, is made of: a support beam - 2 paired I-beams №27, interconnected by steel plates 220x100x8mm with a step of 600 mm; end supports - channel bars 20U, with upwards-oriented web and welded to the support beam; the loading frame's support which is made of channel bar 20U to which on both sides are welded racks of channel 10U between which is arranged a screw mechanical jack.

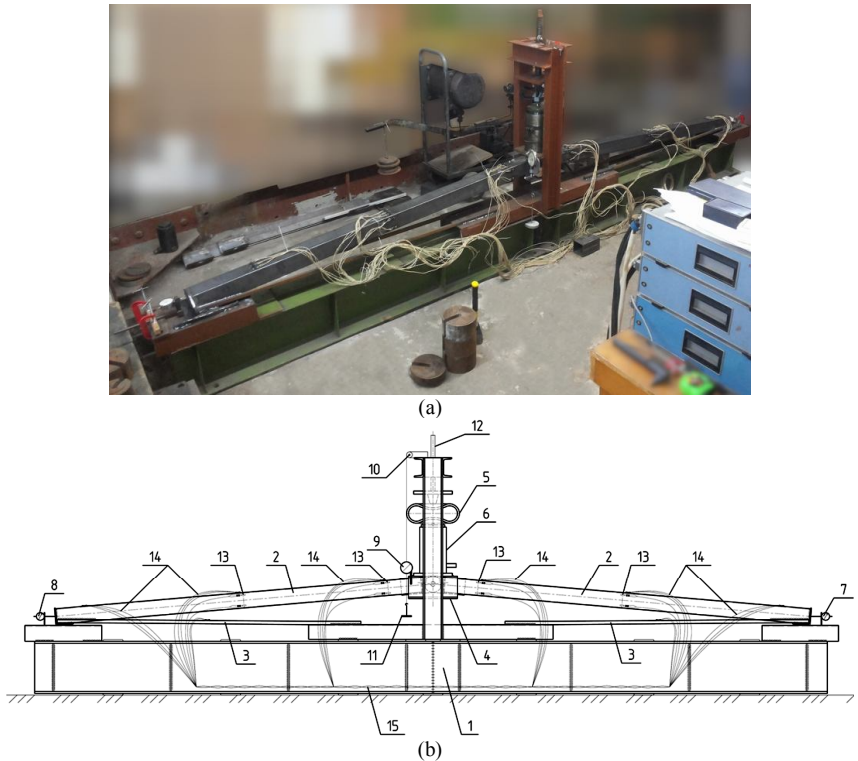


Fig. 1. The test bench: (a) -the test model photography; (b) - the test model elements scheme.
 Where: 1 - support frame, 2 - test model's rods, 3 - twin puffs, 4 - support channel bars, 5 - dynamometer, 6 - hydraulic jack, 7 - clock type indicator II, 8 - clock type indicator I, 9 - deflector I, 10 - burton, 11 - deflector's back balance, 12 - hand jack screw, 13 - strain gauges, 14 - connecting wires, 15 - strain gauge bus bar SIIT-3

Table 1

The initial experimental model parameters

Parameter's name, dimension	Value
The distance between the supports - $2a_0$, m	3,85
Truss' rise - f , m	0,168
Steel construction class	S235
Steel elasticity modulus - E_0 , N/mm ²	2,060E+05
Estimated rods' cross-sectional area - A_{cal} , m ²	9,240E-04
Estimated elasticity - $E_0 A_{cal}$, N	1,903E+08
The rods' angle from the vertical axis - α_0 , degrees.	85
The angle inclination sine - $\sin\alpha_0$	9,962E-01
The angle inclination tangent - $\tan\alpha_0$	1,143E+01

The model was loaded using a hydraulic jack with a capacity of 50 tons.

Clock-type indicators carried out the model supports' horizontal movements' registration: I1 — on the right support, I2 — on the left support. The vertical ridge node displacements were recorded using a deflectometer I3 and additionally with a caliper.

To determine the internal forces and stresses in the model's rods, strain gauges were glued to each rod, which were connected by a wire system to the strain gauge station SIIT3.

The models tests was performed sometime after fixing the measuring instruments to ensure the stability of their readings.

Prior to each test, the experimental model was loaded with a load of 10% out the maximum load value for the model element inclusion (joints and puffs) to the work.

Each experimental test was divided into a number of consecutive loadings and each loading in its turn was divided into several stages:

- the load application to the model;
- the model left under the load for a while (15 minutes);
- taking readings of indicators I1-I3;
- taking readings of a strain gauge station (5 attempts on each load step);
- the next load step with repeating the above steps.

Gradual model loading took place in steps of 200 kilogram-forces in the first loading stages until the load reaches a value of 1000 kilogram-forces. After loading the model with a load of 1000 kilogram-forces, the step was reduced to 100 kilogram-forces. When the load reached the value at which the model lost their stability, the load has been increased until the ridge node vertical displacement reached a value of 10 mm.

After each loading stage, the model was kept under load for 15 minutes, after which the measuring instruments' readings were taken, a visual inspection was performed and changes in the model elements were recorded.

3. Tests results analysis

The model stability loss under step load was characterized by a decrease in the load on the model with increasing force in the hydraulic jack and with increasing deflection of the model. An equivalent truss' experimental model under step load lost their stability when the load reached the value of 1302.8 kilogram-forces.

For the research convenience, the load on the von-Mises truss was further considered as the reduced external load per rod's design stiffness unit according to the formula:

$$R_{[rel]} = \frac{P}{E_0 \cdot A_{cal}}, \quad (1)$$

where: P – external vertical concentrated load, which is applied to the von-Mises truss' ridge; E_0 – elasticity modulus; A_{cal} – the truss rods estimated cross-sectional area.

Similarly, the vertical model displacements were further considered as the reduced vertical displacements values to the initial truss' rise by the formula:

$$v_{[rel]} = \frac{v_p}{f}, \quad (2)$$

where: v_p – the truss' ridge node vertical displacement under the external force P ; f – the von-Mises truss' rise before loading.

The truss' supports horizontal displacements, respectively, were subsequently considered as the reduced displacement values to the truss' half-span according to the formula:

$$u_{[rel]} = \frac{u_0}{a_0}, \quad (3)$$

where: u_0 – the von-Mises truss' elastic support horizontal displacement; a_0 – an initial von-Mises truss' half-span value.

The experimental tests primary and secondary analysis results data were processed according to known processing methods of scientific researches results [15, 16]. The displacements determining results for the model's end supports and the ridge node's displacements are shown on the displacements graphs see Fig. 2.

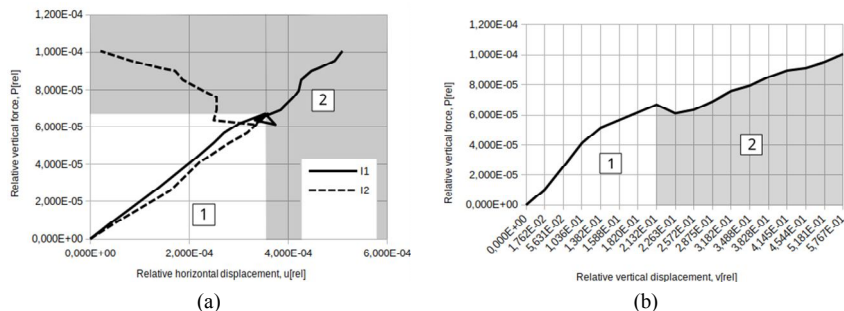


Fig. 2. The model nodes' displacements: (a) the supports' relative horizontal displacements; (b) the ridge node relative vertical displacements (deflection). Where: I1 — the right support's clock-type indicator; I2 — the left support's clock-type indicator; 1 — elastic deformations zone; 2 — plastic deformation zone after truss buckling.

In the graphs of Fig. 2: zone 1 - the truss' elastic work zone under the load, zone 2 (highlighted in gray color) - nodal displacements zone, which corresponds to the plastic deformations zone of the equivalent von Mises truss after stability loss. As can be seen from the graph of Fig. 2(a), the model's deformation occurred asymmetrically, and after the stability loss on the left support there was a truss rod's pinching on the support's limiting device, as evidenced by the left support's decrease in horizontal displacements with increasing the external load value.

Due to the pinching effect at the left support, it was decided to consider only the tests results for the equivalent von-Mises truss' further analysis in the subcritical stage inclusive.

According to the experimental researches results secondary data processing, the internal stresses and internal forces in the model's puffs were determined.

Taking into account that at each load stage, the obtained supports' displacements had different values, it was made a statistical correlation for the deformations' values and for the horizontal forces' values for both supports, and it was obtained linear dependences of these values from the corresponding loads' values with a provision of $R^2 = 99\%$. According to these dependences, the internal forces' values in puffs and their horizontal displacements were determined.

The secondary processing results of the strain gauges readings shown on the graphs of Fig. 3.

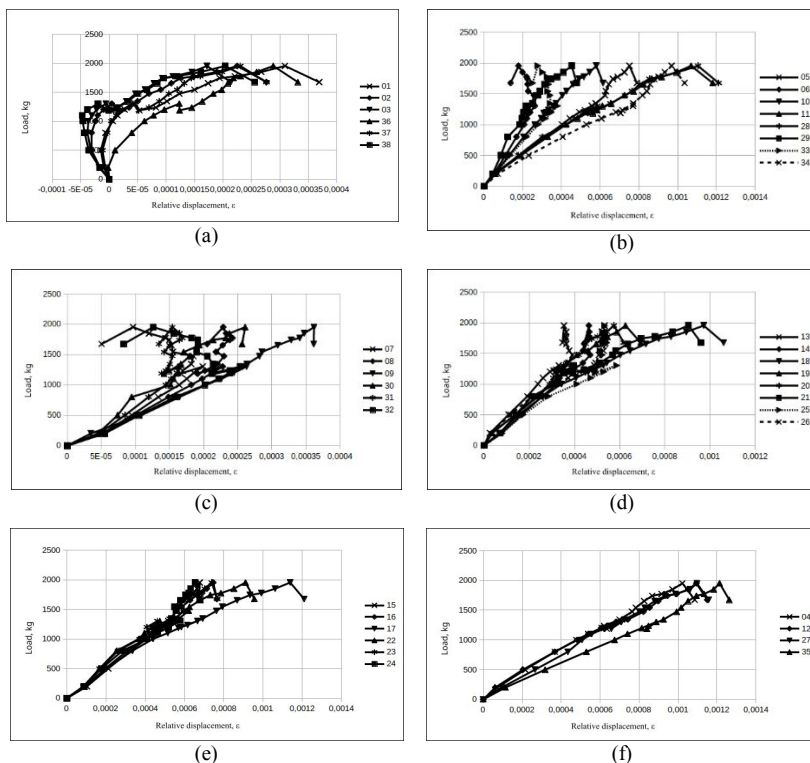


Fig. 3. The secondary processing results of strain gauges readings: (a) - the model's rods deformation in the support zone; (b) - the model's rods deformation on the side faces in the middle zone; (c) - the model's rods deformation on the top face in the middle zone; (d) - the model's rods deformation on the side faces in the truss ridge zone; (e) - the model's rods deformation on the top face in the truss ridge zone; (f) - the model's puffs deformations. Where: 1-38 - the strain gauges numbers on the model

The following assumption was made: each pair of puffs - is a horizontally located spring with stiffness k_s , which stiffness can be determined by the expression:

$$k_s = \frac{N_x}{d_x}, \quad (4)$$

where: N_x – an internal force in puffs determined using the tensometry methods, d_x – horizontal displacement of support, to which connected the puff, obtained using the clock-type indicators readings.

The stiffness value obtained by expression (4) for each load stage had a value: $k_s = 5,570E+07$ N/m.

To verify the test results reliability, it was decided to use the analytical dependences given in the study [11].

Where the dimensionless parameter of vertical and horizontal displacements was determined by the formula:

$$\psi_{uv} = \frac{f}{a_0} \cdot \frac{(1 - (v_p/f))}{(1 + (u_0/a_0))}. \quad (5)$$

Combining the expressions (2), (3) and (5), was obtained the expression:

$$\psi_{uv} = \frac{f}{a_0} \cdot \frac{(1 - v_{[rel]})}{(1 + u_{[rel]})}. \quad (6)$$

where: f – a truss' rise value before experimental tests start; a_0 – a truss' half-span before experimental tests start; $v_{[rel]}$ – the ridge node relative vertical displacement, determined using expression (2); $u_{[rel]}$ – truss supports' relative horizontal displacement, determined using expression (3).

Deformation criteria of two-rod system with elastic supports with a symmetrical nonlinear deformation:

$$\frac{P}{E_0 \cdot A_{cal}} = 2\psi_{uv} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{1 + \psi_{uv}^2}} - \frac{\left(\frac{1}{\sqrt{1 + \psi_{uv}^2}} - \sin \alpha_0 \right)}{\left(\frac{k_{s0} \cdot a_0}{E_0 \cdot A_{cal}} + \sin \alpha_0 \right)} \cdot \sin \alpha_0 \right). \quad (7)$$

Combining the formulas (1) and (7) was obtained the next expression:

$$P_{[rel]} = 2\psi_{uv} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{1 + \psi_{uv}^2}} - \frac{\left(\frac{1}{\sqrt{1 + \psi_{uv}^2}} - \sin \alpha_0 \right)}{\left(\frac{k_{s0} \cdot a_0}{E_0 \cdot A_{cal}} + \sin \alpha_0 \right)} \cdot \sin \alpha_0 \right). \quad (8)$$

where: ψ_{uv} – dimensionless parameter of horizontal and vertical displacements, determined using formulae (6); k_{s0} – an initial truss elastic supports' stiffness; a_0 – truss' half-span value before applying the load; α_0 – an initial truss rod's inclination angle; E_0 – the rod's material elasticity module; A_{cal} – estimated truss rod's cross-sectional area.

The horizontal elastic support's reduced stiffness has a value:

$$\frac{k_{s0} \cdot a_0}{E_0 \cdot A_{cal}} = \frac{5.570E + 07 \text{ N/m} \cdot 1.925\text{m}}{1.903E + 08 \text{ N}} = 0.563.$$

The results of the relative vertical and horizontal displacements values and the truss' deformation dimensionless parameters values and also the relative concentrated external forces values which were obtained theoretically and by full-scale experiment are shown in table 2.

Table 2

Experimental and theoretical researches results

Step	$v_{[rel]}$	$u_{[rel]}$	Ψ_{uv}	$P_{[rel]}$ exp.	$P_{[rel]}$ theory
1	0,000E+00	0,000E+00	8,727E-02	0,000E+00	1,176E-06
2	1,762E-02	5,688E-05	8,573E-02	1,031E-05	9,328E-06
3	5,631E-02	1,455E-04	8,235E-02	2,577E-05	2,570E-05
4	1,036E-01	2,117E-04	7,822E-02	4,123E-05	4,296E-05
5	1,382E-01	2,649E-04	7,519E-02	5,154E-05	5,380E-05
6	1,588E-01	2,935E-04	7,340E-02	5,669E-05	5,953E-05
7	1,820E-01	3,195E-04	7,136E-02	6,185E-05	6,540E-05
8	2,132E-01	3,558E-04	6,865E-02	6,714E-05	7,228E-05

The deformations graphs of the equivalent and the theoretical von-Mises trusses, which was described in [11] are shown in Fig. 4

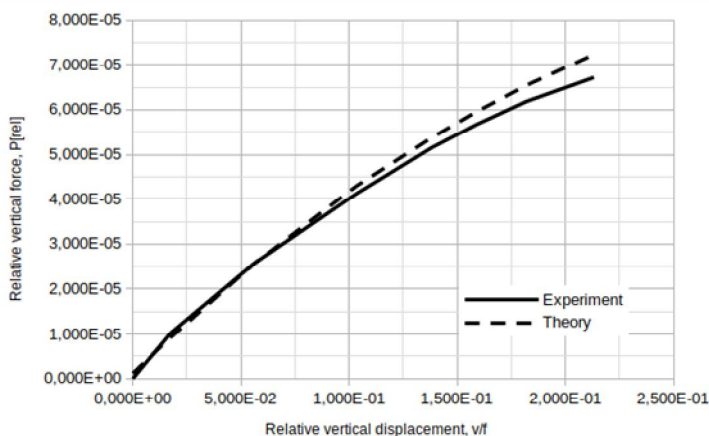


Fig. 4. The dependences' graphs of the relative vertical deformations $v_{[rel]}$ for experimental and theoretical models from the relative concentrated force in the ridge node $P_{[rel]}$

After statistical processing data in Table 2, the difference between the full-scale experiment results for the equivalent von-Mises truss with horizontal elastic supports and the theoretical stability studies results for the von-Mises truss according to expression (8) was - 5.254%.

4. Conclusions

1. The equivalent von-Mises truss' with elastic horizontal supports full-scale experimental tests were performed, which simulates the ribbed-annular dome upper tier's operation with a span of 18 m with rise of 5.195 m with the ribs' number - 8 and with the tiers' number - 6.

2. The full-scale experimental tests' primary and secondary data processing according to known methods of scientific data processing were carried out.

3. An experimental studies results analysis showed that the equivalent von-Mises truss with elastic horizontal supports deformed nonlinearly along the asymmetric scheme and lost stability at an external concentrated load value of 1302.8 kilogram-forces, with vertical truss' deformations of 35.81 mm and horizontal supports displacements - 0.68 mm each. The reduced stiffness of the puffs simulating the elastic horizontal supports was 0.563.

4. The experimental studies results were used to verify the analytical expression (8), which is given in [11]. Experimental and theoretical results analysis has shown a good convergence of these results and allowed to draw conclusions not only about a full-scale experiment validity, but also about using analytical expressions feasibility for determining von-Mises trusses stability criterion with horizontal elastic supports, which loaded by vertical concentrated load in the ridge. This in turn means that due to analytical expressions it is possible to predict the three-hinged trusses with elastic horizontal supports stability loss, which in turn allows predicting the ribbed-annular dome upper tier's overall stability loss.

REFERENCES

1. *Bilyk S.I.* Optimal form of the geometrical circuitry of the frame carcase with incline elements around functional cubature / Bilyk S. I. // Applied geometry and engineering graphics: Collection of scientific papers/ KNUBA. –K., 2004. – V. 74. – P. 228–235. [in Ukrainian].
2. *Tonkacheiev V.H.* Ribbed-ring domes optimal design parameters' determination with usable area 200..500 m2. // Urban planning and spatial planning. Kyiv. KNUBA, 2016. Issue No 62 part 1. P. 525-531. [inUkrainian].
3. *Bilyk S.I., Tonkacheiev V.H.* The influence of direction of the nodal load on stability of the von Mises truss with elastic supports on the example of ribbed domes with rings of steel// Construction, materials science, mechanical engineering. Section: Innovative lifecycle technology of housing and civil, industrial and transportation purposes – Dnepr: PGASA, 2015. – Issue No 85. – P. 44-49. <http://smm.pgasa.dp.ua/article/view/67272>
4. *Bilyk S.I.* Stability of two-rod trusses taking into account the elastic stiffness of the ridge node // Collection of scientific works of the Ukrainian Institute of Steel Structures named after V.M. Shimanovsky. – 2015. – Issue No 16. – P. 13-21. [in Ukrainian].
5. *Bilyk S.I., Tonkacheiev V.H.* Modeling of the low-pitched dome covering's upper tier deformations. // New technologies in construction, Issue No 32, Kyiv: NDI BV. 2017. P. 44-49. [in Ukrainian]
6. *R.V. Mises*, Über die Stabilitätsprobleme der Elastizitätstheorie, Z. angew. Math. Mech., 3 (1923), 406–422, doi:10.1002/zamm.19230030602 <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/zamm.19230030602>.
7. *Kala Z.* Stability of von-Misses truss with initial random imperfections. Modern Building Materials, Structures and Techniques, MBMST 2016. Procedia Engineering 172 (2017) p.473 – 480. <https://pdf.sciencedirectassets.com/278653/>.

8. *Greco Marcelo, Carlos Eduardo Rodrigues Vicente*, Analytical solutions for geometrically nonlinear trusses, *Revista Escola de Minas*, 62 (2009) 2, 205-214, doi:10.1590/S0370-44672009000200012
9. *Kala Z. Kalina M.* Static equilibrium states of von Mises trusses. *INTERNATIONAL JOURNAL OF MECHANICS*, volume 10, 2016, p. 294-298. [https://www.researchgate.net/publication/305175165Kala, Zdenek & Kalina, Martin. \(2016\).](https://www.researchgate.net/publication/305175165Kala_Zdenek_Kalina_Martin_(2016))
10. *Frantík P.* Simulation of the stability loss of the von Mises truss in an unsymmetrical stress state/ *Engineering MECHANICS*, Vol. 14, 2007, No. 1, p. 155–161 http://www.engineeringmechanics.cz/pdf/14_3_155.pdf
11. *S.I. Bilyk, A.S. Bilyk, V.H. Tonkacheiev.* The stability of low-pitched von mises trusses with horizontal elastic supports// *Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles – Kyiv: KNUBA, 2022. – Issue 108. (submitted for publication)*
12. *W. Nachbar, N.C. Huang:* Dynamic snap-through of a simple viscoelastic truss, *Q. Appl. Math.*, 25 (1967), 65–82, https://www.researchgate.net/publication/268490270_Dynamic_snap-through_of_a_simple_viscoelastic_truss, 23.11.2016
13. *Federico Oyedeji Falope, Matteo Pellicciari, Luca Lanzoni, Angelo Marcello Tarantino,* Snap-through and Eulerian buckling of the bi-stable von Mises truss in nonlinear elasticity: A theoretical, numerical and experimental investigation, // *International Journal of Non-Linear Mechanics*, Volume 134, 2021, 103739, ISSN 0020-7462. <https://doi.org/10.1016/j.ijnonlinmec.2021.103739>.
14. *Bilyk S.I., Tonkacheiev H.M., Bilyk A.S., Tonkacheiev V.H.* Tall von-Mises trusses' skew-symmetric deformation// *Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles – Kyiv: KNUBA, 2020. – Issue 105. – P. 114-126. <https://doi.org/10.32347/2410-2547.2020.105.114-126>*
15. *Isakhanov H.V.* Fundamentals of scientific research in construction. Kyiv: High school. Head publishing house, 1985. 208p [inRussian].
16. *Zhuk A.Ia., Zheliabina N.K., Malyshev H.P.* Fundamentals of scientific research in the field of practical mechanics // textbook. Manual, Zaporizhia. state eng. Academy, Book. 2: Experimental research.- Kyiv, Condor, 2012.-221 p.- (ill.) [inUkrainian].

Стаття надійшла 06.04.2022

Тонкачєв В. Г., Білик С.І.

ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ ДОСЛІДЖЕННЯ СТІЙКОСТІ МОДЕЛІ ВЕРХНЬОГО ЯРУСУ РЕБРИСТО-КІЛЬЦЕВОГО КУПОЛУ.

Анотація. Мета. Ціль проведення даного дослідження - перевірка гіпотези втрати стійкості з ефектом проклацування верхнім ярусом ребристо-кільцевого куполу на натурній моделі експериментальним випробуванням, та підтвердження нелінійної роботи ярусу під дією зовнішнього навантаження. **Методика.** За аналог куполу для моделювання був прийнятий ребристо-кільцевий купол описаний в плані колом діаметром 18м із відношенням стріли куполу до прольоту 1/4, який складався з 8 ребер та мав 6 ярусів по висоті. Верхній ярус куполу обмежений нижнім кільцем, яке одночасно є верхнім кільцем нижче розташованого ярусу, та верхнім опорним кільцем куполу. Кільця ярусу та здатне виконані зі сталевих замкнених гнотозварних профілів прямокутного перерізу. У якості моделі верхнього ярусу куполу було прийнято рішення використати ферму Мізеса, як популярну модель для теоретичних досліджень стійкості двострижневих похилних систем, яка дозволяє моделювати нелінійну роботу цих систем. Використання класичної ферми Мізеса при моделюванні поведінки верхнього ярусу куполу пов'язано з низкою проблем. В першу чергу ярус – тривимірна система, що має вісім стрижнів, тому було прийнято рішення моделювати ярус еквівалентною пласкою фермою, що являє собою 1/4 від верхнього ярусу. По друге, нижнє кільце ярусу має обмежену жорсткість та здатне деформуватись, в той час як класична ферма має нерухомі опори, саме тому було прийнято рішення додати до класичної моделі ферми пружні горизонтальні опори. Горизонтальні пружні опори виконувались як сталеві парні затяжки та моделювали деформації нижнього опорного кільця верхнього ярусу куполу. **Результати.** Проведена первинна та вторинна обробка отриманих даних, та проведено аналіз результатів натурального випробування.

Підтверджено нелінійний характер деформування верхнього ярусу ребристо-кільцевого куполу під дією зовнішнього зосередженого вертикального навантаження в гребеновому вузлі. Встановлено, що характер втрати стійкості верхнім ярусом має ефект прокладування гребенового вузлу. **Наукова цінність.** Отримано залежності деформування еквівалентної ферми Мізеса з пружними горизонтальними опорами за допомогою натурного експерименту. Виконано порівняння результатів експериментальних досліджень поведінки еквівалентної ферми з результатами існуючих теоретичних досліджень. Аналіз результатів експериментальних та теоретичних досліджень підтвердив достовірність результатів експерименту та підтвердив доцільність використання аналітичних виразів для попередньої оцінки стійкості ферми Мізеса з пружними горизонтальними опорами. **Практична значимість.** Отримані результати експериментальних досліджень дозволяють створити інструментарій для проєктувальників для підвищення надійності купольних конструкцій.

Ключові слова: ребристо-кільцевий купол, ферма Мізеса, втрата стійкості, пружні горизонтальні опори, опорне кільце, затяжка, верхній ярус.

Tonkacheiev V.H., Bilyk S.I.

THE RIBBED-ANNULAR DOME'S UPPER TIER MODEL STABILITY EXPERIMENTAL STUDIES.

Abstract. Purpose. The work's aim is to check the stability loss hypothesis with the snap-through effect of the ribbed-annular dome's upper tier on a full-scale model by experimental tests, and confirming the nonlinear tier's work under external load. **Methodology.** The ribbed-ring dome circumscribe in the plan as a circle with a diameter of 18 m with the dome rise ratio to the span - 1/4, which consisted of 8 ribs and had 6 tiers in height, was taken as an dome-model analog. The upper tier of the dome is bounded by the lower ring, which is the upper ring for the tier below, and the dome's upper support ring. Tier rings and ribs are made of steel closed bent welded profiles with rectangular cross section. As a dome's upper tier model, it was decided to use the von-Mises truss as a popular model for two-rod inclined systems' theoretical stability studies, which allows modeling these systems nonlinear behavior. The classic von-Mises truss using in modeling the dome's upper tier behavior is associated with a number of problems. First, the tier is a three-dimensional system with eight rods, so it was decided to model the tier with an equivalent low-pitched truss, which is 1/4 of the upper tier. Secondly, the lower tier ring has limited rigidity and can be deformed, while the classic truss has fixed supports, which is why it was decided to add elastic horizontal supports to the classic von-Mises truss model. Horizontal elastic supports were performed as steel pair puffs and were simulated the dome's upper tier lower support ring deformations. **Findings.** The obtained data primary and secondary processing, and the full-scale experiment results analysis were carried out. The ribbed-annular dome's upper tier nonlinear deformations nature under the external concentrated vertical load action in the ridge node was confirmed. It was established that in the ridge joint the upper tier's stability loss nature has the snap-through effect. **Scientific innovation.** The deformation dependencies for the equivalent von-Mises truss with elastic supports with the help of full-scale experiment were obtained. A comparison of the equivalent truss' behavior experimental studies results with the existing theoretical studies' results was made. The experimental and theoretical studies results analysis confirmed the experimental data results reliability and analytical expressions feasibility use for the preliminary assessment of von-Mises truss' with elastic supports stability. **Practical value.** The obtained results of experimental research allow creating tools for designers to increase the dome structures reliability.

Keywords: ribbed-annular dome, Mises' truss, stability loss, elastic horizontal supports, support ring, puff, upper tier.

УДК 624.014

Тонкачев В.Г., Білик С.І. Експериментальні дослідження стійкості моделі верхнього ярусу ребристо-кільцевого куполу // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірник – К.: КНУБА, 2022. – Вип. 108. – С. 283-294. – Англ.

Проведено експериментальні дослідження стійкості моделі верхнього ярусу ребристо-кільцевого куполу.

Іл. 4. Бібліогр. 16 назв.

UDC624.014

Tonkacheiev V.H., Bilyk S.I. The ribbed-annular dome's upper tier model stability experimental studies. - Scientific-and-technical collected articles. – K.: KNUBA, 2022. – Issue 108. – P. 283-294.

The ribbed-annular dome's upper tier model stability experimental studies were carried out.

Fig. 4. Ref. 16.

Автор (науковий ступінь, вченезвання, посада): доктор технічних наук професор, професор кафедри металевих та дерев'яних конструкцій, завідувач кафедри металевих та дерев'яних конструкцій КНУБА БІЛІК Сергій Іванович.

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури.

Адреса домашня: 02068 Україна, м. Київ, вул. Драгоманова 23, кв. 03, Білику Сергію Івановичу.

Робочий тел.: +38(044) 241-55-56.

Мобільний тел.: +38(067) 098-044-82 88;

Домашній тел.: +38(098) 044-82-88;

E-mail: vartist@ukr.net

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0001-8783-5892>

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, доцент кафедри металевих та дерев'яних конструкцій КНУБА ТОНКАЧЕСВ Віталій Геннадійович

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури.

Адреса домашня: 08136 Україна, с. Крюківщина, вул. Дружби 6, кв. 19, Тонкачєсву Віталію Геннадійовичу

Мобільний тел.: +38(063) 322-40-50;

Домашній тел.: +38(044) 545-50-49;

E-mail: tonkacheiev.vg@knuba.edu.ua

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-1010-8440>

UDC 621.922

MECHANICAL STRENGTH INCREASING OF ABRASIVE REINFORCED WHEEL

Yu.D. Abrashkevych,

Doctor of Technical Science, Professor

H.M. Machyshyn,

Candidate of Science (Engineering), Associate Professor

O.A. Marchenko,

Candidate of Science (Engineering)

M.M. Balaka,

Candidate of Science (Engineering)

O.H. Zhukova,

Candidate of Science (Engineering), Associate Professor

*Kyiv National University of Construction and Architecture
31, Povitroflotsky Ave., Kyiv, Ukraine, 03037*

DOI: 10.32347/2410-2547.2022.108.295–308

The mathematical model of the stress-strain state of the abrasive reinforced wheel was developed in this paper, taking into account the anisotropy of its properties. Anisotropy can be reduced by displacing one reinforcement mesh relatively to the other by angle of 45° . The mechanical strength of unreinforced abrasive wheels is determined by centrifugal and bending forces. To determine the centrifugal forces, the theory of elasticity for an orthotropic body is applied. The bending forces that arise in the working wheel were determined during solving the problem of the distribution of deformations in the anisotropic annular plate rigidly fixed along the inner contour. As a result of experimental studies, it was found that stresses reach 8...23 MPa, which can be compared with the ultimate strength of the wheel matrix. The elastic module of the wheel matrix is noticeably greater than the elastic module of the reinforcing mesh, which practically does not perceive the load at the initial stage.

Keywords: abrasive reinforced wheel, strength, reinforcing mesh, centrifugal and bending forces, deformation.

Introduction

Cutting and cleaning abrasive reinforced wheels are widely used not only in construction, but also in mechanical engineering, instrument making, and other sectors of the national economy associated with metal processing. The annual production of wheels is in the hundreds of millions of pieces. So only OJSC «Luga Abrasive Plant» produces more than 300 million pieces per year [1, 2]. Abrasive reinforced wheels operate in combination with hand-held and portable machines [3] with a working speed of 80 m/s and are classified as high-risk tools [4].

Analysis of publications

Nowadays, a fairly large number of works of study on the processes of metal grinding have been carried out [5, 6]. There are practically no works aimed at increasing the mechanical strength of abrasive reinforced wheels,

which are widely used in cutting and cleaning operations. At the same time, the results of experimental studies on determining the stresses in the abrasive wheel arising during operation are presented [7]. The issues related to the influence of the acting forces on the abrasive wheel, as well as the influence of reinforcement on the strength indicators of the wheel, are considered.

Purpose of the paper

The purpose of this paper is to develop a mathematical model for calculating the stress-strain state of abrasive reinforced wheels. That will allow us to determine the stresses in the abrasive wheel, taking into account the reinforcing mesh during performing cutting and cleaning operations.

Research results

The worker's safety is determined by the strength of an abrasive reinforced wheel, which during operation is in a complex stress-strain state under the influence of centrifugal, bending, tangential and normal forces.

During rotation in the abrasive wheel, centrifugal accelerations $a = (3...20) \cdot 10^4 \text{ m/s}^2$ arise, which lead to the appearance of tensile stresses on the inner contour of the wheel, comparable in magnitude with the ultimate strength of the wheel material.

Bending forces constantly act on the grinding wheels, and can also appear in cutting wheels when they are skewed or pinched [8, 9]. For cleaning wheel, bending forces can be represented by the concentrated force F_{bend} (Fig. 1) applied to the cutting edge of the wheel 1, perpendicular to its plane and equal in magnitude to the force P , with which the worker presses the wheel to the cutting surface 2, multiplied by the sinus of the angle of inclination of the wheel α . In this case, the stresses caused by bending forces can reach values on the inner contour comparable to the ultimate strength of the wheel material.

The analysis showed that in the area of the clamping flange, the stresses caused by tangential and normal forces are much less than the ultimate strength of its material, therefore, we do not take them into account.

The mechanical strength of the wheels during rotation is determined by centrifugal forces. In this regard, for an approximate analysis of the stress state and comparison of experimental data, the theory of elasticity under the assumption that the abrasive wheel is an isotropic body was used.

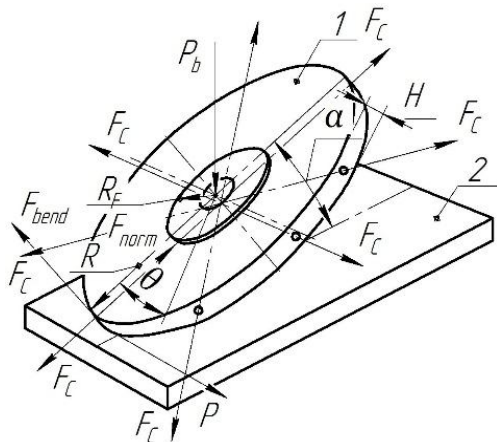


Fig. 1. Forces acting on the cleaning wheel

The equilibrium equation for an elastic wheel, which is characterized by constant thickness and rotates with angular velocity ω , has the form [10, 11]:

$$\frac{d}{dr} \cdot \left[\frac{1}{r} \cdot \frac{d(UR)}{dR} \right] = -\frac{1-\nu^2}{E} \cdot \rho \omega^2 R, \quad (1)$$

where U – radial displacement of point located at distance R from the center of the wheel, m; ν – Poisson's ratio; E – module of elasticity for the wheel material, Pa; ρ – material density, kg/cm³.

With the integration of equation (1) two times and the notation $\tilde{a}_0 = \frac{1}{8} \cdot \rho \omega^2$, we get:

$$U = A_1 \frac{1-\nu}{E} \cdot R + A_2 \frac{1+\nu}{E} \cdot \frac{1}{R} - \tilde{a}_0 \frac{1-\nu^2}{E} \cdot R^3, \quad (2)$$

where A_1 , A_2 – integration constants, which are determined from the boundary conditions.

The stresses in the radial σ_r and circumferential σ_θ directions corresponding to displacements of equation (2), according to [11], have the form:

$$\sigma_r = A_1 - A_2 \frac{1}{R} - \tilde{a}_0 (3+\nu) R^2, \quad (3)$$

$$\sigma_\theta = A_1 + A_2 \frac{1}{R} - \tilde{a}_0 (1+3\nu) R^2.$$

As boundary conditions on the outer and inner contours of the abrasive wheel it is accepted that:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r \Big|_{R=R_0} &= 0, \\ U_r \Big|_{R=R_F} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

The boundary conditions take into account the rigid clamping of the wheel along the contour of the clamping flange and the absence of stresses on the cutting edge.

Integration constants A_1 and A_2 are determined from the following system of equations:

$$A_1 \cdot \frac{1-\nu}{1+\nu} \cdot R_F^2 + A_2 = \tilde{a}_0 (1-\nu) R_F^4, \quad (5)$$

$$A_1 \cdot R_0^2 - A_2 = \tilde{a}_0 (3+\nu) R_0^4.$$

After transformation we get:

$$A_1 = \tilde{a}_0 \frac{(1-\nu) \cdot R_F^4 + (3+\nu) \cdot R_0^4}{((1-\nu)/(1+\nu)) \cdot R_F^2 + R_0^2}, \quad (6)$$

$$A_2 = \tilde{a}_0 (1-\nu) R_F^2 \cdot R_0^2 \frac{R_F^2 - ((3+\nu)/(1+\nu)) \cdot R_0^2}{((1-\nu)/(1+\nu)) \cdot R_F^2 + R_0^2}.$$

Now, using equation (3), we can calculate the stresses in the wheel. The inner contour ($R = R_F$) which is the most likely place of destruction represents the greatest interest.

It should be noted that under the influence of overloads, the material of the matrix of the wheel is destroyed, and the stress-strain state in the wheel undergoes significant changes. At the same time, the integrity of the wheel under the action of centrifugal forces can be maintained only by a reinforcing mesh capable of withstanding only radial loads.

It is proposed to install reinforcing mesh (Fig. 2) of the specified configuration [12] which will improve technical characteristics of the wheel.

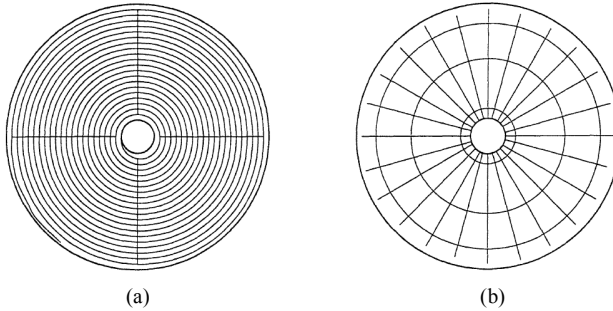


Fig. 2. Wheels reinforcement schemes: (a) tangential and (b) radial

Let's take x as the relative volumetric content of reinforcing fibers in the body of the wheel. Then, considering the equilibrium of the wheel element and assuming that $\sigma_\theta = 0$, and the radial stress is perceived only by oriented fibers, the proportion of which is q_1 from all fiber ($q_1 \approx 1/2$), we have:

$$\frac{d\sigma_r}{dR} + \frac{\sigma_r}{R} = -\frac{1}{q_1 x} \cdot \rho \omega^2 R. \quad (7)$$

Expressing stress through displacement, we get:

$$\frac{d^2 U}{dR^2} + \frac{1}{R} \cdot \frac{dU}{dR} = -\frac{1}{E_{mesh}} \cdot \frac{1}{q_1 x} \cdot \rho \omega^2 R. \quad (8)$$

where E_{mesh} – elasticity module of the reinforcing mesh material.

The general integral of equation (8) has the form:

$$U = C_1 \ln R + C_2 - \frac{\omega^2 \rho}{3E_{mesh} q_1 x} \cdot R^3, \quad (9)$$

$$\sigma_r = E_{mesh} C_1 \cdot \frac{1}{R} - \frac{\omega^2 \rho}{3q_1 x} R^2, \quad (10)$$

considering that $\sigma_r|_{R=R_0} = 0$, we determine

$$C_1 = \frac{\omega^2 \rho R_0^3}{3E_{mesh} q_1 x} \quad (11)$$

and after substitution equation (11) into equation (10), we find an expression for the stresses experienced by the reinforcing fibers on the inner contour

$$\sigma_r = \frac{\omega^2 \rho (R_0^3 - R_F^3)}{3q_1 x R_F}. \quad (12)$$

Under the condition of acceleration (deceleration) of the wheel, the circumferential acceleration $a = \frac{dV}{dt} = R \frac{d\omega}{dt}$ causes stresses σ_r in sections $R = const$, which can be determined from the equilibrium condition of the wheel part located between the radii R and R_0 :

$$\sigma_r 2\pi R_F^2 \tilde{H} = \rho \tilde{H} 2\pi \int_{R_F}^{R_0} \frac{d\omega}{dt} R^3 dR; \quad \sigma_r = \frac{\rho}{4} \cdot \frac{d\omega}{dt} \cdot \frac{R_0^4 - R_F^4}{R_F^2}. \quad (13)$$

After testing the samples of abrasive wheels for tension, the obtained experimental and calculated values of stresses in the circumferential and radial directions were compared. It was found that the calculated stresses are more than two times less than the experimental ones, that means they can be used only for a qualitative assessment.

For further analysis, the deformations arising under the action of centrifugal forces in wheels with different reinforcement schemes were determined on a special stand. As a result, it was confirmed that in the directions of the fibers of the reinforcing mesh, the value of deformations is 1,3...1,6 times less. At the same time samples in which the direction of tensile forces coincides with the direction of the fibers of the reinforcing mesh or make angle of 45° (Fig. 3) with them have the maximum and minimum strength. It has been established that, depending on the design, the ultimate strength of the abrasive reinforced wheels is 8...23 MPa.

After studying the stress-strain state, the abrasive wheels on the stand were brought to destruction, which occurs mainly along the radii. As a result, it was found that the abrasive reinforced wheel is an anisotropic body, while orthotropy of its mechanical properties is observed. Anisotropy can be reduced if the

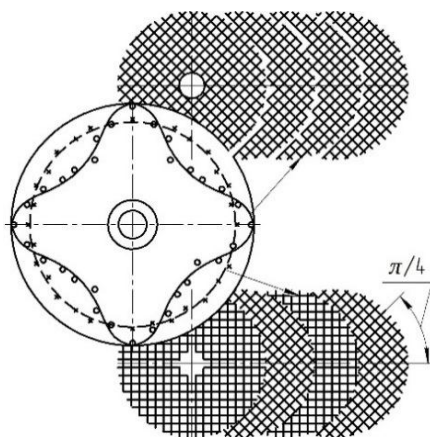


Fig. 3. Diagram of the deformations distribution in the wheel with different orientations of the reinforcing meshes

reinforcing mesh is positioned in such a way that the fibers of one of them are displaced at angle of 45° relative to the fibers of the other. In this case, the wheel has the most equal strength, and its reliability increases. Changing the orientation of the inner meshes in the abrasive reinforced wheels (Fig. 3) allows an increase in tensile strength by an average of 20%, so they can be considered as orthotropic bodies.

The change in the elastic modules of the material of the wheel as an anisotropic body is described by the dependence:

$$E(\theta) = \frac{E_1 E_2}{E_1 \cos^4 \theta + ((4E_1 E_2)/E_{12} - E_1 - E_2) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + E_2 \sin^4 \theta}, \quad (14)$$

where E_1 , E_2 , E_{12} – tensile modules in directions making angles $\pi/2$, π , $\pi/4$ with reinforcing mesh fibers.

For the orthotropic wheel we obtain the stress distribution from the action of centrifugal forces using the stress function:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{E_\theta} \frac{\partial^4 F_C}{\partial R^4} + \left(\frac{1}{G_{r\theta}} - \frac{2\nu_r}{E_r} \right) \frac{1}{R^2} \frac{\partial^4 F_C}{\partial R^2 \partial \theta^2} + \frac{1}{E_r} \frac{1}{R^4} \frac{\partial^4 F_C}{\partial \theta^4} + \\ & + \frac{2}{E_\theta} \frac{1}{R} \frac{\partial^3 F_C}{\partial R^3} - \left(\frac{1}{G_{r\theta}} - \frac{2\nu_r}{E_r} \right) \frac{1}{R^3} \frac{\partial^3 F_C}{\partial r \partial \theta^2} - \frac{1}{E_r} \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 F_C}{\partial R^2} + \\ & + \left(2 \frac{1-\nu_r}{E_r} + \frac{1}{G_{r\theta}} \right) \frac{1}{R^4} \frac{\partial^2 F_C}{\partial \theta^2} + \frac{1}{E_r} \frac{1}{R^3} \frac{\partial F_C}{\partial R} = \\ & = - \left[\frac{1-\nu_\theta}{E_\theta} \frac{\partial^2}{\partial R^2} + \frac{1-\nu_r}{E_r} \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 J}{\partial \theta^2} + \left(\frac{2}{E_\theta} - \frac{1-\nu_r}{E_r} \right) \frac{1}{R} \frac{\partial J}{\partial R} \right], \quad (15) \end{aligned}$$

where E_r , E_θ – tensile modules in main directions R and θ , Pa; $J = -\rho\omega^2 \cdot R^2 / 2$ – moment of inertia; $G_{r\theta}$ – shear module for main directions, Pa.

Considering that the load from centrifugal forces is symmetrical, the stress function will take the form:

$$F_C = A_0 + B_0 R^2 + CR^{1+K} + DR^{1-K} + \frac{\rho\omega^2}{2} (3-K-2\nu_\theta) R^2, \quad (16)$$

where $K = \sqrt{E_\theta/E_r}$; $\nu_r = \nu_\theta = \nu$ – Poisson's ratio.

Using relations from the theory of elasticity [10]:

$$\begin{aligned} \sigma_r^c &= \frac{1}{R} \frac{\partial F_C}{\partial R} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 F_C}{\partial \theta^2} + J; \\ \sigma_\theta^c &= \frac{\partial^2 F_C}{\partial R^2} + J; \\ U_r &= R \left(\frac{\sigma_\theta^c}{E_\theta} - \frac{\nu_r}{E_r} \sigma_r^c \right), \quad (17) \end{aligned}$$

we define the stress components and the projection of the displacement:

$$\sigma_r^c = C(1+K)R^{K-1} + D(1-K)R^{-K-1} - \rho\omega^2 \frac{3+v_0}{9-K^2} R^2, \quad (18)$$

$$\sigma_\theta^c = C(1+K)KR^{K-1} + D(1-K)KR^{-K-1} - \rho\omega^2 \frac{K^2+3v_0}{9-K^2} R^2, \quad (19)$$

$$U_r^c = \frac{C}{E_0}(1+K)(K-v_0)R^K + \frac{D}{E_0}(1-K)R^{-K} - \frac{\rho\omega^2}{E_0} \frac{K^2-v_0^2}{9-K^2}. \quad (20)$$

Constants C and D are determined from the boundary conditions:

$$U_r^c \Big|_{R=R_F} = 0; \quad \sigma_r^c \Big|_{R=R_0} = 0, \quad (21)$$

$$C = \frac{\begin{vmatrix} \rho\omega^2 \frac{K^2-v_0^2}{9-K^2} R_F^3 & (K-1)(K-v_0)R_F^{-k} \\ \rho\omega^2 \frac{3+v_0^2}{9-K^2} R_0^2 & (1-K)R_0^{-K-1} \end{vmatrix}}{(1-K^2) \left[R_F^K R_0^{-K-1} (K-v_0) + R_F^K R_0^{K-1} (K+v_0) \right]}, \quad (22)$$

$$D = \frac{\begin{vmatrix} (1-K)(K-v_0)R_F^k & \rho\omega^2 \frac{K^2-v_0^2}{9-K^2} R_F^3 \\ (1+K)R_0^{K-1} & \rho\omega^2 \frac{3+v_0^2}{9-K^2} R_0^2 \end{vmatrix}}{(1-K^2) \left[R_F^K R_0^{-K-1} (K-v_0) + R_F^{-K} R_0^{K-1} (K+v_0) \right]}.$$

Dependences (18) and (19), taking into account equation (22), describe the stress state of a rotating abrasive reinforced wheel.

In the process of experimental verification of theoretical calculations physical and mechanical characteristics of wheels (Table 1) with different reinforcement schemes were determined.

Table 1

Wheel type	Tensile module			Poisson's ratio ν	Tensile strength σ , MPa	Breaking angular velocity ω , s^{-1}
	E_1 , MPa	E_2 , MPa	E_{12} , MPa			
41–400×4×32 (one mesh) for cutting mountain rocks	4394	4725	3855	0,2	7,4	602
41–300×3×32 (two meshes) for cutting the metal	9550	11040	9124	0,2	18,5	760
27–230×6×22,23 (four meshes) for cleaning the metal	10440	10870	9540	0,2	23,0	1060

The total stresses arising in brittle bodies are calculated using the equation $\sigma_{total}^c = \sigma_r^U - \nu\sigma_\theta^c$. Based on this, we write down the condition for maintaining the integrity of the wheel under the action of centrifugal forces:

$$\sigma_{total}^c = \sigma_r^c - \nu\sigma_\theta^c \leq k_{zp}\sigma_0. \quad (23)$$

The dependence of total stresses σ_{total}^c on the angular velocity ω recorded during the destruction of the wheels is presented in Fig. 4.

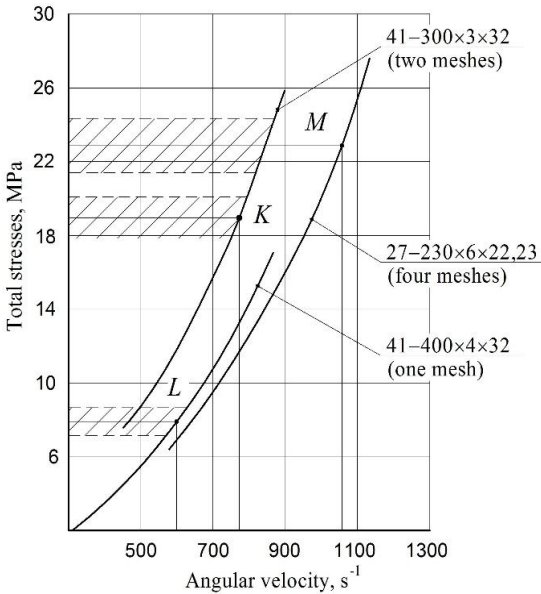


Fig. 4. Dependences of stress change on angular velocity

The points K , L , M , marked on the curves, correspond to the destruction of the wheels. Comparison of the calculated and experimental data shows that their ratio does not exceed 8%. During the calculation of the stress state arising under the action of bending forces, the wheel can be considered as closed annular plate, clamped along the inner contour and loaded with concentrated force along the outer contour.

As is known from the methodology for calculating stresses [11] arising in the wheel under the action of centrifugal forces, the differential equation of bending in polar coordinates has the form [13]:

$$D\Delta\Delta W = 0, \quad (24)$$

where $D = \frac{E\tilde{H}^3}{12(1-\nu^2)}$ – cylindrical stiffness, N·m; \tilde{H} – plate thickness, m; E – elastic module, Pa; ν – Poisson's ratio; W – deflection, m; $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial R^2} + \frac{1}{R} + \frac{\partial}{\partial R} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2}$ – second order Laplace operator.

Internal forces in the plate (Fig. 3) are expressed in terms of deflection in following way:

$$M_r = -D \left[\frac{\partial^2 W}{\partial R^2} + \frac{\nu}{R} \left(\frac{\partial W}{\partial R} + \frac{1}{R} \frac{\partial^2 W}{\partial \theta^2} \right) \right], \quad (25)$$

$$M_\theta = -D \left[\nu \frac{\partial^2 W}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial W}{\partial R} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 W}{\partial \theta^2} \right], \quad (26)$$

$$M_{r\theta} = (1-\nu) D \left[\frac{1}{R} \frac{\partial^2 W}{\partial R \partial \theta} - \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 W}{\partial \theta^2} \right], \quad (27)$$

$$V_r = Q_r - \frac{1}{R} \frac{\partial M_{r\theta}}{\partial \theta} = -D \left[\frac{\partial}{\partial R} \Delta W + (1-\nu) \frac{\partial^2}{\partial R \partial \theta} \left(\frac{1}{R} \frac{\partial W}{\partial \theta} \right) \right], \quad (28)$$

where M_r , M_θ , $M_{r\theta}$ – bending moments, N·m; V_r – support reaction per unit length of the plate contour, N/m; Q_r – transverse force, N.

The maximum stresses in magnitude are achieved in each section on the surface of the plate and are expressed through internal forces using the ratios:

$$\sigma_r^{bend} = \frac{6M_r}{\tilde{H}^2}; \quad \sigma_\theta^{bend} = \frac{6M_\theta}{\tilde{H}^2}; \quad \sigma_{r\theta}^{bend} = \frac{6M_{r\theta}}{\tilde{H}^2}. \quad (29)$$

We represent the solution of equation (24) in the form of a Fourier series [14]:

$$W = F_0(R) + \sum_{m=1}^{\infty} F_m(R) \cos m\theta, \quad (30)$$

where $F_m(R)$ – function of the variable R , which is determined by substituting equation (30) into equation (24) and has the form:

$$F_0(R) = A_0 R + B_0 R^2 + C_0 \ln R + D_0 R^2 \ln R, \quad (31)$$

$$F_1(R) = A_1 R + B_1 R^{-1} + C_1 R^3 + D_1 R \ln R, \quad (32)$$

$$F_m(R) = A_m R^m + B_m R^{-m} + C_m R^{m+2} + D_m R^{-m+2}, \quad (33)$$

where A_m , B_m , C_m , D_m ($m = 0, 1, 2, \dots$) – arbitrary constants determined in the case under consideration from the following boundary conditions:

$$W \Big|_{R=R_f} = 0, \quad (34)$$

$$\frac{dW}{dR} \Big|_{R=R_f} = 0, \quad (35)$$

$$M_r|_{R=R_0} = 0, \quad (36)$$

$$V_r|_{R=R_2} = \frac{F_{bend}}{\pi R_0^2} \left(1 + \sum_{m=1}^{\infty} \cos m\theta \right). \quad (37)$$

Performing the corresponding operations of differentiation over series in equation (30), we obtain a Fourier series expansion for the functions $\frac{dW}{dR}(R, \theta)$, $M_r(R, \theta)$, $V_r(R, \theta)$, $M_\theta(R, \theta)$, $M_{r\theta}(R, \theta)$:

$$\frac{dW}{dR} = \varphi_0(R) + \sum_{m=1}^{\infty} \varphi_m(R) \cos m\theta, \quad (38)$$

$$M_r = \mu_0(R) + \sum_{m=1}^{\infty} \mu_m(R) \cos m\theta, \quad (39)$$

$$V_r = v_0(R) + \sum_{m=1}^{\infty} v_m(R) \cos m\theta, \quad (40)$$

$$M_\theta = \psi_0(R) + \sum_{m=1}^{\infty} \psi_m(R) \cos m\theta, \quad (41)$$

$$M_{r\theta} = \eta_0(R) + \sum_{m=1}^{\infty} \eta_m(R) \cos m\theta, \quad (42)$$

where φ_m , μ_m , v_m , ψ_m , η_m – functions that include arbitrary constants.

Taking into account equations (38)...(42) and (30), boundary conditions equations (34)...(37) are reduced to the following systems of linear equations relatively to unknowns A_m , B_m , C_m , D_m ($m = 0, 1, 2, \dots$):

$$F_m(R_1) = 0; \quad \varphi_m(R_1) = 0; \quad \mu_m(R_2) = 0; \quad v_m(R_0) = \begin{cases} \frac{F_{bend}}{2\pi R_0}, & m = 0 \\ \frac{F_{bend}}{\pi R_0}, & m \neq 0 \end{cases}. \quad (43)$$

Having determined from equation (43) arbitrary constants for each harmonic of the series (30), we can use formulas equations (25)...(27) to calculate the internal forces in the abrasive wheel, and then using equation (29) – stresses caused by bending. The results of the action of various force factors are summed up and the main stresses are calculated:

$$\sigma_{total} = (\sigma_r^c + \sigma_r^{iend}) - \nu (\sigma_\theta^c + \sigma_\theta^{bend}). \quad (44)$$

The developed model of the stress-strain state of an abrasive reinforced wheel allows predicting its strength characteristics, which will ensure safe and reliable exploitation.

Conclusions

As a result of theoretical and experimental studies it was determined that an abrasive reinforced wheel is an anisotropic body. The main force factors affecting the strength of abrasive wheels are bending and centrifugal forces,

while for grinding wheels the influence of bending and centrifugal forces should be taken into account and for cutting wheels – centrifugal forces.

The greatest danger from the point of view of breaking the wheel is its working part at the contour of the clamping flange of the drive machine. The elastic modulus of the wheel ligament significantly exceeds the elastic modulus of the reinforcing mesh, therefore, it practically does not perceive the load at the initial stage of loading. The role of the reinforcing mesh is to maintain the integrity of the wheel after the formation of cracks in it.

To increase the strength of the wheel, it is advisable to additionally reinforce with meshes of small diameter at the contour of the clamping flange of the drive machine, and also to increase the scatter of the characteristics of elasticity and strength of the polymer matrix of the wheel. The developed algorithm for calculating the strength indicators of abrasive reinforced wheels allows you to calculate forces that arise in it, which makes it possible to predict their reliability and safer operation.

REFERENCES

1. Luga Abrasive Plant. [online] Available at: <https://www.abrasives.ru/en/> [Accessed: 9 October 2021].
2. Interviu generalnogo direktora «Luzhskogo abrazivnogo zavoda» Vadima Andreevicha Borisova: «Nas nevozmozhno sbit s puti...» (Interview with Vadim A. Borisov, General Director of Luga Abrasive Plant: «We cannot be led astray...»). [online] Available at: <https://master-forum.ru/intervyu-generalnogo-direktora-171-luzhskogo-abrazivnogo-zavoda-187-vadima-borisova-171-nas-nevozmozhno-sbit-s-puti-187/> [Accessed: 9 October 2021] (in Russian).
3. Ojolo S. J., Orisaleye J. I., Adelaja A. O. Development of a high speed abrasive cutting machine. *Journal of Engineering Research*. 2010. 15(3), September, pp. 1–8. [online] Available at: https://www.researchgate.net/publication/305639792_Development_of_a_high_speed_abrasive_cutting_machine [Accessed: 9 October 2021].
4. Ispytanie abrazivnykh otreznykh i shlifovalnykh krugov: kak pravilno ego provesti? Stend dlia ispytnii (Abrasive cut-off and grinding wheels test: how to carry out correctly? Test bench). [online] Available at: <https://ukrabraziv.com.ua/novosti/33-ispytanie-shlifovalnykh-abrazivnykh-krugov> [Accessed: 9 October 2021] (in Russian).
5. Bilek O., Hrdina J., Lukovics I., Pero R., Samek D. Improved shape of rotating grinding wheels for high speed grinding. *Tehnicki vjesnik*. 2014. 21, pp. 63–68. [online] Available at: https://www.researchgate.net/publication/289840795_Improved_shape_of_rotating_grinding_wheels_for_high_speed_grinding [Accessed: 9 October 2021].
6. Hou I. Y., Li C., Zhou Y. Applications of high-efficiency abrasive process with CBN grinding wheel. *Engineering*. 2010. 2(3), pp. 184–189. DOI: <http://dx.doi.org/10.4236/eng.2010.23026>.
7. Mackin T.J., Inglis H. M. Failure analysis of a particulate composite cutoff wheel with fiber reinforcing. In: the 10th International Conference on Fracture, Honolulu, HI, December, 2–6, 2001. [online] Available at: <https://www.gruppofrattura.it/ocs/index.php/ICF/ICF10/paper/viewFile/4651/6659> [Accessed: 9 October 2021].
8. Abrashkevych Yu.D., Pelevin L.Ye., Machyshyn G.M. Ekspluatatsiia abrazivnykh armirovannykh krugov (Operation of abrasive reinforced wheels). *Montazhnye i spetsialnye raboty v stroitelstve*. 2016. Issue 4, pp. 30–32 (in Russian).
9. Abrashkevych Yu.D., Pelevin L.Ye., Machyshyn G.M., Tishkovets V.P. Faktory, vliiaiuschie na bezopasnost ispolzovaniia abrazivnykh armirovannykh krugov (Factors affecting the safety of abrasive reinforced wheels using). *Montazhnye i spetsialnye raboty v stroitelstve*. 2017. Issue 9, pp. 11–14 (in Russian).
10. Timoshenko S.P., Goodyear J. Teoriia uprugosti (Theory of elasticity). Moscow, 1975. 576 p. (in Russian).

11. Pisarenko G.S., Agaev V.A., Kvitka A.L., Popkov V.G., Umansky E.S. Kurs soprotivleniia materialov (Strength of materials course). Kyiv, 1979. 696 p. (in Russian).
12. Avril N.J. Manufacturing glass-fiber reinforcement for grinding wheels. *Department of Materials Science and Engineering, Massachusetts Institute of Technology*. 1996. [online] Available at: https://www.researchgate.net/publication/33807673_Manufacturing_glass-fiber_reinforcement_for_grinding_wheels [Accessed: 9 October 2021].
13. Timoshenko S.P., Voinovsky-Krieger S. *Plastinki i obolochki (Plates and shells)*. Moscow, 1966. 636 p. (in Russian).
14. Dubovyk V.P., Yuryk I.I. *Vyscha matematyka (Higher mathematics)*. Kyiv, 2005. 648 p. (in Ukrainian).

Стаття надійшла до редакції 13.12.2021

Абрашкевич Ю.Д., Мачышин Г.М., Марченко О.А., Балака М.М., Жукова О.Г.

ПІДВИЩЕННЯ МЕХАНІЧНОЇ МІЦНОСТІ АБРАЗИВНОГО АРМОВАНОГО КРУГА

Механічна міцність неармованих абразивних кругів визначається відцентровими та згинальними силами, але їх розподіл при армуванні невідомий. Припущено, що напруження розподіляються рівномірно, але порівняння розрахунків за теорією пружності та реальних характеристик на спеціальному стенді показало повну розбіжність. Проведення випробувань кругів на розтяг дозволило порівняти результати напружень у коловому та радіальному напрямках. Встановлено, що армований круг є анізотропним тілом. Анізотропію можна зменшити, змістивши одну армуючу сітку відносно іншої на кут 45° . У роботі розроблено математичну модель напружено-деформованого стану абразивного армованого круга з урахуванням анізотропії його властивостей. Для визначення відцентрових сил застосовується теорія пружності для ортотропного тіла. Згинальні сили, що виникають у працюючому крузі, визначалися при вирішенні задачі про розподіл деформацій в кільцевій анізотропній пластині, жорстко закріпленої по внутрішньому контуру. В результаті експериментальних досліджень встановлено, що напруження досягають $8..23$ МПа, що можна порівняти з межею міцності матриці круга. Модуль пружності матриці круга помітно більше модуля пружності армуючої сітки, яка практично не сприймає навантаження на початковому етапі. Розроблена математична модель показників міцності абразивних армованих кругів дозволяє прогнозувати їхню надійність та безпечну експлуатацію.

Ключові слова: абразивний армований круг, міцність, армуюча сітка, відцентрові та згинальні сили, деформація.

Abrashkevych Yu.D., Machyshyn H.M., Marchenko O.A., Balaka M.M., Zhukova O.H.

MECHANICAL STRENGTH INCREASING OF ABRASIVE REINFORCED WHEEL

The mechanical strength of unreinforced abrasive wheels is determined by centrifugal and bending forces, but their distribution during reinforcement is unknown. It was assumed that the stresses are distributed evenly, but a comparison of calculations on the theory of elasticity and real characteristics on a special stand showed complete discrepancy. Tensile tests of the wheels made it possible to compare the stresses results in the circumferential and radial directions. Was found that the reinforced wheel is an anisotropic body. Anisotropy can be reduced by displacing one reinforcement mesh relatively to the other by angle of 45° . In this paper, a mathematical model of the stress-strain state of the abrasive reinforced wheel was developed, taking into account the anisotropy of its properties. To determine the centrifugal forces, the theory of elasticity for an orthotropic body is applied. The bending forces that arise in the working wheel were determined during solving the problem of the distribution of deformations in the anisotropic annular plate rigidly fixed along the inner contour. As a result of experimental studies, it was found that stresses reach $8..23$ MPa, which can be compared with the ultimate strength of the wheel matrix. The elastic module of the wheel matrix is noticeably greater than the elastic module of the reinforcing mesh, which practically does not perceive the load at the initial stage. The developed mathematical model of the strength indicators for abrasive reinforced wheels makes it possible to predict their reliability and safe operation.

Keywords: abrasive reinforced wheel, strength, reinforcing mesh, centrifugal and bending forces, deformation.

Абрашкевич Ю.Д., Мачишин Г.Н., Марченко А.А., Балака М.Н., Жукова Е.Г.

ПОВЫШЕНИЕ МЕХАНИЧЕСКОЙ ПРОЧНОСТИ АБРАЗИВНОГО АРМИРОВАННОГО КРУГА

Механическая прочность неармированных абразивных кругов определяется центробежными и изгибающими силами, но их распределение при армировании неизвестно. Предположено, что напряжения распределяются равномерно, но сравнение расчетов по теории упругости и реальных характеристик на специальном стенде показало полное расхождение. Проведение испытаний кругов на растяжение позволило сравнить результаты напряжений в окружном и радиальном направлениях. Установлено, что армированный круг является анизотропным телом. Анизотропию можно уменьшить, сместив одну армирующую сетку относительно другой на угол 45° . В работе разработана математическая модель напряженно-деформированного состояния абразивного армированного круга с учетом анизотропии его свойств. Для определения центробежных сил применяется теория упругости для ортотропного тела. Изгибающие силы, возникающие в работающем круге, определялись при решении задачи о распределении деформаций в анизотропной кольцевой пластине, жестко закрепленной по внутреннему контуру. В результате экспериментальных исследований установлено, что напряжения достигают $8...23$ МПа, что можно сравнить с пределом прочности матрицы круга. Модуль упругости матрицы круга заметно больше модуля упругости армирующей сетки, которая практически не воспринимает нагрузку на начальном этапе. Разработанная математическая модель показателей прочности абразивных армированных кругов позволяет прогнозировать их надежность и безопасную эксплуатацию.

Ключевые слова: абразивный армированный круг, прочность, армирующая сетка, центробежные и изгибающие силы, деформация.

УДК 621.922

Абрашкевич Ю.Д., Мачишин Г.М., Марченко О.А., Балака М.М., Жукова О.Г. Підвищення механічної міцності абразивного армованого круга // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА. 2022. – Вип. 108. – С. 295-308.

У роботі розроблено математичну модель напружено-деформованого стану абразивного армованого круга з урахуванням анізотропії його властивостей. Для визначення відцентрових сил застосовується теорія пружності для ортотропного тіла. Згинальні сили, що виникають у працюючому крузі, визначалися при вирішенні задачі про розподіл деформацій в кільцевій анізотропній пластині, жорстко закріпленій по внутрішньому контуру. Модуль пружності матриці круга помітно більше модуля пружності армуючої сітки, яка практично не сприймає навантаження на початковому етапі.

Табл. 1. Іл. 4. Бібліогр. 14.

UDC 621.922

Abrashkevych Yu.D., Machyshyn H.M., Marchenko O.A., Balaka M.M., Zhukova O.H. Mechanical strength increasing of abrasive reinforced wheel // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles. – K.: KNUBA. 2022. – Issue 108. – P. 295-308.

The mathematical model of the stress-strain state of the abrasive reinforced wheel was developed in this paper, taking into account the anisotropy of its properties. To determine the centrifugal forces, the theory of elasticity for an orthotropic body is applied. The bending forces that arise in the working wheel were determined during solving the problem of the distribution of deformations in the anisotropic annular plate rigidly fixed along the inner contour. The elastic module of the wheel matrix is noticeably greater than the elastic module of the reinforcing mesh, which practically does not perceive the load at the initial stage.

Table 1. Fig. 4. Ref. 14.

УДК 621.922

Абрашкевич Ю.Д., Мачишин Г.Н., Марченко А.А., Балака М.Н., Жукова Е.Г. Повышение механической прочности абразивного армированного круга // Сопротивление материалов и теория сооружений: науч.-тех. сборн. – К.: КНУСА. 2022. – Вып. 108. – С. 295-308.

В работе разработана математическая модель напряженно-деформированного состояния абразивного армированного круга с учетом анизотропии его свойств. Для определения центробежных сил применяется теория упругости для ортотропного тела. Изгибающие силы, возникающие в работающем круге, определялись при решении задачи о распределении деформаций в анизотропной кольцевой пластине, жестко закрепленной по внутреннему контуру. Модуль упругости матрицы круга заметно больше модуля упругости армирующей сетки, которая практически не воспринимает нагрузку на начальном этапе.

Табл. 1. Ил. 4. Библиогр. 14.

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): доктор технічних наук, професор, професор кафедри будівельних машин КНУБА АБРАШКЕВИЧ Юрій Давидович

Адреса робоча: 03037, Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, кафедра будівельних машин, АБРАШКЕВИЧУ Юрію Давидовичу

Мобільний тел.: +38(067) 401-59-54

E-mail: abrashkevch.iud@knuba.edu.ua

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0001-8396-7812>

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри будівельних машин КНУБА МАЧИШИН Григорій Миколайович

Адреса робоча: 03037, Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, кафедра будівельних машин, МАЧИШИНУ Григорію Миколайовичу

Робочий тел.: +38(044) 241-55-52

E-mail: machyshyn.gm@knuba.edu.ua

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-8230-0060>

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, доцент кафедри будівельних машин КНУБА МАРЧЕНКО Олександр Анатолійович

Адреса робоча: 03037, Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, кафедра будівельних машин, МАРЧЕНКУ Олександру Анатолійовичу

Мобільний тел.: +38(096) 296-03-56

E-mail: marchenko.oa@knuba.edu.ua

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0003-2136-6071>

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, доцент кафедри будівельних машин КНУБА БАЛАКА Максим Миколайович

Адреса робоча: 03037, Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, кафедра будівельних машин, БАЛАЦІ Максиму Миколайовичу

Мобільний тел.: +38(067) 995-53-89

E-mail: balaka.mm@knuba.edu.ua

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0003-4142-9703>

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри охорони праці та навколишнього середовища КНУБА ЖУКОВА Олена Григорівна

Адреса робоча: 03037, Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, кафедра охорони праці та навколишнього середовища, ЖУКОВІЙ Олені Григорівні

Мобільний тел.: +38(096) 875-21-04

E-mail: zhukova.og@knuba.edu.ua

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0003-0662-9996>

УДК 539.3

ЧИСЕЛЬНА РЕАЛІЗАЦІЯ БАГАТОКРИТЕРІАЛЬНОЇ ПАРАМЕТРИЧНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ ОБОЛОНКИ МІНІМАЛЬНОЇ ПОВЕРХНІ НА ПРЯМОКУТНОМУ КОНТУРІ ПРИ ТЕРМОСИЛОВОМУ НАВАНТАЖЕННІ

О.О. Кошевий,

д-р філософії (PhD)

О.П. Кошевий,

канд. тех. наук, доцент

Л.О. Григор'єва,

канд. фіз.-мат. наук, доцент

*Київський національний університет будівництва і архітектури
Повітрофлотський просп., 31, м. Київ. 03680*

DOI: 10.32347/2410-2547.2022.108.309–324

В статті розглянуто чисельне дослідження багатокритеріальної параметричної оптимізації оболонки мінімальної поверхні на прямокутному контурі при термосиловому навантаженні з парою цільових функцій – вага і напруження по Мізесу. Виконаний оптимізаційний розрахунок дав змогу зменшити значення цільових функцій та перерозподілити навантаження по Мізесу. Використання для одного об'єкту двох типів оптимізації дає змогу розгляд новий важливих прикладних задач у будівельній механіці.

Ключові слова: оптимізація, параметрична оптимізація, багатокритеріальна оптимізація, оптимізація цільові функції, змінні проектування, обмеження, оболонки мінімальних поверхонь, напруження по Мізесу, вага конструкції.

Вступ. Для розвитку промисловості сучасної країни необхідно, при мінімальних фінансових витратах, створювати об'єкти нерухомості і споруди для нафтовидобувної, вугільної, машинобудівної, легкої та важкої промисловості. Підхід до проектування з урахуванням оптимальних параметрів будівельної конструкції вирішує ці питання, але постає питання, як врахувати всі параметри конструкції в оптимальному розрахунку. На даний час це зробити практично не можливо, так як при збільшенні одних параметрів, зменшуються інші і навпаки. Потрібно враховувати при цьому не тільки міцнісні характеристики будівельної конструкції, а також її архітектурну виразність і спосіб будівництва. Будівельна механіка розглядає область міцнісних характеристик при розрахунку будівельної конструкції, за допомогою яких, можливо зробити оптимальну матеріалоемність конструкції. Прикладна геометрія дає змогу побудувати за допомогою методики мінімальної площі поверхні на заданому контурі, такі поверхні називаються **оболонками мінімальних поверхонь**. Конттури бувають від самих простих до складних геометричних фігур. При використанні декількох видів оптимізації досягається загальний оптимальний проект конструкції, що дає змогу зменшити вартість будівель і споруд.

Форми мінімальних поверхонь і рівняння, які їх описують, відомі з робіт Л. Ейлера (1755 р.) і Ж.Л. Лагранжа (1760 р.). У 1861 р. бельгійський фізик Ж. Плато показав всьому світу ці поверхні у вигляді мильної плівки, які натягнуті на проволоковий каркас. На теперішній час широко відомий ряд мінімальних поверхонь [3, 6, 7, 8, 16]. В експериментальній роботі [2, 17] показано, що при опису мінімальної поверхні можливо для наближеного розрахунку використовувати рівняння Лапласа. Широке використання мінімальних поверхонь в архітектурі і будівництві завдячує їх привабливий зовнішній вигляд, оскільки вони створені природою. Їх оптимальність виконується за рахунок мінімального використання матеріалів, а також зменшення теплообміну з навколишнім середовищем.

Початок використання оболонок мінімальних поверхонь в архітектурі і будівництві німецький інженер Ф. Отто. Під його керівництвом проведено велику кількість експериментів з мінімальними поверхнями, тонкими гумовими шнурами, тканинними і металевими сітками. Ці експерименти знайшли місце у великій кількості тентових і вантових конструкцій покриттів.

При сьогодинішніх можливостях з використання великого розрахункового комплексу Femap with Nastran є можливість розрахувати на міцнісні та деформаційні характеристики, а також виконувати оптимізацію оболонок мінімальних поверхонь.

В будівельній механіці існує загальні три види оптимізації:

- оптимізація форми. Розглядається поверхні на заданому контурі за допомогою яких оптимізується площа об'єкта дослідження;

- топологічна оптимізація. Розглядається мінімальні кількість матеріалів для будівництва конструкції, в місцях де відсутні напруження вирізається не потрібний матеріал. Приклад зображено на рис. 1;

- параметрична оптимізація. Виконується оптимізація параметрів конструкції, що в кінцевому випадку зменшує вагу конструкції, для прикладу це може бути: товщина оболонки, площа поперечного перерізу, моменти інерції, напруження, переміщення, власні і вимушені частоти коливання та багато ін.

З розвитком сучасних технологій в будівельній механіці виконується розрахунок оптимального проектування оболонок. За допомогою оптимального проектування досягається зменшення ваги оболонки при зміні різних параметрів. Один вид параметрів оптимізації є підбір форми оболонки. Другий вид оптимізації є підбір товщини оболонки. В даній статті розглядається виконання підбору товщини оболонки при оптимізованій її формі, що дає можливість використовувати максимально несучу здатність. Розрахунок параметричної оптимізації ведеться за декількома цільовими функціями, вони можуть конфліктувати, допомагати одна одній, та бути незалежними між собою.



Рис. 1. Оптимізована стальна двотаврова балка з п'ятигранними отворами

При чисельних дослідженнях оптимального проектування з декількома цільовими функціями застосовується метод скінченних елементів (МСЕ). Це один із самих розвинених і потужних інструментів для моделювання об'єктів параметричної оптимізації, у яких велика кількість змінних проектування та обмежень. За допомогою МСЕ [15] і розвитку обчислювальної техніки розроблена методика в якій враховуються різні параметри оптимізації оболонок мінімальних поверхонь, що є важливою задачею будівельної механіки, всі оптимізаційні розрахунки виконуються автоматизовано, що дає можливість отримувати результати швидко і якісно та з великою точністю розрахунків.

Побудова оболонки мінімальної поверхні на квадратному контурі та її скінчено елементної моделі. При дослідження покриттів мінімальних поверхонь найчастіше використовуються варіаційні, графічні, скінчено-елементні методи [18]. Використання графічних і варіаційних методів веде до труднощів, які виникають із-за накладених обмежень на кривизну досліджуваної поверхні. Реалізація методів чисельного аналізу приводить до вирішення системи алгебраїчних рівнянь.

В даному дослідженні для знаходження обрису мінімальної поверхні, яка натягнута на жорсткий криволінійний опорний контур пропонується підхід, який оснований на застосуванні методу продовження вирішення задачі по параметру [9], який є ефективний при вирішення нелінійних алгебраїчних рівнянь загального виду.

Середня поверхня M^2 оболонок мінімальних поверхонь на жордановому опорному контурі Γ довільного обрису має складну геометричну форму, яку як правило, не можливо представити в

аналітичному вигляді. Задачі розрахунку такої оболонки можна віднести до неklasичних задач будівельної механіки [19].

Неklasичні задачі будівельної механіки можливо привести до виду класичних задач, якщо для області $\Omega \in M^2$ вирішити таку задачу, щоб положення кожної точки $P \in M^2$ було визначено гаусовими криволінійними координатами X^1, X^2 на координатній поверхні M_0^2 , яка не обов'язково співпадає з M^2 . На поверхні M^2 не замкнутої оболонки повинні бути побудовані координатні осі таким чином, щоб на границі області Ω вони співпадали з контурними лініями Γ в кожній точці оболонки мінімальної поверхні на квадратному контурі $P \in M^2$, також повинен бути побудований основний $(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{n})$ і взаємний $(\vec{r}^1, \vec{r}^2, \vec{n}^1)$ базиси, а всі векторні величини, які характеризують напружено-деформований стан оболонки, розкладені по векторам цих базисів [6, 10, 11].

Розгляд такого класу задач представляє теоретичний і практичний інтерес, тому що має ряд переваг:

- мінімальні поверхні мають найменшу площу при заданому опорному контурі, тому у випадках, не виникає потреба великої несучої здатності, застосування таких оболонок забезпечує мінімальну кількість використання матеріалу;
- оболонки мінімальної поверхні мають архітектурну виразність. Вони можуть перекривати великі прольоти без розриву геометрії, які в свою чергу є джерелами концентрації напружень;
- для напружено-деформованого стану, без врахування красних ефектів, геометрична форма мінімальної поверхні забезпечує рівномірне розподілення внутрішніх зусиль в оболонці;
- оболонки мінімальних поверхонь допускають створення в них полів попереднього мембранного напруження, забезпечуючи їх додатковою жорсткістю.

Оболонки мінімальних поверхонь відносяться до класу оболонок від'ємної гаусової кривизни [20], так як центри кривизни перерізу в головних напрямках розташовані по різних сторонам від дотичної поверхні, що проведена в кожній її точці. В кожній точці головні кривизни мінімальної поверхні однакові по величині та протилежні по знаку, і тому середня кривизна є нульовою. Покриття у формі оболонки мінімальної поверхні на прямокутному контурі зображено на рис. 2, має властивість, при малих стрілах підйому охоплюють менший об'єм споруди чи будівлі у порівнянні з іншими оболонками.

Задання термосилового навантаження. Для аналізу на термосилове навантаження в розрахунковому комплексі Femap with Nastran виконується за два етапи. На першому етапі вирішується задача теплопередачі, в якій визначається поле температур при різних видах теплообміну. На другому етапі проводиться розрахунок на напружено-деформований стан оболонки мінімальної поверхні при спільній

взаємодії механічних і температурних навантажень, при статичному розрахунку [21].

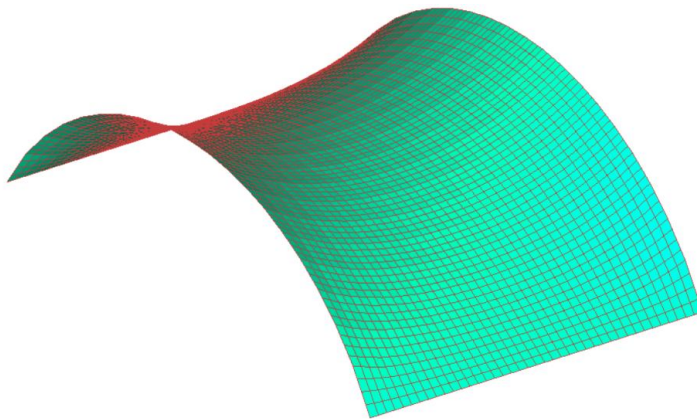


Рис. 2. Скінчено елементна модель оболонки мінімальної поверхні на прямокутному контурі

Для підготовки моделі до розрахунку з термосиловим навантаженням потрібно врахувати наступні фактори:

- розрахунок формуються, як задача теплопередачі, в якій вирішується задача теплового балансу при цьому враховується комбінація механічних навантажень;
- враховуються невідомі у вигляді значень температури у вузлах, які представлені скалярними величинами;
- система рівнянь побудована за допомогою скінчено-елементної моделі, як і при розрахунку на міцність, але враховуються специфіка елементів при тепловому розрахунку;
- в розрахунковій моделі використовуються характерні параметри – коефіцієнти теплопередачі, теплоємності, теплопровідності, постійні величини Стефана-Больцмана;
- при виконанні розрахунку повинні бути накладені специфічні граничні умови роботи конструкції.

Задані величини температур виконують роль навантажень і граничних умов. По всій поверхні оболонки мінімальної поверхні обов'язково задається температурний режим, в іншому випадку частина скінчених елементів не працює на частину теплового розрахунку.

Математична модель багатокритеріальної параметричної оптимізації оболонок мінімальних поверхонь. Багатокритеріальну параметричну оптимізацію можна описати як однокритеріальну параметричну оптимізацію, але є декілька відмінностей.

Задачу багатокритеріальної параметричної оптимізації можна сформулювати наступним чином [1]:

$$\min \{F_1(X), F_2(X), \dots, F_n(X)\}, \quad (1)$$

де $F_i(X)$ – цільові функції, $X = (X_1, X_2, \dots, X_k)^k$ – вектор параметрів, при цьому $FX \in R^n$ – необмежена кількість припустимих варіантів вирішення задачі. $F_i : R^n \rightarrow R, i = \overline{1, n}$ – цільові функції (критерії).

В [2] всі функції $F_i, i \rightarrow \overline{1, n}$ можна безперервно диференціювати в X , тоді для кожної цільової функції відомий градієнт в будь-якій точці напівпростору $x \in X$:

$$\nabla F_i(X) = \left(\frac{\partial F_i(x)}{\partial x_1}, \dots, \frac{\partial F_i(x)}{\partial x_n} \right)^T. \quad (2)$$

Такий вектор градієнтів представлено у вигляді вектору, в якому відбувається мінімізація чи максимізація цільової функції, в залежності від напрямку роботи у підпросторі проектування.

У співвідношенні (1) цільові функції при мінімізації або максимізації можуть взаємодіяти між собою. Основні типи взаємодії представлені наступним чином: конфронтація (конфліктують), незалежність одна від одної та консолідуєть, тобто об'єднують свої зусилля у досягнення однієї мети.

Перший спосіб взаємодії. Припустимо, що $F_i(X)$ консолідуєть з цільовою функцією $F_j(x)$

$$\forall x' \forall x'' (F_i(x'') \geq F_i(x')) \rightarrow (F_i(x'') \geq F_i(x')). \quad (3)$$

Другий спосіб взаємодії. Припустимо, що $F_i(x)$ конфліктує з цільовою функцією $F_j(x)$

$$\forall x' \forall x'' (F_i(x'') \geq F_i(x')) \rightarrow (F_i(x'') \leq F_i(x')). \quad (4)$$

Третій спосіб взаємодії. Якщо перший і другий спосіб взаємодії не виконується, то цільові функції $F_i(x)$ і $F_j(x)$ незалежні в X .

При взаємодії цільових функцій, у вигляді консолідації, в разі досягнення однієї цільової функції мінімізації $F_i(x)$ вона автоматично допомагає мінімізуватися другій цільовій функції $F_j(x)$. При чому консолідація цільових функцій перевищує ефект від однієї цільової функції, що дає можливість збільшити ефект від результату загалом, ніж від кожної окремо. Якщо цільові функції конфліктують, то досягнення мінімізації обох цільових функцій стає неможливим, так як при мінімізації однієї цільової функції, інша ніколи не зможе досягнути свого мінімуму. Також існує варіант, коли тип взаємодії динамічний в залежності від значення цільових функцій.

Розглянемо випадок, коли задача є стаціонарною, при цьому всі цільові функції:

$$\forall i = \overline{1, N} \left(F_i(x) = \sum_{k=1}^n c_{ik} x_k \right), \quad (5)$$

де $x = (x_1, \dots, x_n)^T \rightarrow X \in R^n$, $c_i = (c_{i1}, \dots, c_{in})^T$ – вектор коефіцієнтів, i – цільові функції.

При стаціонарній задачі градієнт кожної цільової функції визначається коефіцієнтом цільової функції $\nabla F_i(x) = c_i$ і представляє собою константу.

Коефіцієнт взаємодії цільових функцій визначається по формулі:

$$k_{ij} = \cos \theta = \frac{(c_i, c_j)}{|c_i| |c_j|} = \left(\sum_{k=1}^n c_{ik} c_{jk} \right) / \sqrt{\sum_{l=1}^n c_{il}^2} \sqrt{\sum_{l=1}^n c_{jl}^2}. \quad (6)$$

Для визначення типу взаємодії цільових функцій розділимо $[0, p]$ на три частини:

$$0, p = \frac{0, p}{3} \cup \left(\frac{p}{3}, \frac{2p}{3} \right) \cup \left[\frac{2p}{3}, p \right]. \quad (7)$$

Слід зазначити, що можливо зробити розділення іншим способом, але потрібно пам'ятати, що всі частини піддавалися інтерпретації, при тому, що за допомогою цих частин була зручна побудова оцінки взаємодії між цільовими функціями.

З урахуванням введення розділення на основі коефіцієнтів k_{ij} можливо сформулювати наступні правила прийняття рішення [4]:

1. якщо коефіцієнт k_{ij} близький до одиниці, тим в більшій мірі цільові функції $F_i(x)$ і $F_j(x)$ консолідують між собою, тому якщо $k_{ij} \in [1/2, 1]$ то цільові функції консолідують;

2. якщо коефіцієнт k_{ij} близький до мінус одиниці, тим в більшій мірі цільові функції $F_i(x)$ і $F_j(x)$ конфліктують між собою, тому якщо $k_{ij} \in [-1, -1/2]$, то цільові функції конфліктують;

3. якщо коефіцієнт k_{ij} близький до нуля, тим в більшій мірі цільові функції $F_i(x)$ і $F_j(x)$ незалежні між собою, тому якщо $k_{ij} \in [-1/2, 1/2]$, то цільові функції незалежні.

При обчисленні коефіцієнтів взаємодії між цільовими функціями, можна сформулювати матрицю $K = \{k_{ij}\}_{N \times N}$ з елементами $|k_{ij}| \leq 1$, яка задає симетричне бінарне відношення. За допомогою цієї основи сформульовані різні підходи до розв'язання задачі багатокритеріальної параметричної оптимізації.

Значення коефіцієнта k_{ij} дає змогу визначити тип взаємодії цільових функцій між собою при їх мінімізації або максимізації, також можна дати якісну оцінку взаємодії цільових функцій між собою.

Для розуміння як відбувається характер взаємодії між цільовими функціями потрібно скористатися визначенням нечіткої множини. В цьому випадку кожні із частин (6) ставиться у співвідношенні частини

зміни між цільовими функціями. Таким чином маємо $[1/2, 1], [-1/2, 1/2], [-1, -1/2]$.

В даній роботі всі цільові функції при багатокритеріальній параметричній оптимізації конфліктують між собою. Алгоритм вирішення, коли цільові функції конфліктують наступний:

$$F_p(x) = \sum_{i=1}^2 c_i^2 x_i^p \rightarrow \max(p = \overline{1, n}), \quad (8)$$

при $x \rightarrow X \in R_n$, де X – множина змінних проектування, x, n – число цільових функцій.

Пропонується наступний алгоритм вирішення стаціонарної задачі [1, 5, 7], який врахує тип взаємодії між цільовими функціями:

1. Для кожної цільової функції вирішити задачу максимізації з вихідними граничними умовами, отримавши оптимальне рішення x_p^* при цьому відповідне значення цільової функції $F_p(x_p^*)$;

2. Для кожної пари цільових функцій $F_i(x)$ і $F_j(x)$ визначити коефіцієнт взаємодії k_{ij} за (7). Скласти матрицю $K = \{k_{ij}\}_{N \times N}$ коефіцієнтів взаємодії цільових функцій;

3. Визначити тип взаємодії між всіма парами цільових функцій, використовуючи правила для прийняття рішення наступні правила:

- якщо $k_{ij} \in [1/2, 1]$, то цільові функції $F_i(x)$ і $F_j(x)$ консолідують;
- якщо $k_{ij} \in [-1/2, -1]$, то цільові функції $F_i(x)$ і $F_j(x)$ конфліктують;
- якщо $k_{ij} \in [-1/2, 1/2]$, то цільові функції $F_i(x)$ і $F_j(x)$ незалежні.

Таблиця 1

Типи взаємодії цільових функцій [3,4]

	Консолідація цільових функцій	Конфлікт цільових функцій	Незалежність цільових функцій
$F_j(j = \overline{1, n})$	N_1^j	N_2^j	N_3^j

де $\forall j(N_1^j, N_2^j, N_3^j)$ – кількість цільових функцій, з якими цільова функція f_j відповідно консолідує, конфліктує, або незалежна;

– визначити коефіцієнти пріоритетності $\sigma_i^j (i = \overline{1, 3}, j = \overline{1, n})$ для цільових функцій $F_j(x)$ відносно кожного типу взаємодії в її узагальненої оцінки по формулі:

$$\sigma_i^j = \frac{N_i^j}{n}, \text{ де } \sigma_i^j \in [0, 1] \forall j \left(\sum_{i=1}^3 \sigma_i^j = 1 \right). \quad (9)$$

– для вибраного принципу прийняття групового рішення (принцип більшості, правило Борде та ін.) побудувати ранжуванням $(x_{i_1}^*, \dots, x_{i_p}^*)$ точок рішення x_p^* по перевазі в залежності від значення цільових функцій [5].

Відповідним чином упорядкувати цільові функції згідно таблиці 1.

– за допомогою визначених алгебраїчних міркувань призначити коефіцієнти залежності для кожної пари цільових функцій;

– побудувати оцінки для цільових функцій:

$$F_j^{kp}(F_1, \dots, F_n) F_j^{kn}(F_1, \dots, F_n) F_j^{nz}(F_1, \dots, F_n), \quad p = \overline{1, n}, \quad j = \overline{1, n}, \quad (10)$$

що представляє собою суму виразів цільових функцій, з якими j – цільова функція консолідує, конфліктує або незалежна, і коефіцієнтів її залежності з іншими цільовими функціями, які входять в дану оцінку.

Чисельне дослідження багатокритеріальної параметричної оптимізації оболонки на квадратному контурі при термосиловому навантаженні. Для чисельного експерименту багатокритеріальної параметричної оптимізації оболонки мінімальної поверхні на заданому прямокутному контурі задаються вихідні параметри [12, 13, 14], а саме: за цільові функції взяті вага і напруження по Мізесу, які виникають при оптимізаційному розрахунку параметричної оптимізації. Змінні проектування представлені товщиною оболонки мінімальної поверхні на прямокутному контурі з інтервалом від 1 до 200 мм, обмеження представлені у вигляді напруження по Мізесу 240 МПа.

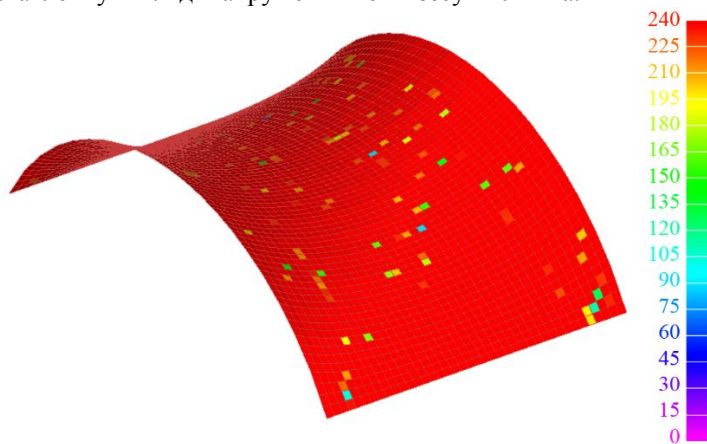


Рис. 3. Напруження по Мізесу в МПа після оптимізаційного розрахунку

Під час процесу багатокритеріальної параметричної оптимізації використовується власне програмне забезпечення, в якому є цільові функції, змінні проектування, обмеження, накладення на кожний скінчений-елемент *Plate* унікальні властивості по товщині. Побудова

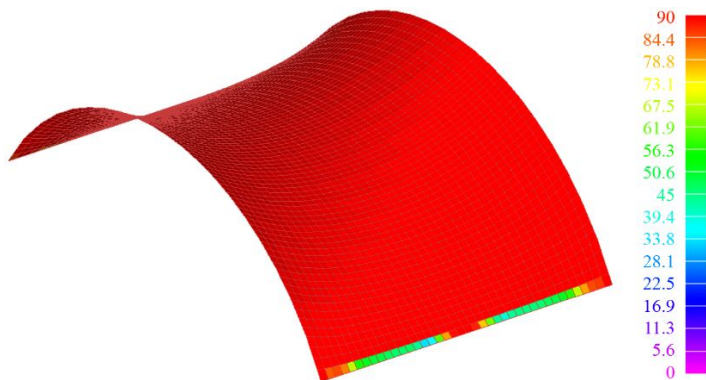


Рис. 4. Переміщення після оптимізаційного розрахунку $\text{Total Translation} = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

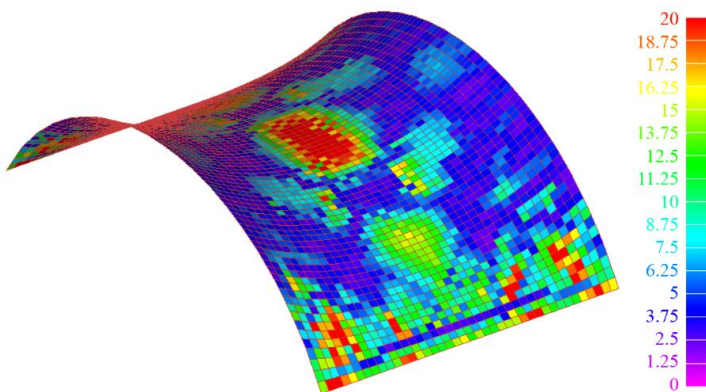


Рис. 5. Товщина оболонки мінімальної поверхні на квадратному контурі після оптимізації в мм

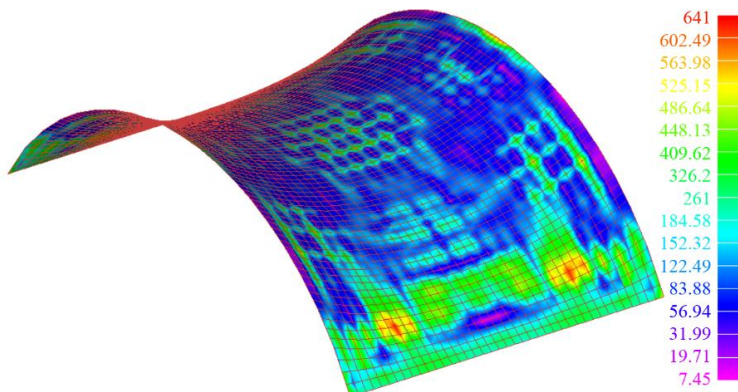


Рис. 6. Напруження по Мізесу в МПа до оптимізації

геометрії оболонки мінімальної поверхні виконується на існуючому програмному забезпеченні, яка потім переноситься на Femap with Nastran в автоматизованому режимі, де в подальшому виконується побудова скінчено-елементної моделі і задання термосилового навантаження. Між всіма програмними забезпеченнями та програмний комплекс Femap with Nastran створені перехідні модулі для того, щоб цей процес виконувався в автоматизованому режимі.

Результати чисельних досліджень оболонки мінімальної поверхні на прямокутному контурі. За допомогою власного програмного забезпечення та програмного комплексу FemapwithNastran виконана чисельна реалізація багатокритеріальної параметричної оптимізації оболонки мінімальної поверхні на прямокутному контурі з урахуванням термосилового навантаження, що дало змогу зменшити значення цільової функції – ваги конструкції, та за допомогою зміни товщини оболонки мінімальної поверхні на прямокутному контурі зменшити і перерозподілити напруження по Мізесу, що є другою цільовою функцією.

В результаті отримали наступні значення:

– на графіку зміни цільової функції (рис. 7) відбулося зменшення ваги оболонки на 20% і становлять 240 МПа;

– з рис. 3 та графіку (рис. 7), зменшення напруження відбулося в середньому на 37% по елементне, до оптимізації максимальні напруження становили 641 МПа.;

– до оптимізації максимальні переміщення становили 145 мм, після оптимізаційного розрахунку, як зображено на рис. 4 становлять 90 мм. та на графіку (рис. 8).

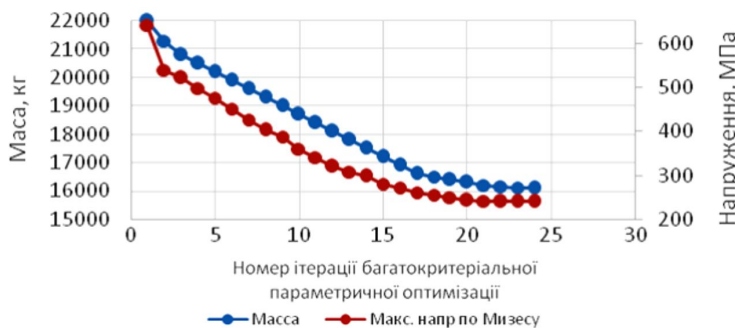


Рис. 7. Графіки зміни цільових функцій ваги та напруження по Мізесу по ітераціям багатокритеріальної параметричної оптимізації

На графіку (рис. 7) цільові функції – вага і напруження по Мізесу не пересікаються, це означає, що відсутня точка оптимуму для двох цільових функцій, також цільові функції конфліктують.

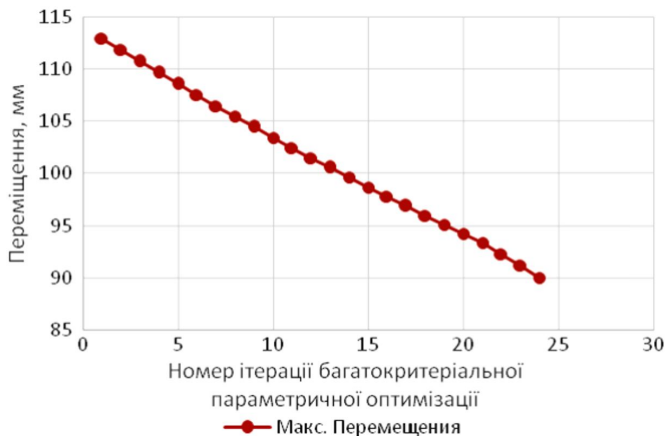


Рис. 8. Графік зміни максимальних переміщень по ітераціям багатокритеріальної параметричної оптимізації

Загальна мета полягає у принциповому розгляді двох типів оптимізації одночасно на одному досліджуваному об'єкті. Для першого типу – оптимізація геометрії оболонки, що є оболонкою мінімальної поверхні на прямокутному контурі, а для другого типу – багатокритеріальна параметрична оптимізація у вигляді 2-х цільових функцій – вага і напруження по Мізесу. Це є важливою задачею будівельної механіки для розв'язування нового типу задач де використовується два типи оптимізації.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Герасимов, Е.Н., Почтман Ю.М., Скалозуб В.В. Многокритериальная оптимизация конструкций. – Донецк: Вища шк. Главное Изд-во – Киев – 1985 – 134 с.
2. Гилл Ф., Моррей У., Райт М. Практическая оптимизация. – М.: Мир, 1985. – 509 с.
3. Ігнатишин М. І. Механіко-математичне моделювання елементів мостових конструкцій (опора, балка, плита): монографія. – Мукачево: РВВ МДУ, 2017. – 172 с.
4. Кошевий О.О. Оптимальне проектування циліндричних резервуарів з жорсткими оболонками покриття // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірник. – К.: КНУБА, 2019. – Вип. 103. – С. 253-265.
5. Кошевий О.О. Оптимізація сталюого звареного резервуару при обмеженні: напружень, переміщень, власних частот коливання. // Будівельні конструкції. Теорія і практика: наук.-техн. збірник. К.: КНУБА. 2018. Вип.3.– С.34 – 50.
6. Гоцуляк Є.О., Кошевий О.П., Морсков Ю.А. Чисельне моделювання оболонок, утворених мінімальними поверхнями. // Прикладна геометрія та інженерна графіка: наук.-техн. збірник. К.: КНУБА. 2001. Вип. 69.- С.47-51.
7. Кошевий О.П. Кошевий О.О. Чисельне дослідження власних коливань розтягнутих оболонок утворених мінімальними поверхнями // Містобудування та територіальне планування, Вип. 55. – Київ, КНУБА, 2015. – с. 215-227.
8. Кошевий О.П. Кошевий О.О. Власні коливання оболонок мінімальних поверхонь на круглому та квадратному контурі // Містобудування та територіальне планування, Вип. 59. – Київ, КНУБА, 2016. – с. 234-244
9. Кривошапко С.В., Иванов В.Н., Халаби С.М. Аналитические поверхности: материалы по геометрии 500 поверхностей и информация к расчету на прочность тонких оболочек. – М.: Наука, 2006. – 544 с.

10. Манита, Л.А. Условия оптимизации в конечномерных нелинейных задачах оптимизации. – М.: Московский государственный институт электроники и математики, 2010. – 81 с.
11. Мелькумова Е.М. О некоторых подходах к решению многокритериальных задач. // Вестник ВГУ. Серия Системный анализ и информационные технологии. – В.: ВГУ–№2–2010–3 с.
12. Пелешко І.Д., Юрченко В.В. Оптиміальне проектування металевих конструкцій на сучасному етапі (огляд праць). // Металеві конструкції: збірник наукових праць. – 2009. – №15 – С. 13–21.
13. Пелешко І.Д., Балук І.М. Оптимізація поперечних перерізів стрижнів сталевих конструкцій. // Збірник наукових праць УкрНДІПСК ім. В. М. Шимановського. – К.: Сталь, Вип. 4. – 2009. – С. 142–151.
14. Пелешко І.Д., Лісоцький Р.В., Балук І.М. Оптиміальне проектування сталеві стрижневої конструкції покриття торгово-розважального комплексу. // Збірник наукових праць УкрНДІПСК ім. В. М. Шимановського. – К.: Сталь, Вип. 5. – 2010. – С. 181–191.
15. Сахаров А.С., Кислюцкий В.Н., Киричевский В.В., Альтенбах И., Габберт У., Данкерт Ю., Кенплер Х., Кочык З. Метод конечных элементов в механике твердых тел. // Издательство Вища школа. Головное издательство – Киев – 1982. – 480 с.
16. Cheung Y. K. The Finite Strip Method. Them. – Boca Raton. : CRC Press, 1997. – 416 p
17. Guest J.K., Prievost J., Belytschko T. Achieving minimum length scale in topology optimization using nodal design variables and projection functions. // International Journal for Numerical Methods in Engineering, 2004. –61(2) – P.238–254.
18. Kroese D.P., Taimre T., Botev Z.I. Handbook of Monte Carlo Methods. — New York: John Wiley and Sons, 2011. — 772 p.
19. Lobo M.S., Vandenbeghe L., Boyd S. Applications of second-order cone programming. // Linear Algebra and its Applications. – 1998. – Vol. 284, no. 1. – P. 193–228.
20. Yonekura K., Kanno Y. Second-order cone programming with warm start for elastoplastic analysis with von mises yield criterion. // Optimization and Engineering. – 2012. – Vol. 13, no. 2. – P. 181–218.
21. Wasitynski Z., Brandt A. The present state of knowledge in the field of. Optimum design of structures. // Appl. Mech. Rev. – 1963. Vol. 16 no. 5. – P. 341-350.

REFERENCES

1. Herasymov, E.N., Pochtman YU.M., Skalozub V.V. Mnohokryteriyal'naya optymizatsyya konstruksyy (Multicriteria optimization of structures). – Donetsk: Vyshchashk. HlavnoeYzdvo – Kyev – 1985 – 134 s.
2. Hyll F., Myurrey U., Rayt M. Praktycheskaya optymizatsyya (Practical optimization). – М.: Myr, 1985. – 509 s.
3. Ihnatyshyn M.I. Mekhaniko-matematychnе modelyuvannya elementiv mostovykh konstruksiy (opora, balka, plyta) (Mechanical and mathematical modeling of elements of bridge structures (support, beam, slab)): monohrafiya. – Mukachevo: RVV MDU, 2017. – 172 s.
4. Koshevyy O.O. Optymal'ne proektuvannya tsylindrychnykh rezervuariv z zhorstkymy obolonkamy pokryttya (Optimal design of cylindrical tanks with rigid coating shells) // Opir materialiv i teoriya sporud: nauk.-tekhn. zbirnyk. – K.: KNUBA, 2019. – Vyp. 103. – S. 253-265.
5. Koshevyy O.O. Optymizatsiya stal'noho zvarenoho rezervuaru pry obmezheni: napruzhen', peremishchen', vlasnykh chastot kolyvannya (Optimization of steel welded tank with limitation: stresses, displacements, natural frequencies of oscillations) // Budivel'ni konstruksiyi. Teoriya i praktyka: nauk.-tekhn. zbirnyk. K.: KNUBA. 2018. Vyp.3.– S.34 – 50.
6. Hotsulyak Ye.O., Koshevyy O.P., Morskov Yu.A. Chysel'ne modelyuvannya obolonok, utvorenykh minimal'nymy poverkhnymy (Numerical modeling of shells formed by minimal surfaces) // Prykladna heometriya ta inzhenerna hrafiyka: nauk.-tekhn. zbirnyk. K.: KNUBA. 2001. Vyp. 69.- S.47-51.

7. *Koshevyy O.P., Koshevyy O.O.* Chysel'ne doslidzhennya vlasnykh kolyvan' roztyahnutykh obolonok utvorenykh minimal'nymy poverkhnyamy (Numerical study of natural oscillations of stretched shells formed by minimal surfaces) // *Mistobuduvannya ta terytorial'ne planuvannya*, Vyp. 55. – Kyiv, KNUBA, 2015. – s. 215-227.
8. *Koshevyy O.P., Koshevyy O.O.* Vlasni kolyvannya obolonok minimal'nykh poverkhon' na kruhlomu ta kvadratnomu konturi (Own oscillations of shells of minimal surfaces on a round and square contour) // *Mistobuduvannya ta terytorial'neplanuvannya*, Vyp. 59. – Kyiv, KNUBA, 2016. – s. 234-244
9. *Kryvoshapko S.V., Yvanov V.N., Khalaby S.M.* Analytycheskye poverkhnosti: materyaly po heometry 500 poverkhnostey y ynfomatsyya k raschetu na prochnost' tonkykh obolochek (Analytical surfaces: materials on the geometry of 500 surfaces and information for the calculation of the strength of thin shells). – M.: Nauka, 2006. – 544 s.
10. *Manyta, L.A.* Uslovyaya optymizatsyyi v konechnomernykh nelyneynykh zadachakh optymizatsyyi (Optimization conditions in finite-dimensional nonlinear optimization problems). – M.: Moskovskyy hosudarstvennyy ynstytut élektroniky y matematyky, 2010. – 81 s.
11. *Mel'kumova E.M.* O nekotorykh podkhodakh k reshenyyu mnohokryterial'nykh zadach (About some approaches to solving multicriteria problems) // *Vestnyk VHU. Seryya Systemnyy analiz y ynfomatsyonnye tekhnolohyy.* – V.: VHU– №2– 2010– 3 s.
12. *Peleshko I.D., Yurchenko V.V.* Optymal'ne proektuvannya metalevykh konstruksiy na suchasnomu etapi (ohlyad prats') (Optimal design of metal structures at the present stage (review of works)) // *Metalevi konstruksiyi: zbirnyk naukovykh prats'.* – 2009. – №15 – S. 13–21.
13. *Peleshko I.D., Baluk I.M.* Optymizatsiya poperechnykh pereriziv stryzhniv stalevykh konstruksiy (Optimization of cross sections of rods of steel structures). // *Zbirnyk naukovykh prats' UkrNDIPSKim. V. M. Shymanovs'koho.* – K.: Stal', Vyp. 4. – 2009. – S. 142–151.
14. *Peleshko I.D., Lisots'kyi R.V., Baluk I.M.* Optymal'ne proektuvannya stalevoyi stryzhnevoyi konstruksiyi pokryttya torhovo-rozvazhal'noho kompleksu (Optimal design of a steel rod cover structure of a shopping and entertainment complex) // *Zbirnyk naukovykh prats' UkrNDIPSKim. V. M. Shymanovs'koho.* – K.: Stal', Vyp. 5. – 2010. – S. 181–191.
15. *Sakharov A.S., Kyslooky V.N., Kyrychevskyy V.V., Al'tenbakh Y., Habbert U., Dankert YU., Keppler KH., Kochy Z.* Metod konechnykh élementov v mekhanyke tverdykh tel (Finite element method in solid mechanics) // *Vydavnytstvo Vyscha shkola. Holovnoe yzdatel'stvo* – Kyev, 1982. – 480 s.
16. *Cheung Y.K.* The Finite Strip Method. Them. – Boca Raton. : CRC Press, 1997. – 416 p
17. *Guest J.K., Prievost J., Belytschko T.* Achieving minimum length scale in topology optimization using nodal design variables and projection functions. // *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2004. –61(2) – P.238–254.
18. *Kroese D.P., Taimre T., Botev Z.I.* Handbook of Monte Carlo Methods. — New York: John Wiley and Sons, 2011. — 772 p.
19. *Lobo M.S., Vandenberghe L., Boyd S.* Applications of second-order cone programming. // *Linear Algebra and its Applications.* – 1998. – Vol. 284, no. 1. – P. 193–228.
20. *Yonekura K., Kanno Y.* Second-order cone programming with warm start for elastoplastic analysis with von mises yield criterion. // *Optimization and Engineering.* – 2012. – Vol. 13, no. 2. – P. 181–218.
21. *Wasiytynski Z., Brandt A.* The present state of knowledge in the field of. Optimum design of structures. // *Appl. Mech. Rew.* – 1963. Vol. 16 no. 5. – P. 341-35.

Стаття надійшла 19.05.2022

Косевий О.О., Косевий О.П., Григор'єва Л.О.

ЧИСЕЛЬНА РЕАЛІЗАЦІЯ БАГАТОКРИТЕРІАЛЬНОЇ ПАРАМЕТРИЧНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ ОБОЛОНКИ МІНІМАЛЬНОЇ ПОВЕРХНІ НА ПРЯМОКУТНОМУ КОНТУРІ ПРИ ТЕРМОСИЛОВОМУ НАВАНТАЖЕННІ

В статті розглянуто чисельне дослідження багатокритеріальної параметричної оптимізації оболонки мінімальної поверхні на прямокутному контурі з урахуванням термосилового навантаження. Авторами висвітлено теоретичне формулювання багатокритеріальної параметричної оптимізації. Описаний спосіб побудови оболонки мінімальної поверхні на прямокутному контурі. Викладена специфіка задання термосилового навантаження при оптимізаційному розрахунку, яка враховує всі необхідні вихідні дані і коефіцієнти. Показані види роботи цільових функцій, а саме: при яких умовах вони конфліктують, при яких умовах вони консолідується, при яких умовах вони незалежні одна від одної. В чисельному дослідженні використано авторське програмне забезпечення, яке дозволяє одночасно в автоматичному режимі виконувати багатокритеріальний оптимізаційний розрахунок з цільовими функціями – вага і напруження по Мізесу, змінні проектування – товщина оболонки від 1 до 200 мм, обмеження представлені у вигляді напруження по Мізесу 240 МПа. Результат показав, що цільові функції конфліктують, але відбувається зменшення ваги оболонки на 20%, а напруження по Мізесу зменшилося на 37% поелементам. Із графіка зміни цільових функцій автори зробили висновок, що точка оптимуму для цільових функцій – вага і напруження по Мізесу відсутня. Загальна мета дослідження показує можливість за допомогою авторського програмного забезпечення використовувати два типи оптимізації: оптимізації форми у вигляді оболонки мінімальної поверхні на прямокутному контурі і багатокритеріальну параметричну оптимізацію одночасно на об'єкті, який досліджується, що є цікавим і важливим прикладним дослідженням в області будівельної механіки.

Ключові слова: оптимізація, параметрична оптимізація, багатокритеріальна параметрична оптимізація, оптимізація форми, топологічна оптимізація, оболонка мінімальної поверхні, цільова функція, пара цільових функцій, змінні проектування, обмеження, ліміт, напруження по Мізесу, оболонка мінімальної поверхні.

KoshevyiO.O., KoshevyiO.P., GrigoryevaL.O.

NUMERICAL IMPLEMENTATION OF MULTICRITERIA PARAMETRIC OPTIMIZATION OF MINIMUM SURFACE SHELL ON A RECTANGULAR CONTOUR UNDER THERMAL LOADING

The article considers the numerical study of multicriteria optimization of the minimum surface shell of a rectangular contour taking into account the thermal load. The authors cover the theoretical formulation of multicriteria parametric optimization. A method of constructing this minimal surface on a rectangular contour is described. The specifics of the issuance of thermal power load in the optimization calculation, which is in all initial indicators and coefficients. The types of work of target functions are shown, namely: under what conditions they conflict, under what conditions they consolidate, under what conditions they are independent of each other. The numerical study uses the author's software, which allows in automatic mode a multicriteria optimization calculation with target functions - weight and Mises stress, design variables - thickness from 1 to 200 mm, presented as a Mises voltage of 240 MPa. The result showed that the target functions of the conflict change, but the weight decreases by 20%, and the Mises voltage decreases by 37% of the elements. From the graph of the change of objective functions according to the optimal height, what is the point for the objective functions - weight and stress according to Mises is absence. The overall purpose of the study shows the possibility of using authoring software to use two types of optimization: optimization of shapes in the form of these minimum surface parameters on rectangular and multicriteria optimization together on the object under study, which is interesting and applied research in structural mechanics.

Keywords: optimization, parametric optimization, multicriteria parametric optimization, shape optimization, topological optimization, minimum surface shell, objective function, pair of objective functions, design variables, constraints, constraints, limit, Mises stress, minimum surface shell.

УДК 539.3

Кошевий О.О., Кошевий О.П., Григор'єва Л.О. Чисельна реалізація багатокритеріальної параметричної оптимізації оболонки мінімальної поверхні на прямокутному контурі при термосиловому навантаженні // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірник. – К.: КНУБА, 2021. – Вип. 108. – С. 309–324.

В статті розглянуто чисельне дослідження багатокритеріальної параметричної оптимізації оболонки мінімальної поверхні на прямокутному контурі при термосиловому навантаженні з парою цільових функцій – вага і напруження по Мізесу. Виконаний оптимізаційний розрахунок дав змогу зменшити значення цільових функцій та перерозподілити навантаження по Мізесу. Використання для одного об'єкту двох типів оптимізації дає змогу розглянути новий важливий прикладних задач у будівельній механіці.

Табл. 1. Іл. 8. Бібліогр. 21 назв.

UDC 539.3

Koshevyi O.O., Koshevyi O.P., Grigoryeva L.O. Numerical implementation of multicriteria parametric optimization of minimum surface shell on a rectangular contour under the thermal loading // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific and technical collected articles – Kyiv: KNUBA, 2021. – Issue 108. – P. 309–324.

The article considers a numerical study of multicriteria parametric optimization of the shell of the minimum surface on a rectangular contour under thermal loading with a pair of objective functions - weight and Mises stress. The performed optimization calculation made it possible to reduce the values of the objective functions and redistribute the load on Mises. Using two types of optimization for one object allows you to consider new important applications in structural mechanics.

Tabl. 1. Il. 8. Ref. 21.

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): доктор філософії (PhD), доцент кафедри теоретичної механіки КОШЕВИЙ Олександр Олександрович

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, КОШЕВОМУ Олександру Олександровичу

Робочий тел.: +38(044) 241-55-36

Мобільний тел.: +38(098) 207-01-37

E-mail: a380982070137@gmail.com

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-1903-2905>

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, доцент, завідувач кафедри опору матеріалів КНУБА, КОШЕВИЙ Олександр Петрович.

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, КОШЕВОМУ Олександру Петровичу.

Робочий тел.: +38(044) 241-54-21;

Мобільний тел.: +38(050)-441-52-30;

E-mail: a0504415230@gmail.com;

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-7796-0443>

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри опору матеріалів ГРИГОР'ЄВА Людмила Олександрівна.

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, ГРИГОР'ЄВІЙ Людмилі Олександрівні

Робочий тел.: +38(044) 241-54-21;

Мобільний тел.: +38(097) 304-34-32;

E-mail: grigorieva.lo@knuba.edu.ua

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0001-7013-0327>

UDC 69.07

INVESTIGATION OF CHANGES IN STEEL FRAMES STRESS STATE IN FIRE AND INFLUENCE ON ITS VITALITY**M.K. Daurov,**
postgraduate student**A.S. Bilyk,**
candidate of technical science, associate professor*Kyiv national university of construction and architecture, Kyiv*

DOI: 10.32347/2410-2547.2022.108.325-336

Modern studies of multi-storey buildings' load-bearing structures vitality are analyzed. The change of 2d steel frames various elements loading during a fire is investigated. The dependence of the frame loading on the location of the fire source on different floors and spans is analyzed. The influence of the frames' stress state change on their vitality is analyzed. The dependence of potential collapse mechanisms on fire source location in the frame is concluded.

Key words: vitality, fire, steel frame, multi-storey building, progressive collapse.

Actuality. In today's globalized world, there is a trend of urbanization. The population is growing in the cities and this leads to a decrease in the location of land plots for construction and increase a needsof multi-storey buildings. However, as the number of storeys of the building grows, so does its sensitivity to various threats, which can lead to the complete collapse of the building and a large number of human casualties. Many modern studies in the building construction field are devoted to the ability of a building to resist complete collapse after local destruction due to the threat - vitality. And if for the reinforced concrete frames of multi-storey buildings at the level of regulatory documents there are methods of calculation, for steel frames - there are only recommendations without methods of calculation [10]. One of the threats that can cause the collapse of a multi-storey building is a fire. One example of the progressive collapse of a multi-storey building due to a fire is the fire in Sao Paulo (Brazil, 2018, Fig. 1). In Ukraine, fire protection systems leave much to be desired, and at the same time in ukrainian norms, there is a requirement: the objects of the consequences class CC3 to rely on fire vitality [10].

Analysis of past research. Many studies of multi-storey buildings vitality are devoted to how to satisfy a "single vitality", which means the removal of one structural element from the scheme (usually the first-floor column), thus modeling the local destruction, which could potentially lead to much greater collapse [12-15, 18-19, 25-27]. This simulates the influence of a impact or explosion. But such a factor as fire can affect not only the column but also the beams and not one but several elements simultaneously. Studies on steel and reinforced concrete frames vitality in case of fire after the earthquake [16, 17] was conducted. Buckling was investigate in [28, 29].



Fig. 1. Multi-storey building collapse due to a fire in Sao Paulo, Brazil, 2018

The effect of destruction after local damage to the column and from the fire may differ [1, 4, 20], so multi-storey buildings should be calculated to vitality the fire. Studies [2-3, 5, 7, 8] show that during a fire, the floor of the frame can collapse first, not the column, as in the calculation of a “single” vitality from an uncertain factor. Therefore it is necessary to investigate various mechanisms of the collapse of frames at a fire for the purpose of definition less destructive.

Load capacity factor of steel frame elements and their influence on the frame vitality were studied [5-7]. In [1] it is emphasized that the load capacity factor in the columns should be 0.25 to prevent progressive collapse, which is economically impractical. Also in [13, 14] it is noted that only the increase in the frame elements load capacity does not guarantee increased vitality and it is necessary to take into account the peculiarities of the distribution of internal forces.

Studies [9] analyze the concept of "vitality" and propose to include the concept of "fire resistance". And it is expedient from the point of view that for studying vitality at a fire it is necessary to touch in one way or another a question of fire resistance.

In studies [11], calculations of the high-rise building steel frame for the fire were performed, taking into account fire protection and parametric fire regime depending on the building footprint. The possibility of designing a frame under the action of fire loads and preventing even local destruction was investigated. The maximum temperature load was 120°C with fire protection R180. But after designing a frame, the frame steel weighthas increased by 50%.This indicates that the fire protection minimizes the temperature load on the frame elements from the fire but anyway constructive measures are needed to increase vitality. The large increase in metal consumption indicates that it is impractical to design the building frame in the case of a fire or other threat, which can lead to progressive collapse, completely eliminating the possibility of local destruction, as this probability always exists during an emergency. To enhance fire vitality and seismic resistance, it is recommended to use outrigger systems (superframes), combining vertical and horizontal outriggers along the contour of the frame frames [1].

Previously studied measures to increase the steel frame's vitality in case of fire (increased load capacity, increased fire protection, combined outrigger

systems) significantly increase the metal consumption and cost of construction and need to be optimized. It is necessary to study in more depth the peculiarities of the forces distribution and the stress state of the building frame structures during a fire and to explore measures to increase vitality, which will be effective and economically feasible.

Unresolved part of the problem. In contrast to a impact or explosion, the effect of a fire is more extended in time. Therefore, studying the vitality of multi-storey buildings frames in case of fire, it is necessary to analyze not only the work of the frame after local destruction but also the processes that precede it: initial load capacity factor, change of internal forces, change of steel mechanical characteristics when heated, change of stiffness, load capacity factor (strength, general and local buckling) in the frame before the first destruction due to fire and their impact on the frame vitality.

Research objectives. The following tasks were performed in these studies:

- to investigate the changing load capacity factor of the 2d steel frame various elements during the design fire;
- to analyze the dependence of the frame load capacity factor change on the location of the fire source on different floors and spans;
- to analyze the influence of changes in the frame's stress state on their vitality.

The main text. A numerical study of the 2d steel frame when a fire acted in one of the spans on one of the floors was conducted. The object of the study is a 2d steel frame consisting of three spans (2 sidespans and one middle) and three floors (lower, middle, upper) without fire protection. Beam span accepted is 7.2 m. The height of the floor is accepted - 3.6 m. The columns are unfastened from the plane of the frame at the level of adjacency of the beams, the beams are unfastened from the plane with a step of 2.4 m. Frame step - 6m. The load on the beams and columns was assumed to be the same - 50% in order to make a clear comparison of load capacity factor changes during the fire. The base of the columns is taken with a rigid connection. The joints beam to column connection are rigid. There are 4 fire scenarios that were considered: lower floor - outside span, lower floor - middle span, middle floor - outside span, middle floor - middle span (Fig. 2).

Loads were calculated according to [21]. Design situation is accidental. The beams dead load were taken $1t/m^2 \times 6m = 6t/m$. 35% of the wind characteristic (according to UFC recommendations [23]) for Kyiv was accepted for the columns. The steel elements are S255. Steel construction design performed according to [22]. The beam cross-section class is 1 (only elastic deformations according to [22]). The effect of the fire is simulated by the temperature loads determined according to [24].

The fire calculation is nonlinear static, as the fire has no instantaneous factors such as explosion, impact, etc. Step by step with an interval of 30 seconds in a nonlinear calculation (taking into account the geometric nonlinearity) was a set temperature increase. Change of steel strength and deformation characteristics depending on temperature according to DSTU-N B EN 1993-1-2: 2010 [24].

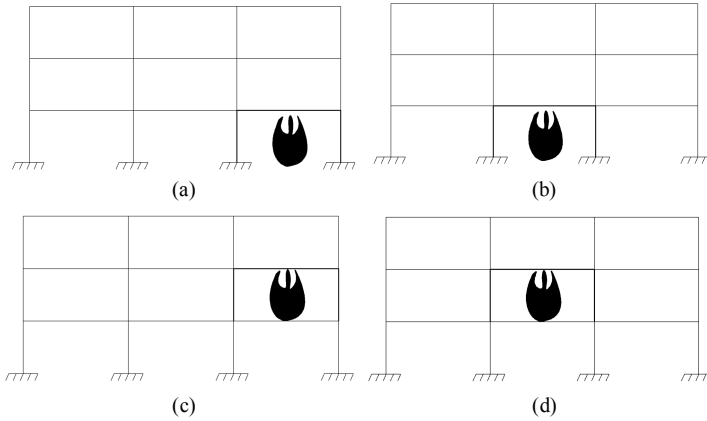


Fig. 2. Accepted scenarios of calculated fire: (a) - lower floor - outside span, (b) - lower floor - middle span, (c) - middle floor - outside span, (d) - middle floor - middle span

Simplification. The calculation assumes that the temperature is distributed evenly along the length of the element and the cross-section. It is also assumed that the elements of the frame do not perceive other temperatures than fire.

The calculation results are shown in the table. 1.

Table 1

Calculation results

Scenario	Cell where the fire occurs	Time of the first destruction, s	Element	The temperature of the heated beam, °C	Within/outside the heated cell	The factor of load capacity
1	Lower floor - outside span	300	Outside column	229	Within	Buckling from the plane of bending
2	Lower floor - middle span	330	Outside beam	249	Outside*	Flange local buckling
3	Middle floor - outside span	240	Outside beam	188	Within	Flange local buckling
4	Middle floor - middle span	360	Outside beam	269	Outside*	Flange local buckling

* the destruction took place on the floor where was a fire

In scenario 1, the middle column was more loaded at the fire beginning, but due to the bending caused by the thermal expansion of the beam, the outside column is loaded and collapsed faster (Fig. 3). From fig. 4 it is possible to see that on the beam load capacity factor schedule there is a jump. On the beam load capacity factor change graph for various factors (Fig. 5) you can see that the jump occurs in the load capacity factor change for the flange local buckling. When the normal force in the beam increases due to the temperature load action, there is a transition from bending to compressed-bent stress state. The beam cross section was adopted in class 1 (according to [22] only elastic deformations are allowed in the cross-section), and the compressed-bent

elements cross-sections according to [22] are considered to be those in which limited plastic deformations are allowed. Therefore, the reason for the graph jump is that the transition from the bending stress state to the compressed-bent state is the transition from elastic to elastic-plastic analysis, which requires a greater load capacity reserve.

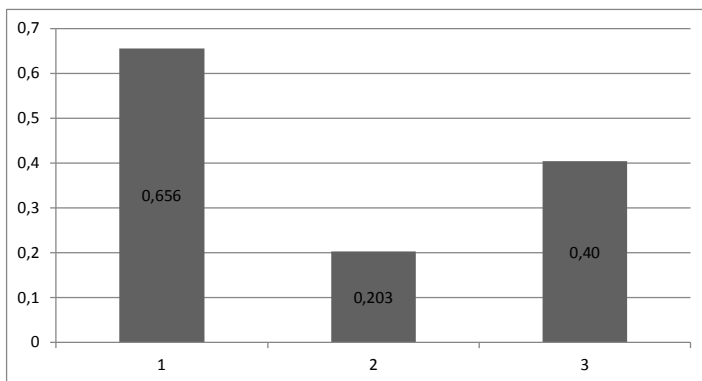


Fig. 3. Load capacity factor increase for scenario 1:
1 - outside column, 2 - middle column, 3 - beam

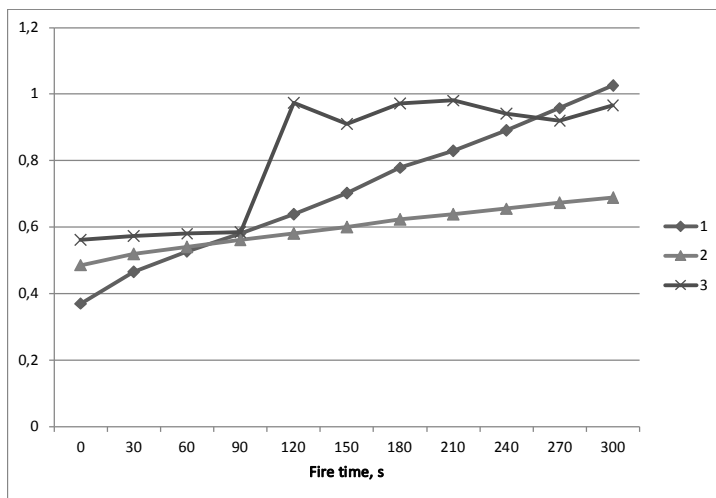


Fig. 4. Schedule of changes load capacity factor for scenario 1:
1 - outside column, 2 - middle column, 3 - beam (0-90s – elastic analysis, 120-300s – elastic-plastic analysis)

From Fig. 7 you can see that in the middle span on the ground floor (scenario 2), in contrast to the outside, the beam is loaded faster than the column. But the first is collapsed not the middle beam (heated), but the outside, although in it the jump in load capacity factor occurs later than in the middle (heated, Fig. 6). The earlier destruction of the outside beam, and not the

middle, on which the fire acts, is explained by the smaller value of relative shift of the centroid m_{ef} , which is due to the smaller ratio of bending moment to normal force (Fig. 8).

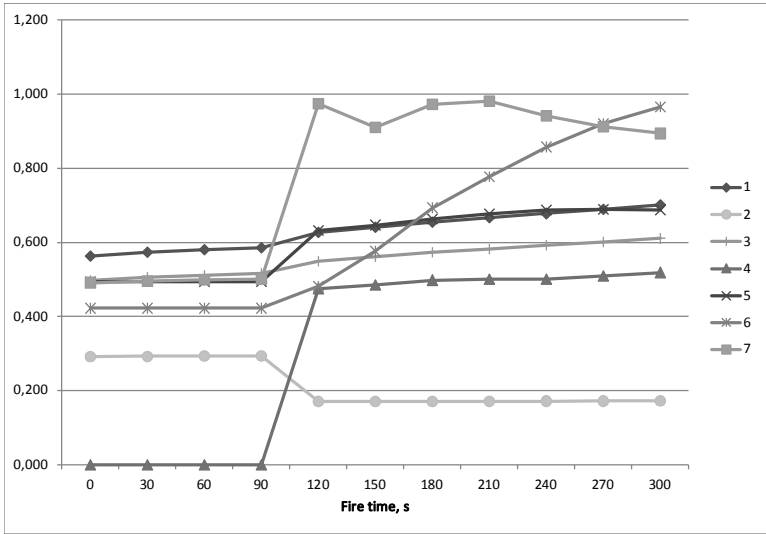


Fig. 5. Heated beam change load capacity factor for scenario 1: 1 - normal stress strength, 2- tangential stress strength, 3 - reduced stress strength, 4 - buckling in the plane of the bend, 5 - buckling from the plane of the bend, 6 - web local buckling, 7 - flange local buckling

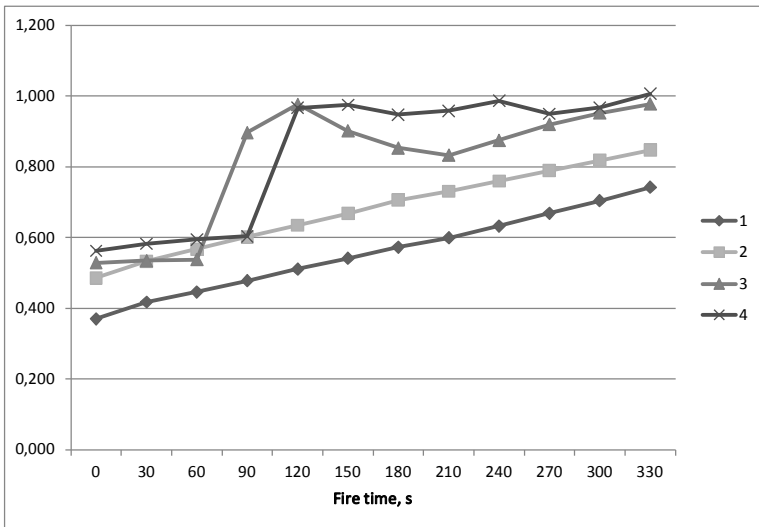


Fig. 6. Schedule of changes load capacity factor for scenario 2: 1 – outside column, 2 – middle column, 3 – middle beam (0-60s – elastic analysis, 90-330s – elastic-plastic analysis), 4 – outside beam (0-90s – elastic analysis, 120-330s – elastic-plastic analysis)

From Fig. 9 you can see that in the outside span on the intermediate floor (in scenario 3) in contrast to the lower (scenario 1) is loaded faster beam than the column. The fracture occurs in the outside beam, but in the middle beam due to adjacent beam thermal expansion, there is a significant increase in load capacity factor (Fig. 10).

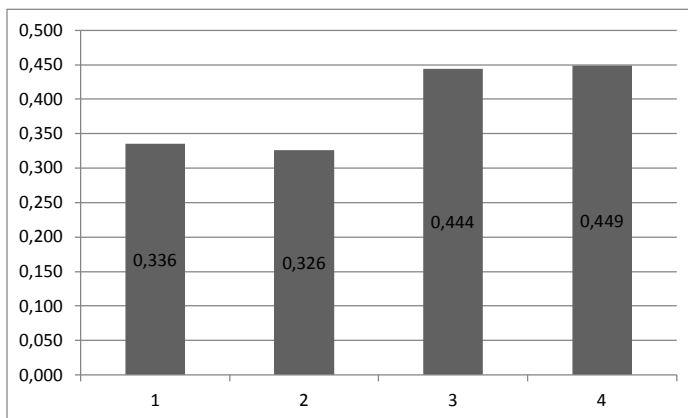


Fig. 7. Load capacity factor increase for scenario 2:

1 – outside column, 2 – middle column, 3 – outside beam, 4 – middle beam

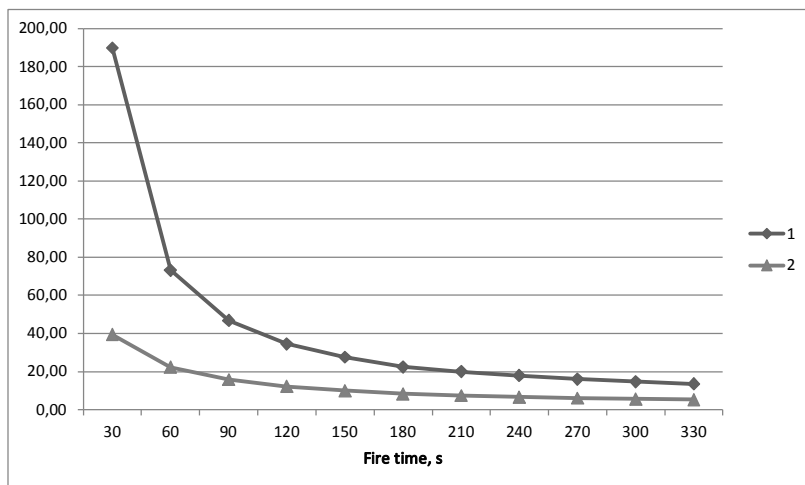


Fig. 8. Schedule of changes beam's relative shift of the centroid m_{er} for scenario 2: 1 – outside beam, 2 – middle beam

In the middle span on the intermediate floor (scenario 4) as well as in the lower (scenario 2) the failure occurs in the outside beam, which is outside the heated cell (Fig. 11).

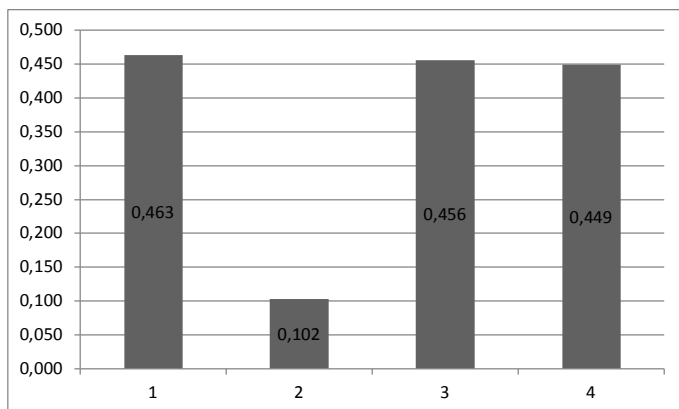


Fig. 9. Load capacity factor increase for scenario 3: 1 – outside column, 2 – middle column, 3 – outside beam, 4 – middle beam

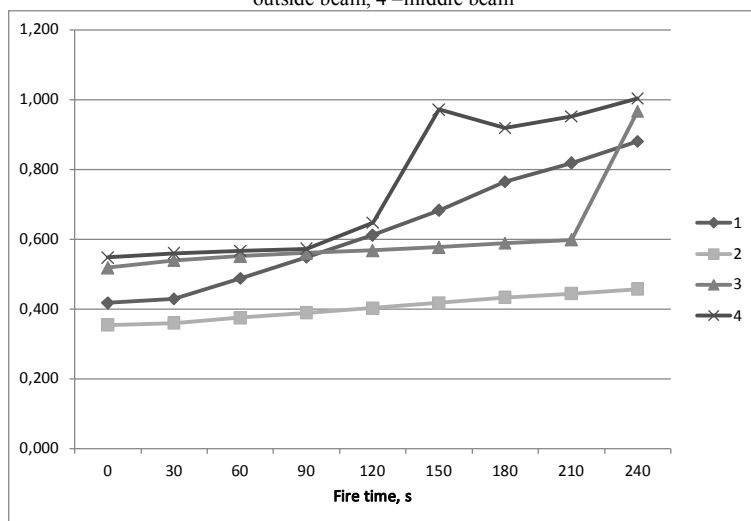


Fig. 10. Schedule of changes load capacity factor for scenario 3: 1 – outside column, 2 – middle column, 3 – middle beam (0-210s – elastic analysis, 240s – elastic-plastic analysis), 4 – outside beam (0-120s – elastic analysis, 150-240s – elastic-plastic analysis)

Conclusions. In the case of a fire, the time to the considered frame first destruction in the fire scenario in the middle span is greater than in the outside. In case of fire on the upper floor, the destruction occurs later than on the lower floor. On the lower floor, the columns are more likely to collapse earlier than the beam than on the upper floor. In the middle span, the beams are more prone to collapse earlier than the column than in the outside. As you can see, depending on the fire source location on different floors and spans, both the beam and the column of the frame may be the first to collapse and the potential frame collapse mechanisms may be different. This should be taken into account when analysis the multi-storey steel frames vitality in case of fire.

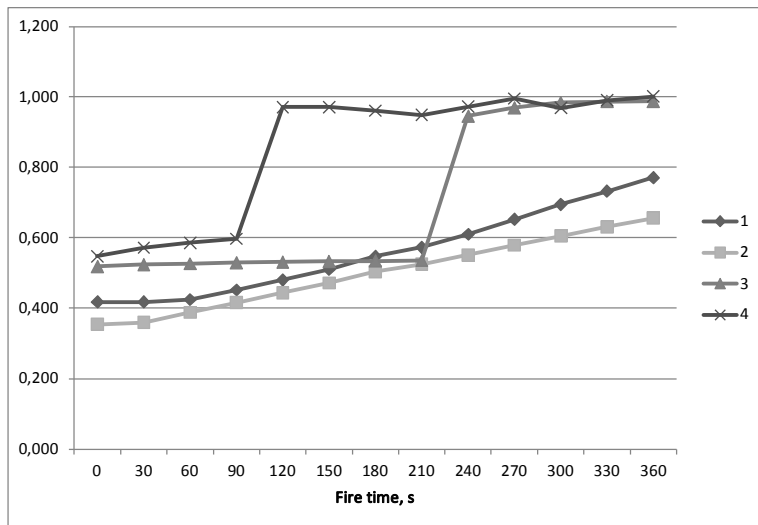


Fig. 11. Schedule of changes load capacity factor for scenario 4: 1 – outside column, 2 – middle column, 3 – middle beam (0-210s – elastic analysis, 240-360s – elastic-plastic analysis), 4 – outside beam (0-90s – elastic analysis, 120-360s – elastic-plastic analysis)

When studying steel frames for fire, it is necessary to take into account not only the decrease in the characteristics of steel from temperature but also the distribution of forces, changes in the load capacity of the elements by various factors. In the event of a fire, the steel multi-storey frame's beam can change from a bending stress state to a compressed-bent state, which allows the development of limited plastic deformations. Therefore, analysing multi-storey steel frames for vitality and fire resistance, it is necessary to design them taking into account the development of limited plastic deformations, which requires an additional load capacity reserve.

REFERENCES

1. A. Wada, K. Ohi, Hiroyuki Suzuki, Y. Sakumoto, M. Fushimi, H. Kamura, Y. Murakami, M. Sasaki, K. Fujiwara (2004). "Study of Structural Redundancy of High-Rise Steel Building Due to the Effect of Heat and Loss of Vertical Structural Members".
2. R. Sun, I. Burgess, Zh. Huang, G. Dong (2015). "Progressive failure modelling and ductility demand of steel beam-to-column connections in fire". *Engineering Structures*, 89, p. 66-78.
3. Richard Liew, J.Y., Tang, L.K., Holmaas, T., and Choo, Y.S. (1998). "Advanced analysis for the assessment of steel frames in fire". *Journal of Constructional Steel Research*, 47, 19-45.
4. H. Tavakoli, F. Kiakojouri (2015). "Threat-Independent Column Removal and Fire-Induced Progressive Collapse: Numerical Study and Comparison", *Civil Engineering Infrastructures Journal*, 48(1), p. 121-131.
5. Jiang, J., Li, G.Q., and Usmani, A.S. (2014a). "Progressive collapse mechanisms of steel frames exposed to fire." *Advances in Structural Engineering*, 17(3), 381-398.
6. Jiang, B.H., Li, G.Q., and Usmani, A.S. (2015a). "Progressive collapse mechanisms investigation of planar steel moment frames under localized fire." *Journal of Constructional Steel Research*, 115, 160-168.
7. Sun, R.R., Huang, Z.H., and Burgess, I. (2012a). "Progressive Collapse Analysis of Steel Structures under Fire Conditions." *Engineering Structures*, 34, p.400-413.

8. Lange, D., Roben, C., and Usmani, A.S. (2012). "Tall Building Collapse Mechanisms Initiated by Fire: Mechanisms and Design Methodology." *Engineering Structures*, 36,90-103.
9. Drobot Dmitriy Yur'evich. Zhivuchest' bol'sheproletnykh metallicheskikh pokrytij : avtoreferat dis. kandidata tekhnicheskikh nauk : 05.23.01 / Drobot Dmitriy Yur'evich; [Mesto zashchity: Mosk. gos. stroit. un-t].- Moskva, 2010.- 22 s.: il. RGB OD, 9 10-3/3946.
10. Daurov M. K. Oglyad vimog suchasnikh normativnikh dokumentiv iz rozrakhunku stalevikh karkasiv bagatopoverkhovikh budivel' na opir progresuyuchomu rujnuvannyu / M. K. Daurov, A. S. Bilik // *Mistobuduvannya ta teritorial'ne planuvannya*. - 2019. - Vip. 70. - S. 175-186. - Rezhim dostupu: http://nbuv.gov.ua/UJRN/MTP_2019_70_18.
11. Daurov M.K., Bilyk A.S. Providing of the vitality of steel frames of high-rise buildings under action of fire // *Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles* – Kyiv: KNUBA, 2019. – Issue 102. – P. 62-68.
12. Bilyk A. S. Porivnyannya metodiv rozrakhunku metalievikh karkasiv visotnikh budivel' na odinichnu zhivuchist' / A. S. Bilyk, A. I. Kovalenko // *Zbirkiv naukovikh prac' Ukraïnskogo institutu stalevikh konstrukcij imeni V. M. Shimanovskogo*. - 2015. - Vip. 16. - S. 30-39. - Rezhim dostupu: http://nbuv.gov.ua/UJRN/ZNPISK_2015_16_6.
13. Bilyk A. S. Dinamichni zusylya v kolonakh stalevikh karkasiv bagatopoverkhovikh budivel' pri rozrakhunku na odinichnu zhivuchist' / A. S. Bilyk, A. I. Kovalenko // *Resursoekonomni materiali, konstrukcii, budivli ta sporudi*. - 2016. - Vip. 32. - S. 304-309. - Rezhim dostupu: http://nbuv.gov.ua/UJRN/rmkbs_2016_32_43.
14. Kovalenko A.I. Osoblivosti proektuvannya bagatopoverkhovikh budivel' z odinichnoyu zhivuchistyu (/) A.I. Kovalenko // *Visnik Odes'koï derzhavnoï akademii budivnictva ta arkhitekturi*. - 2016. - Vip. 63. - S. 62-66. - Rezhim dostupu: http://nbuv.gov.ua/UJRN/Vodaba_2016_63_13.
15. Bilyk A. S. Suchasni metodi modelyuvannya progresuyuchogo rujnuvannya budivel' i sporud / A. S. Bilyk, A. I. Kovalenko // *Stroitel'stvo. Materialovedenie. Mashinostroenie. Seriya : Sozdanie vysokotekhnologicheskikh ehkokompleksov v Ukraine na osnovie koncepcii sbalansirovannogo (ustojchivogo) razvitiya*. - 2016. - Vyp. 87. - S. 35-41. - Rezhim dostupu: http://nbuv.gov.ua/UJRN/smmcvtek_2016_87_5.
16. Zvit pro naukovo-doslidnu robotu rozroblennya propozicij shchodo matematichnogo rozrakhunku bagatopoverkhovikh bezrigel'nikh karkasnikh budivel' na stijkist' do progresuyuchogo rujnuvannya vnaslidok pozhezhi, sprichinenoï zemletrusom. Dogovir № N-14/265-11 vid 22 listopada 2011 r. NDIBK.
17. Behnam, B. andRezvani, F.H. (2015). "Structural evaluation of tall steel moment-resisting structures in simulated horizontally travelling postearthquake fire." *Journal of Performance of Constructed Facilities*, DOI:10.1061/(ASCE)CF.1943-5509.0000696.
18. B.A. Izzuddin, A.G. Vlassis, A.Y. Elghazouli, D.A. Nethercot. Progressive collapse of multi-storey buildings due to sudden column loss — Part I: Simplified assessment framework // *Engineering Structures*. - London: Elsevier, 2008.— Volume 30. – p. 1308-1318.
19. A.G. Vlassis, B.A. Izzuddin, A.Y. Elghazouli, D.A. Nethercot. Progressive collapse of multi-storey buildings due to sudden column loss—Part II: Application// *Engineering Structures*. - London: Elsevier, 2008.— Volume 34. – p. 1424-1438.
20. Tavakoli, H.R.,Kiakojouri F. Threat-Independent Column Removal and Fire-Induced Progressive Collapse: Numerical Study and Comparison // *Civil Engineering Infrastructures Journal*. – Tehran: University of Tehran ,2015. - Volume 48 (1). -p. 121-131.
21. DBN V.1.2-2:2006. Sistema zabezpechennya nadijnosti ta bezpeki budivel'nikh ob'ektiv. Navantazhennya i vplivi. Normi proektuvannya. – Kiïv : Minbud Ukraïni, 2006. – 77 s. – (Derzhavni budivel'ni normi Ukraïni).
22. DBN V.2.6-198:2014. Konstrukcii budivel' i sporud. Stalevi konstrukcii. Normi proektuvannya. – Kiïv : Minregion Ukraïni, 2014. – 199 s. – (Derzhavni budivel'ni normi Ukraïni).
23. UFC 4-023-03. United Facilities Criteria (UFC). «Design of Buildings to Resist Progressive Collapse». Department of Defense USA. 2009.
24. DSTU-N B EN 1993-1-2:2010. Evrokod 3. Proektuvannya stalevikh konstrukcij. Chastina 1-2. Zagal'ni polozhennya. Rozrakhunok konstrukcij na vognestijkist' (EN 1993-1-2:2005, IDT). - [Chinni vid 2013-07-01]. – K.: Minregionbud Ukraïni, 2010. – 106 s.
25. Barabash. M. A. Romashkina Metodika modelyuvannya progresuyuchogo obvalennya na prikladi realnikh bagatopoverkhivok // *Budivnitstvo. Materialoznavstvo. Mashinobuduvannya*.

- Seriya: Komp'yuterni sistemita informatsiyni tekhnologii vosviti. nautsi taupravlinni. – 2014. – Vip. 78. – S. 28-37. – Rezhimdstupu: http://nbuv.gov.ua/UJRN/smmcs_2014_78_6
26. Gorodetskiy A. S. Deyaki aspekti rozrakhunku budivel na stiykist do progresuyuchogo ruynuvannya / A. S. Gorodetskiy, M. S. Barabash // Budivnistvo. Materialoznavstvo. Mashinobuduvannya. Seriya: Innovatsiyni tekhnologii zhittevogetsikluzhitlovikh. tsivilnikh. promislovikh i transportnikhob'ektiv. – 2009. – Vip. 50. – S. 157-162. – Rezhimdstupu: http://nbuv.gov.ua/UJRN/smmit_2009_50_27.
 27. Modelyuvannya zhittievogo tsiklu visotnikh budivelnikh konstruktсий z urakhuvannyam stiykosti do progresuyuchogo ruynuvannya. Mizhnarodniy zhurnal obchislyvalnoi inzhenerii tabudivnistva. - 2013. – Vip. 9. Vipusk 4. –R.101-106.
 28. Bilyk S.I., Bilyk A.S., Nilova T.O., Shpynda V.Z., Tsyupyn E.I. Buckling of the steel frames with the I-shaped cross-section columns of variable web height // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles – Kyiv: KNUBA, 2018. – Issue 100. – P. 140-154.
 29. Bilyk S.I., Lavrinenko L.I., Nilov O.O., Nilova T.O., Semchuk I.Y. Limit state theoretical and experimental investigation of corrugated sine-web under patchloading// Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles – Kyiv: KNUBA, 2020. – Issue 105. – P. 152-164.

Стаття надійшла 03.01.2022

Дауров М.К., Білик А.С.

ДОСЛІДЖЕННЯ ЗМІНИ НАПРУЖЕНОГО СТАНУ СТАЛЕВИХ КАРКАСІВ ПРИ ПОЖЕЖІ ТА ЇЇ ВПЛИВУ НА ЖИВУЧІСТЬ

Проаналізовано сучасні дослідження живучості несучих конструкцій багатопверхових будівель. Визначено недоліки досліджених раніше заходів посилення живучості сталевих багатопверхових каркасів. Встановлено необхідність дослідження більш ефективних та економічно доцільних заходів. Досліджено зміну навантаженості різних елементів сталевого плоского каркасу під час пожежі. Проаналізовано залежність навантаженості рами від розташування джерела вогню на різних поверххах та прольотах. Розглянуто 4 сценарії розташування джерела пожежі в плоскому багатопверховому каркасі. Проаналізовано вплив розподілу внутрішніх зусиль в балках при нагріванні на напружений стан каркасу, зокрема на місцеву стійкість поясу та стінки двотаврової балки.

Виявлено, що від температурних розширень внаслідок пожежі першими в каркасі руйнуватися можуть не лише ті елементи, які нагріваються. Встановлено, що під час пожежі перше руйнування швидше відбувається в крайньому прольоті каркасу, ніж у середньому. При порівнянні сценаріїв пожежі на нижньому та верхньому поверххах каркасу визначено, що на нижчому поверсі колони більш схильні до того, щоб зруйнуватися раніше за балку, ніж на верхньому. При порівнянні сценаріїв пожежі в середньому та верхньому прольотах каркасу визначено, що в середньому прольоті балки більш схильні до того, щоб зруйнуватися раніше за колону, ніж у крайньому. Підтверджено, що залежно від розташування пожежі на різних поверххах та прольотах першими можуть руйнуватися як балка, так і колона каркасу. Встановлено, що залежно від розташування джерела пожежі можуть бути різні механізми руйнування багатопверхового каркасу. Встановлено, що на напружений стан конструкцій каркасів суттєво впливає розподіл внутрішніх зусиль при температурних навантаженнях, а не лише вогнезахист та вогнестійкість сталевих конструкцій.

Ключові слова: живучість, пожежа, сталевий каркас, багатопверхова будівля, прогресуюче руйнування.

Daurov M.K., Bilyk A.S.

INVESTIGATION OF CHANGES IN STEEL FRAMES STRESS STATE IN FIRE AND INFLUENCE ON ITS VITALITY

Modern studies of the multi-storey buildings load-bearing structures vitality are analyzed. The shortcomings of the previously studied measures to increase the steel multi-storey frames vitality are identified. The need to study more effective and cost-effective measures have been identified.

The change of 2d steel frame various elements loading during a fire is investigated. The dependence of the frame load-bearing capacity on the location of the fire source on different floors and spans is analyzed. 4 scenarios of fire source location in 2d multi-storey frame are considered. The influence of the distribution of the internal forces in the heated beams on the frame stress state, in particular on the local buckling of the I-beam flange and the web is analyzed. It was found that due to temperature expansions due to fire, not only heated elements are can be the first to be damaged in the frame. It is established that during a fire the first destruction occurs faster in the outside span of the frame than in the middle. When comparing the fire scenarios on the lower and upper frame floors, it was determined that on the lower floor the columns are more prone to damage earlier than the beam on the upper floor. When comparing the fire scenarios in the middle and outside frame spans, it was determined that in the middle span the beams are more prone to collapse earlier than the column than in the outside. It has been confirmed that, depending on the fire source location on different floors and spans, both the beam and the column of the frame may be the first to collapse. It is established that depending on the fire source location there may be different mechanisms of multi-storey frame collapse. It is established that the frame structures' stress state is significantly influenced by the distribution of internal forces at temperature loads, and not only fire protection and steel structures fire resistance.

Key words: vitality, fire, steel frame, multi-storey building, progressive collapse.

UDC 69.07

Daurov M.K., Bilyk A.S. Investigation of changes in steel frames stress state in fire and influence on its vitality//Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific and technical collected articles – Kyiv, KNUBA, 2022. – Issue 108. – P. 325-336.

The influence of multi - storey buildings steel frames stress state in case of fire on their vitality is analyzed.

Табл. 1. Fig. 11. Ref. 24.

УДК 69.07

Дауров М.К., Білик А.С. Дослідження зміни напруженого стану сталевих каркасів при пожежі та її впливу на живучість//Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех збірник. – К.:КНУБА, 2021. – Вип. 108. – С. 325-336.

Проаналізовано вплив напруженого стану сталевих каркасів багатопверхових будівель при пожежі на їх живучість.

Табл.1. Рис. 11. Бібліогр. 24 назв.

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада):аспірант кафедри металевих та дерев'яних конструкцій ДАУРОВ Михайло Костянтинівич

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, ДАУРОВУ Михайлу Костянтинівичу.

Роб. тел. +38(063) 648-26-27;

Мобільний тел.:+38(063) 648-26-27;

E-mail: mk19daurov@gmail.com (обов'язково)

ORCID ID:<http://orcid.org/0000-0002-6338-4326>

Автор(вчена ступень, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри металевих та дерев'яних конструкцій КНУБА Білик Артем Сергійович.

Адреса робоча:03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, БІЛІКУ Артему Сергійовичу.

Робочий тел.: +38(044) 241-55-56

Мобільний тел.: +38(050) 765-2-354

E-mail: artem.bilyk@gmail.com

ORCID ID:<http://orcid.org/0000-0002-9219-920X>

УДК 534-21:537.226.86

GENERATION OF ENERGY IN CONSOLE PIEZOELECTRIC ENERGY HARVESTERS

L.O. Grigoryeva,

Candidate of Science (Phys.-Math)

P.O. Ivanenko,

Candidate of Science (Tech)

O.F. Korbakov,

Candidate of Science (Tech)

*Kyiv National University of Construction and Architecture
31, Povitroflotsky ave., Kyiv, Ukraine, 03680*

DOI: 10.32347/2410-2547.2022.108.337-348

In this work, the oscillations of the cantilever unimorph energy harvester under harmonic loads are investigated. Unimorph console consisting of a brass base and a rectangular piezoelectric element with electroded flat surfaces without and with tip mass is considered.

There is derived the characteristic equation for beam bending oscillations, wave numbers, circular frequencies and natural frequencies are determined. Eigenforms of oscillations are constructed, the dependence of natural frequencies from body size and tip mass is analyzed.

Forced oscillations of the energy harvesters with tip mass at the end at oscillations of the base are studied. The voltage generated on the piezo element plates is determined taking into account the electrical resistance. Due to the voltage and resistance of the conduct line the power of the energy harvester is determined.

Keywords: cantilever energy harvester, passive layer, piezoceramic overlay, characteristic equation, amplitude function, forced oscillations, energy generation, energy harvesting, harvester power.

Introduction. Harvesting of mechanical oscillations energy and its conversion into electrical for the purpose of accumulation for further use (energy harvesting) has already occupied an important place both in mechanical engineering (damping of oscillations with conversion of excess energy into electricity), and in construction and environment as autonomous systems for monitoring and state controlling of the object [2].

Piezo-based devices are one of the most common types of energy harvesters [9]. Under harmonic oscillations, piezoelectric elements produce alternating electric current, showing the greatest efficiency at resonant frequencies. Piezoceramic elements working on bending give a much higher yield of the potential difference compared to the axial load, because in this case we have much greater displacement. One of the most common are cantilever unimorph or bimorph energy converters, consisting of a passive layer and one or two thin symmetrically placed piezoceramic plates [10]. Tip mass at the end is often used to adjust the operating frequency of the element with external one. One of the applications of cantilever piezoelectric elements is the conversion of unnecessary or undesirable oscillations of the structure into electrical energy and its subsequent use for autonomous operation of the monitoring device or

accumulation in accumulators or batteries [6]. The operation of the element at resonant frequencies is the most effective, so an important characteristic of the piezoelectric element is the width of the range of operating (natural) frequencies [11].

There are commercially available cantilever bimorphs with the following dimensions: thickness 0.3 - 0.35 mm, length 4 - 100 mm, width 1.6 - 22 mm. Electrodes made of silver (6-10 μm thick) or nickel (1-3 μm thick) are applied to the piezoceramic plate. After applying the electrodes, the piezoelectric element is polarized in a strong constant electric field [10]. The main rod can be made of bronze, brass, stainless steel, nickel foil, graphite, composites, etc. For products with high sensitivity, a piezoelectric element is also used as the main rod. The passive layer increases the mechanical strength, but reduces the amount of displacement. The use of a stainless steel base provides 25% greater strength of the element and is used in cases with high blocking force, such as implanted pacemakers. Epoxy or acrylate glue is used for gluing layers, which provides a strong connection. The thickness of the adhesive layer is 10-15 μm .

An unimorph or bimorph operating in generator mode is often used as a flexible sensor [8]. The generator-type sensor does not require an external power supply to operate. It is designed to convert dynamic deformations into electrical signals with further processing and recording by various devices, including energy collection. Unimorph can be used as a stand-alone converter of mechanical energy into electric current, and be a part of a more complex device. It can be connected to the control and management system in two main ways: by the voltage registration circuit or by the charge registration circuit.

This work is devoted to the study of oscillations of cantilever energy harvester at monoharmonic loads. Earlier in [5] the resonant oscillations of piezoceramic cylinders with energy dissipation were studied. Multilayer piezoceramic elements are considered in [7]. Fundamental theory of vibrations is described in [4]. The most up-to-date overview of piezoelectric energy harvesting is found in [9]. Works describing the use of cantilever energy harvesters in bridge structures [1], in pavements [12], in sound energy harvesting [3] should be noted.

Formulation of the problem. For collaboration work of element with the structure, the natural frequencies of the element must be coordinated with the operating frequency of the structure. This is done by varying the mass and its position at the end of the rod. For the most efficient operation of the converter, a piezoelectric material with a high coefficient of electromechanical conversion is used. The console consists of a metal rod (steel or brass) of rectangular cross-section with relatively low rigidity in the direction of oscillation (fig. 1).

Piezoelectric rectangular thickness-polarized element is attached as pad to the part of the beam that undergoes maximum deformation. At the end, an additional mass is attached in the form of a steel cylinder, which reduces the operating frequency of the element.

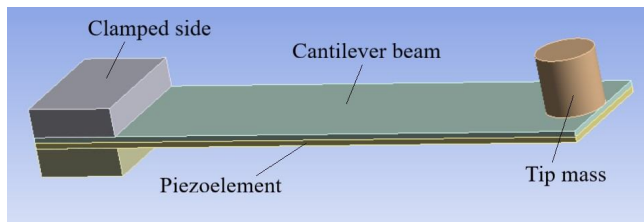


Fig. 1. Cantilever piezoelectric harvester

The calculation is performed in several stages: determination of natural frequencies for different design options; analysis of oscillation forms to determine operating frequencies; studying of harmonic oscillations of the console at operating frequencies; determination of the potential difference generated at the electrodes of the piezoelectric element; determining the power of the energy harvester.

Natural oscillations of the cantilever beam. We consider the transverse oscillations of the rod, which stiffness in vertical direction is much lower than in horizontal. This allows to most effectively use the influence of gravity and cause significant deflections in the rod. The section width is several times less than the length to provide torsional rigidity, so as torsional modes are undesirable.

a) Cantilever beam loaded with its own weight. Given: length l , density ρ , Young's modulus E , cross-sectional area A , moment of inertia I . Differential equation of transverse oscillations of the rod

$$a^2 \frac{d^4 w}{dx^4} + \frac{d^2 w}{dt^2} = 0, \quad (1)$$

where $a^2 = \frac{EI}{A\rho}$. We use the procedure of separating variables

$$w(x, t) = X(x) \cdot T(t). \quad (2)$$

Substitute (2) into (1) and obtain two differential equations with corresponding solutions:

$$X^{IV} = \frac{\omega^2}{a^2} X = k^4 X, \quad (3)$$

$$X = C_1 \sin kx + C_2 \cos kx + C_3 \operatorname{sh} kx + C_4 \operatorname{ch} kx, \quad (4)$$

$$T'' + \omega^2 T = 0, \quad T = A \sin \omega t + B \cos \omega t, \quad (5)$$

where ω is the natural circular frequency of the body oscillations, k is the wave number. The coefficients in (4) and (5) are determined from the boundary and initial conditions.

For clamping in $x = 0$ we have BC

$$X(0) = 0, \quad X'(0) = \varphi(0) = 0. \quad (6)$$

At the free end

$$M(l) = X''(l) = 0, \quad Q(l) = X'''(l) = 0. \quad (7)$$

General solution

$$X = C_1 (\sin kx - sh kx - \frac{\sin kl + sh kl}{\cos kl + ch kl} (\cos kx - ch kx)). \quad (8)$$

Characteristic equation can be got as determinant of algebraic system (6), (7):

$$1 + \cos r ch r = 0. \quad (9)$$

Roots r_i of equation (9) [4] ($k > 2$) don't depend from beam size:

$$r_i = \{1,8751; 4,6941; \frac{2k-1}{2}\pi\dots\}. \quad (10)$$

Wave numbers can be got as $k_i = r_i / l$, natural circular frequencies are

$\omega_i = k_i^2 a$. Corresponding oscillation frequencies $f_i = \frac{\omega_i}{2\pi}$. The amplitude

function X_i (8) is constructed for each k_i . The general solution of equation (1) has the form

$$w(x,t) = \sum_{i=1}^{\infty} X_i(x)(A_i \sin \omega_i t + B_i \cos \omega_i t). \quad (11)$$

b) The natural oscillations of the mass at the end of a cantilever rod.

If the ratio of the mass of the beam to the attached mass is small, the mass of the beam can be neglected. The oscillations of the mass at the end of the cantilever rod are described by a differential equation

$$m \frac{d^2 w}{dt^2} = -kw. \quad (12)$$

Here $k = \frac{3EI}{l^3}$ is the stiffness factor. Natural frequency

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{3EI}{ml^3}}. \quad (13)$$

c) Natural oscillations of the cantilever beam with mass at the end, taking into account the mass of the beam. The deflection for all values of x , except the points of application of the load, satisfies equation (3) with the solution in the form (4) [4]. At attaching the mass at the end of the beam we have a boundary condition

$$Q(l) = EI \frac{d^3 w}{dx^3} = m \frac{d^2 w}{dt^2}$$

or

$$\frac{d^3 X}{dx^3} + \frac{m}{EI} \omega^2 X = 0$$

or

$$\frac{d^3 X}{dx^3} = -\alpha\beta^2 X \text{ at } x = l. \quad (14)$$

Here $\alpha = \frac{m}{\rho Al}$; $\beta^2 = r^4 l = \frac{\omega^2}{a^2} l = \frac{\omega^2 A \rho l}{EI}$.

We supplement (6), (7) with condition (14), write the determinant and obtain the characteristic equation ($r = kl$) :

$$1 + \cos rch r - \alpha r(\sin rch r - sh r \cos r) = 0. \tag{15}$$

Roots of equation (15) at $\alpha = 0, 1, 4$:

$$r_i = \{1,67; 4,33; 7,38; 10,46; 13,56; 16,67; 19,78; 22,91\dots\}.$$

Fig. 2 shows the dependence of the roots of equation (15) from the coefficient α . At $\alpha = 0$ ($m = 0$) (15) is reduced to (9). With increasing α , the values of the roots change little and at $\alpha = 5$ we

have $r_i = \{0,8807; 3,9512; 7,0833\}$. A larger mass ratio is physically improbable.

2. Forced oscillations of the converter during oscillations of the base. Consider the oscillations of the base with amplitude A and frequency ω .

The general solution of the problem is $w(x, t) = X(x) \cos \omega t$, where

$$X(x) = C_1 \sin kx + C_2 \cos kx + C_3 sh kx + C_4 ch kx.$$

For function X we have boundary conditions:

$$X(0) = A, \quad X'(0) = 0; \quad X''(l) = 0; \quad X''' + \alpha \beta^2 X = 0. \tag{16}$$

The coefficients C_i in general solution are got from (16) and are equal to:

$$C_1 = A / 2 [ch kl [ch kl \sin kl + 2\alpha kl ch kl \cos kl + sh kl \cos kl] / (1 + \cos kl ch kl - \alpha kl (\sin kl ch kl - sh kl \cos kl));$$

$$C_2 = \frac{-C_1 (\sin kl + sh kl) + A ch kl}{\cos kl + ch kl}; \quad C_3 = -C_1; \quad C_4 = A - C_2. \tag{17}$$

3. Characteristics of the unimorph. We consider a two-layer cantilever beam of length l , consisting of a metal layer with a Young's modulus E_1 , density ρ_1 and cross section $b_1 \times h_1$ and a piezoceramic layer with a Young's modulus E_2 , density ρ_2 and cross section $b_2 \times h_2$. We will average the material characteristics:

$$E^* = \frac{E_1 A_1 + E_2 A_2}{A_1 + A_2}, \quad \rho^* = \frac{\rho_1 A_1 + \rho_2 A_2}{A_1 + A_2}. \tag{18}$$

The coordinate of the neutral layer is $z_{0C} = \frac{E_1 A_1 z_{01} + E_2 A_2 z_{02}}{E_1 A_1 + E_2 A_2}$.

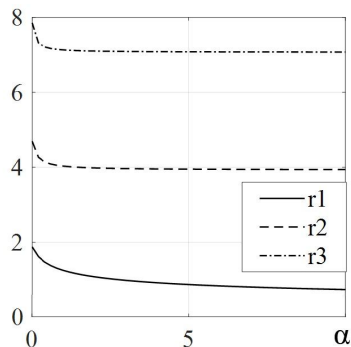


Fig. 2. Roots of equation (15) from the coefficient α

$$\text{Reduced areas } A_1^* = \frac{E_1 A_1}{E^*}, b_1^* = \frac{A_1^*}{h_1}, A_2^* = \frac{E_2 A_2}{E^*}, b_2^* = \frac{A_2^*}{h_1}.$$

$$\text{Moments of inertia } I_{y1}^* = \frac{b_1^* h_1^3}{12}, I_{z1}^* = \frac{b_1^* h_1^3}{12}, I_{y2}^* = \frac{b_2^* h_2^3}{12}, I_{z2}^* = \frac{b_2^* h_2^3}{12},$$

$$I_y^* = I_{y1}^* + z_{1C}^2 A_1^* + I_{y2}^* + z_{2C}^2 A_2^*, I_z^* = I_{z1}^* + I_{z2}^*. \quad (19)$$

Equations (18), (19) are a set of characteristics required for the application of the above formulas.

4. Determination of electromotive force and power of a harvester.

Electrical boundary conditions are applied to the electrodes located on the upper and lower surfaces of the piezoceramic element. For thin plates, we believe [5] that the electric potential inside the body varies linearly:

$$E_z = -\frac{d\phi}{dz} = -\frac{V(t)}{h}. \quad (20)$$

Here $V(t)$ is the required electromotive force of the transducer (potential difference at the electrodes). We can use the hypothesis of flat sections and assume that the deformations in the cross-sectional plane are small. Linear deformation in the direction of the axis of the rod is $\epsilon_x = -z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}$. We have

$$\sigma_x = -c_{11} z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - e_{13} \frac{V}{h_2}; \quad D_z = -e_{31} z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - \epsilon_{33} \frac{V}{h_2}. \quad (21)$$

Total charge on the lower electrode

$$Q = \int_A D_z dA = -e_{31} b_2 z_{\max} \frac{dw}{dx} \Big|_{x=l} - \epsilon_{33} \frac{V l b_2}{h_2}. \quad (22)$$

Generated current can be written through Ohm's law

$$I = \omega Q = \frac{V}{R}. \quad (23)$$

We substitute (22) into (23) and find the generated potential difference:

$$V = \frac{e_{31} h_2 z_{\max} X'(l)}{\epsilon_{33} l + h_2 / (b_2 R \omega)}. \quad (24)$$

Unimorph power as an electric current generator

$$P = IV = \frac{V^2}{R}. \quad (25)$$

For an AC electrical circuit the time average output power

$$\bar{P} = \frac{1}{\tau} \int_0^\tau V(t) I(t) dt = \frac{\omega}{2\pi} \int_0^{2\pi/\omega} VI \sin^2(\omega t) dt = \frac{1}{2\pi} VI \int_0^{2\pi} \sin^2(\tau) d\tau = \frac{VI}{2} = \frac{V^2}{2R}.$$

Now we can calculate stresses and electrical induction by (21), using second derivative from w :

$$\frac{d^2 w}{dx^2} = X'' = k^2 (-C_1 \sin kx - C_2 \cos kx + C_3 \operatorname{sh} kx + C_4 \operatorname{ch} kx).$$

5. Analysis of the results. A brass cantilever rod with a Young's modulus $E = 95 \text{ GPa}$ and density $\rho = 8730 \text{ kg/m}^3$ is considered. The piezoceramic plate is made of PZT5A piezoceramics, for which $E = 52 \text{ GPa}$, $\rho = 7800 \text{ kg/m}^3$, $e_{13} = -5,2$, $\varepsilon_{33} = 663 \varepsilon_0$.

All analytical formulas were duplicated using finite-difference approximations of the second order of accuracy. The deviation between the results was 1% at $n = 200$ breakpoints along the length of the rod.

Figure 3 shows the dependence of the resonant frequencies of the rod with a cross section of the brass base $10 \times 1 \text{ mm}$ and the piezoelectric element $10 \times 0,3 \text{ mm}$ with attached mass $m = 6,2 \text{ g}$, which corresponds to the mass of the steel cylinder in size $10 \times 10 \text{ mm}$, from the length of the rod. We see that the first resonance is in the range from 2,5 kHz at $L = 4 \text{ mm}$ to 57 Hz at $L = 60 \text{ mm}$. With increasing length coefficient α varies from 13,9 to 0,88. At $L < 15 \text{ mm}$ the second and third resonances lie in the ultrasonic range. Increasing the length leads to decreasing in the resonant frequency along the curve close to the quadratic hyperbola, what corresponds to the physical laws.

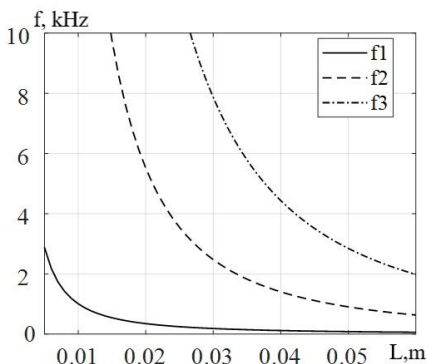


Fig. 3. Natural frequencies of the rod with the attached mass from the length

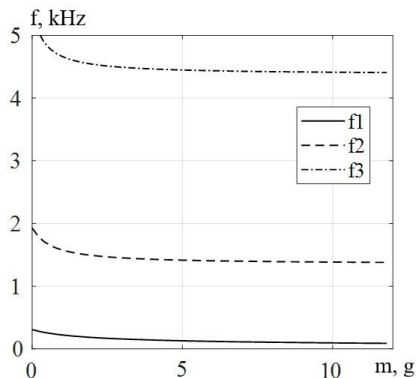


Fig. 4. Natural frequencies of a rod of constant length from the tip mass

Figure 4 illustrates the dependence of the resonant frequencies of the rod with a cross section $10 \times 1 \text{ mm}$ of the brass base and the piezoelectric element with section $10 \times 0,3 \text{ mm}$ and length $L = 40 \text{ mm}$ from the value of the attached mass. In this case coefficient α varies from 0 to 2,66. The first resonance varies from 307 Hz at $m = 0$ to 89 Hz at $m = 12 \text{ g}$. The second and third resonances lie in the sound range. Therefore, the presence of the attached mass can reduce the first resonant frequency on 70%, the second and third on 30%.

Let us analyze the forms of oscillations for the above-described element when the base oscillates with an amplitude $A = 1$ mm. Graphs of amplitude functions are shown in Fig. 5. Relevant natural frequencies

$$f_i = \{153; 1812; 5724; 11860; 20227\} \text{ Hz}.$$

The number of extremum points corresponds to the mode of oscillations + 1. Frequencies after the third are ultrasonic. Considering that the oscillations of building structures and mechanisms are mostly low-frequency, we conclude that harvesting of energy from the construction is possible only on the first resonance.

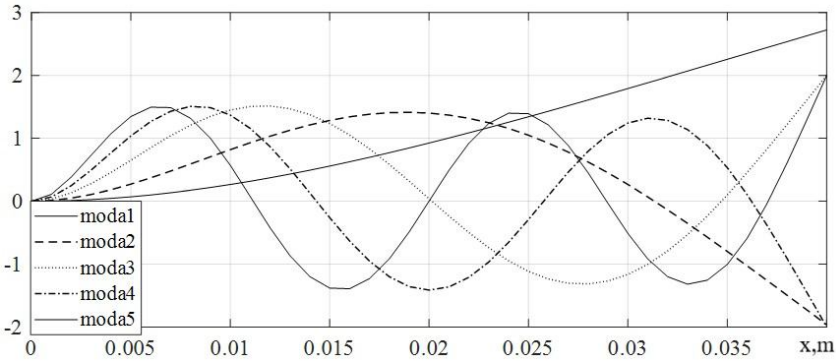


Fig. 5. Forms of oscillations for the first five modes

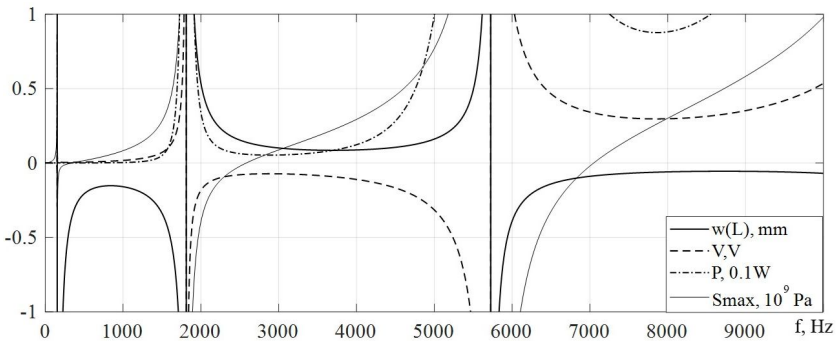


Fig. 6. Deflection, potential difference, power and maximum stress in the element depending on the perturbation frequency

Let us analyze the forced oscillations of the described above element at electrical resistance $R = 1$ Ohm. Fig. 6 shows the deflection curves of the rod end, corresponding generated potential difference on electrodes and the power of the element. At $f = 0$ the deflections are equal to 1 mm, which corresponds to the perturbation of the base. From 0 to 300 Hz we have an increase in displacement with changing of vibrations phase, which corresponds to the first

resonance. From 500 to 1500 Hz displacement are near 0,15 mm. Maximum stresses in a piezoelement occur on the bottom fibers near fixed end.

Let's analyze the dependence of the generated voltage and power of the element from the electrical resistance R , which varies from 0 to 10 Ohms at $f = 160$ Hz (Fig. 7). It is almost linear, what allows us to say that at higher resistance we get higher generated voltage and power of the element. But at the same time losses increase in a circle, and a considerable part of energy turns to thermal. Therefore, the optimal parameters for the electrical circuit require special research.

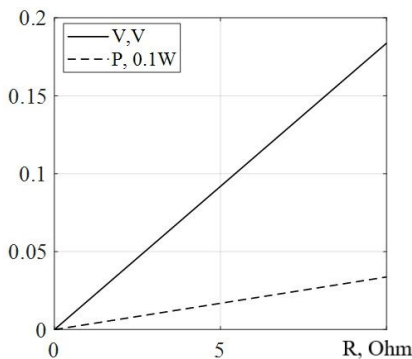


Fig. 7. Generated potential difference and power depending from external resistance

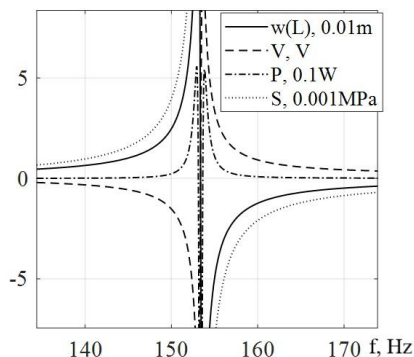


Fig. 8. Deflection, potential difference, power and stress near the first resonance

We can analyze real electromechanical state of the element at electrical resistance $R = 50$ Ohms near the first resonance with Fig. 8. To get real parameters of harvester on resonance frequency we take into account dissipation of energy in the body through losses tangents. Consider all material characteristic complex with small imaginary part: $c_{ij} = c_{ij}(1 + c''i)$ and so on, where we for example will take $c'' = \tan \alpha = 1\% = 0.01$. In nonresonance range the potential difference and deflections are not zero, but the power is small. At $f = 115$ Hz we have $\bar{P} = 0,5$ mW and $\sigma_{\max} = 22$ MPa, and they increase near the resonance.

Conclusion. The proposed approach makes it possible to calculate cantileverunimorphic energy harvesters, for which $h/b < 0,2$, $b/L < 0,2$, since such dimensions can be assumed to fulfill the hypothesis of flat sections, the linearity of the potential difference in the thickness of the element and use the long eamsbending relations. The generated voltage is proportional to the angle of rotation of the beamend and the most remoted fiber from neutral axis. In the denominator we have two terms, one of which is responsible for the electrical conductivity of the element and is proportional to length, other is inversely proportional to the resistance and frequency. At low resistance and frequency, the second term is much larger than the first, and the voltage value

is not high. If resistance increases, the voltage and power of the element increase proportionally to R . At $f = 115$ Hz we have power of the energy harvester $\bar{P} = 0,5$ mW, and in the vicinity of resonances it increases. Between the first and second resonance the power is approximately 3,7mW. At transition to the ultrasonic zone, the power of the energy collector increases significantly. So cantilever harvester is resonant device and works at defined frequencies. Detailed analysis of oscillations in the resonant mode should include damping of oscillations in the material.

REFERENCES

1. *P. Cahill, B. Hazra, R. Karoumiat al.* Data of piezoelectric vibration energy harvesting of a bridge undergoing vibration testing and train passage / Data in Brief, Volume 17, April 2018, Pages 261-266. <https://doi.org/10.1016/j.dib.2018.01.009>
2. *Erturk, A. & Inman, D.,* 2011. Piezoelectric Energy Harvesting. 1st edition, John Wiley & Son.
3. *L.H. Fanga, S.I.S. Hassana at al.* Charaterization of Differents Dimension Piezoelectric Transducer For Sound Wave Energy Harvesting / Energy Procedia, 105 (2017). Pages 836 – 843. doi: 10.1016/j.egypro.2017.03.398
4. *Filippov A.P.* Kolebaniya deformiruemyih sistem (Oscillations of deformable systems [in Russian]). M: Mashinostroenie, 1970. 736 c.
5. *Grigoryeva L.O.* Rezonansni kolyvannia piezokeramichnykh tsylindriv z vrakhuvanniam dysypatsii enerhii (Resonant oscillations of piezoceramic cylinders taking into account energy dissipation [In Ukrainian]) / L.O.Grigoryeva,O.I. Bezverkhyi // Problemy obchysluvalnoi mekhaniky ta mitsnosti konstruktсии (Problems of computational mechanics and strength of structures). -2020, вип. 31.- С. 44-54.
6. *Grigoryeva, L.O.* Piezoelectric devices for energy harvesting in building structures // Transfer of innovative technologies, Vol.4, No.1 (2021), 22-24.
7. *Grigoryeva, L.O.* Transient responses in Piezoceramic Multilayer Actuators Taking into Account External Viscoelastic Layers // Strength of Materials and Theory of Structures. - № 105 (2020). – P. 255-266. DOI: <https://doi.org/10.32347/2410-2547.2020.105.255-266>
8. *S.J. Rupitsch.* Piezoelectric Sensors and Actuators: Fundamentals and Applications. Springer: 2019. 559 p. ISBN: 978-3-662-57534-5.
9. *N. Sezer, M. Koç.* A comprehensive review on the state-of-the-art of piezoelectric energy harvesting. Nano Energy, Volume 80, February 2021, 105567.
10. *Sharapov V.M., Sotula Zh.V., Kunitskaya L.G.* Elektroakusticheskie preobrazovateli (Electroacoustic transducers [in Russian]) // Pod red. V.M. Sharapova. – Moskow: Tehnosfera, 2013. - 296 p., ISBN 978-5-94836-357-8.
11. *D. Shen.* Piezoelectric energy harvesting devices for low frequency vibration applications: dissertation for the Degree of Doctor of Philosophy. Auburn, Alabama May 9, 2009. – 195 p.
12. *X. Xu, D. Cao, H. Yang, M. He.* Application of piezoelectric transducer in energy harvesting in pavement / International Journal of Pavement Research and Technology. Volume 11, Issue 4, July 2018, Pages 388-395 <https://doi.org/10.1016/j.ijprt.2017.09.011>

Стаття надійшла 20.01.2022

Григор'єва Л.О., Іваненко П.О., Корбаков О.Ф.

ГЕНЕРАЦІЯ ЕНЕРГІЇ В КОНСОЛЬНОМУ ЗБІРНИКУ ЕНЕРГІЇ

Збір енергії механічних коливань та перетворення їх в електричну енергію за допомогою пристроїв, що працюють на основі п'єзоефекту, набув широкого поширення. Це стало можливим завдяки створенню п'єзоелектричних матеріалів з високим коефіцієнтом

перетворення енергії та поширенню мініатюрних пристроїв, для живлення яких достатньо потужності в кілька міліват.

В цій роботі досліджуються коливання стержневого консольного уніморфного збірника енергії при гармонічних навантаженнях. Розглядається двохшаровий стержень, що складається з латунної основи та прямокутного п'єзоелектричного елемента з електродованими плоскими поверхнями без маси та з присадною масою. Товщина шарів значно менша за ширину, а ширина значно менша за довжину, що дає змогу використовувати гіпотезу плоских перерізів та припущення про лінійність розподілу різних потенціалів по товщині елемента, а також використовувати співвідношення згину довгих стержнів.

В роботі виводиться характеристичне рівняння для стержня при згині, визначаються хвильові числа, кругові частоти та власні частоти для консолі. Проводиться усереднення матеріальних характеристик по площі перерізу. Будуються власні форми коливань, проводиться аналіз залежності власних частот від розмірів тіла та присадної маси.

Досліджуються вимушені коливання збірника енергії з масою на кінці при заданих коливаннях бази. Формується рівняння пружної лінії консолі, визначаються максимальні прогини та кути повороту. Визначається згенерована на обкладках п'єзоелемента напруга з врахуванням опору зовнішнього кола. Через напругу та опір провідної лінії знаходиться потужність збірника енергії. Будуються криві залежності напруги та потужності від частоти навантаження та зовнішнього опору. Встановлено, що напруга і потужність елемента змінюються пропорційно до R . Максимальна потужність збірника енергії виникає в околі резонансів, а до першого резонансу потужність практично нульова. Між першим і другим резонансом потужність складає приблизно 1,5 mW. При переході в ультразвукову зону потужність збірника енергії значно зростає. Аналіз роботи перетворювача на резонансних частотах вимагає врахування демпфування коливань в матеріалі.

Ключові слова: консольний збірник енергії, пасивний шар, п'єзокерамічна накладка, вимушені коливання, генерація енергії, збір енергії, різниця потенціалів на обкладках, потужність збірника енергії.

Grigoryeva L.O., Ivanenko O.P., Korbakov O.F.

GENERATION OF ENERGY IN CONSOLE PIEZOELECTRIC ENERGY HARVESTERS

Energy harvesting of mechanical vibrations and their conversion into electrical energy using piezoelectric devices has become widespread. This has been made possible by the creation of high-energy piezoelectric materials and the proliferation of miniature devices with a few milliwatts of power.

In this work, the oscillations of the rod cantilever bimorph energy harvester under harmonic loads are investigated. A two-layer rod consisting of a brass base and a rectangular piezoelectric element with electroded flat surfaces without and with tip mass is considered. The thickness of the layers is much less than the width and the width is much less than the length, which allows us to use the hypothesis of flat sections and assumptions of the potential difference linearity by thickness of the element, as well as beams bending relations.

There is derived the characteristic equation for beam bending oscillations, the wave numbers, circular frequencies and natural frequencies are determined. There is carried out The averaging of material characteristics over the cross-sectional area. Eigenforms of oscillations are constructed, the dependence of natural frequencies from body size and tip mass is analyzed.

The next step is to study the forced oscillations of the energy harvesters with tip mass at the end at given oscillations of the base. The equation of the elastic line of the console is formed, the maximum deflections and angles of rotation are determined. The voltage generated on the piezo element plates is determined taking into account the electrical resistance. Due to the voltage and resistance of the conduct line the power of the energy harvester is determined. Curves of voltage and power dependence from load frequency and external resistance are constructed. It is established that the voltage and power of the element change in proportion to R . The maximum power of the energy collector occurs in the vicinity of resonances, and before the first resonance the power is almost zero. Between the first and second resonance, the power is approximately 1,5 mW. During the transition to the ultrasonic zone, the power of the energy collector increases significantly. Analysis of the harvester operation at resonant frequencies requires consideration of the damping of oscillations in the material.

Keywords: cantilever energy harvester, passive layer, piezoceramic overlay, characteristic equation, amplitude function, forced oscillations, energy generation, energy harvesting, potential difference on the plates, power of the energy collector.

УДК 534-21:537.226.86

Григор'єва Л.О., Іваненко П.О., Корбаков О.Ф. Генерація енергії в консольному збірнику енергії // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2022. – Вип.108. – С. 337-348. – Англ.

Досліджуються коливання консольних п'єзокерамічних збірників енергії. Визначаються їх робочі частоти, згенерована напруга та потужність.

Ил. 8. Библиогр. 12 назв.

UDC 534-21:537.226.86

Grigoryeva L.O., Ivanenko O.P., Korbakov O.F. Generation of energy in console piezoelectric energy harvesters // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles. – K.: KNUCA, 2022. – Issue 108. – P. 337-348.

The oscillations of cantilever piezoceramic energy collectors are investigated. Their operating frequencies, generated voltage and power are determined.

Fig. 8. Ref. 12.

УДК 534-21:537.226.86

Григор'єва Л.О., Іваненко П.А., Корбаков А.Ф. Генерація енергії в консольному збірнику енергії // Сопротивление материалов и теория сооружений: науч.-тех. сборн. – К.: КНУСА, 2022. – Вип. 108. – С. 337-348. – Англ.

Исследуются колебания консольных пьезокерамических сборников энергии. Определяются их рабочие частоты, сгенерированное напряжение и мощность.

Ил. 8. Библиогр. 12 назв.

Автор (вчена ступень, вченезвання, посада): кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри опору матеріалів ГРИГОР'ЄВА Людмила Олександрівна (Grigoryeva L.O.)

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, кафедра опору матеріалів, Григор'євій Людмилі Олександрівні

Робочий тел.: +38(044) 241-54-21

Мобільний тел.: +38(067) 304-34-32

Імейл: grigorieva.lo@knuba.edu.ua

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0001-7013-0327>

Автор (вчена ступень, вченезвання, посада): кандидат технічних наук, доцент кафедри опору матеріалів ІВАНЕНКО Петро Олександрович (Ivanenko P.O.)

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, кафедра опору матеріалів, Іваненку Петру Олександровичу

Робочий тел.: +38(044) 241-54-21

Мобільний тел.: +38(067) 508-27-88

Імейл: ivanenko.po@knuba.edu.ua

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-1456-2907>

Автор (вчена ступень, вченезвання, посада): кандидат технічних наук, доцент кафедри опору матеріалів КОРБАКОВ Олександр Федорович (Korbakov O.F.)

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, кафедра опору матеріалів, Корбакову Олександр Федоровичу

Робочий тел.: +38(044) 241-54-21

Мобільний тел.: +38(067) 997-57-88

Імейл: korbakov.of@knuba.edu.ua

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0001-6597-8139>

UDC 622.673

RESEARCH OF A STATIC CABLE ROPE WITH A BREAK OF A CABLE

I.V. Belmas,

Doctor of technical science, Professor

O.I. Bilous,

Phd, Associate Professor

G.I. Tansura,

Phd, Associate Professor

A.V. Shvachka,

Postgraduate student

U.Yu. Gupalo,

Postgraduate student

Dniprovs'kyi state technical university

DOI: 10.32347/2410-2547.2022.108.349-359

Abstract. Establishing the influence of changes in the temporary properties of rubber on the stress state of the rubber traction body with a damaged cable. The method of research consists in the analytical solution of the model of the humorous traction body taking into account the rupture of the cable continuity and the change in the properties of the rubber. The dependences of the change of the stress state of the traction body of the humotross with the broken structure due to the rheology of the rubber shell are established. An algorithm for determining the stress state of a rubber traction body in case of its failure is formulated. It is shown that the loads on the ropes caused by the rupture of one of them lead to a local redistribution of forces almost only between two cables - damaged and adjacent; when damaged, non-extreme cable forces change in almost only three cables - damaged and two related. There are no extreme values of the internal load forces of the cables, which depend on the change of the shear modulus of the rubber material over time.

Construction of a method for determining the influence of impulses of individual cables of a cable rubber rope on its stress state.

Development and solution of the model of stress-strain state of the cable rubber rope with breaks in the continuity of the cables.

Methods of determining the stress state of a cable rope with a damaged cable.

The mechanism and nature of the influence of the impulses of the continuity of the cable of the cable rubber rope on its stress-strain state.

The developed method allows to take into account the influence of cable bursts on the stress state of the humorous cable rope of arbitrary design. Its application will allow to reasonably determine the minimum reserves of strength under the condition of safe use of the rubber rope, including in case of rupture of individual cables.

The mechanism of influence of change of properties of rubber on pressure is established by a condition of a traction body taking into account a rupture of continuity of a cable and change of properties of rubber. Taking into account the dependence of the stress-strain state of the rope with local violations of the cable base on changes in mechanical properties of rubber provides the ability to predict the stress state of the rope to improve safety and reliability of rubber traction with a long service life.

Key words: rubber, cable rupture, stress state, cable rope.

1. Introduction

One of the directions of construction development is to reduce the cost of construction and timing of construction, such as cable-stayed bridges. Less

noticeable technical solutions such as reinforced concrete structures are being introduced. They, with a large size in the plan, have a small mass [1]. In such constructions reinforced concrete slabs are connected by cables. One of the problems of implementation of such structures is to ensure their reliability throughout the life of the structure.

Cable rubber rope consists of parallel cables located in parallel layers and connected into a single product by an elastic shell. It protects the rope ropes from the aggressive effects of the environment. Cables, as elements of the system with parallel connection of elements and incomplete redundancy, significantly increase the reliability of the system - cable rope.

A factor affecting the reliability of the rope is the rupture of the integrity of one of the ropes. Reduction of rope reliability in case of cable rupture should be taken into account in the rope design process provided that the specified level of incomplete redundancy is ensured. The rupture of the cable locally changes the stress-strain state (VAT) of the rope. Locally, the internal load forces of the cables increase. The method of determining the stress state of the rope with a comprehensive account of its mechanical characteristics, design, rupture of an arbitrary cable is absent. The development of a method for determining the stress-strain state of a cable rope will allow to solve the current scientific and technical problem of improving the safety of operation of capital facilities in which cables are used.

The rubber cable rope is composite in its construction. The influence of ruptures of reinforcement elements of composite flat rubber ropes (tapes) is considered in a number of works [2-7]. Issues of restoring the traction capacity of humorous traction bodies with damaged ones are considered in [8, 9]. The ends of the conveyor belts are connected. In [10] the stress state of the joints was investigated.

The rope, according to the operating conditions, consists of an arbitrary pair of ropes. Cables, in order to minimize the weight of the rope, are laid regularly, with a technically determined step. The distribution of loads between the cables depends on the design of the rope and the properties of the elastic shell, the nature of the load.

2. Calculation of effective perforated welded beams

Based on the peculiarities of the design of the cable rope, the conditions of its operation, we take a number of simplifications. The cable rope is loaded only by tensile forces. We will consider only such forces. The tensile stiffness of the ropes exceeds the stiffness of the elastic shell located between the ropes. Assume that the elastic shell between the cables transmits only the shear stress. Rope ropes are loaded with forces within their linear deformation. We will solve the problem of force distribution between the cables as a linear one.

The number of layers of cables in the rope is denoted by N . The number of cables in layers M . We determine the location of cables by their numbers j ($1 \leq j \leq N$) and i ($1 \leq i \leq M$). Take the rope to the x -axis parallel to it.

We formulate the equilibrium condition of a rope of short length dx cut from a rope

$$dP_{i,j} + (\tau_{1,i,j-1} - \tau_{1,i,j} + \tau_{2,i-1,j} - \tau_{2,i,j}) b dx = 0, \quad (1)$$

where τ – the average values of the shear stress in the material of the elastic shell located between the cables; b – step of arrangement of layers of cables and cables in layers

$$\tau_{1,i,j} = \frac{Gk_G}{b-d} (u_{i,j} - u_{i,j-1}), \quad (2)$$

$$\tau_{2,i,j} = \frac{Gk_G}{b-d} (u_{i,j} - u_{i-1,j}), \quad (3)$$

where G – the shear modulus of the elastic sheath material of the cable rope; k_G – coefficient taking into account the influence of the shape of the elastic shell located between the cables on its stiffness shear; d is the diameter of the rope ropes.

Substitute (2), (3) into (1). We will receive

$$\frac{dP_{i,j}}{dx} + \frac{Gk_G}{h} b (u_{i,j-1} - 4u_{i,j} + u_{i,j+1} + u_{i-1,j} + u_{i+1,j}) = 0. \quad (4)$$

Hooke's law for longitudinal deformation of a cable

$$P_{i,j} = EF \frac{du_{i,j}}{dx}, \quad (5)$$

where E is the modulus of elasticity and the cross-sectional area of the cable.

Consider (5). We write (4) in the following form

$$\frac{d^2 u_{i,j}}{dx^2} + \frac{Gbk_G}{EF(b-d)} (u_{i,j-1} - 4u_{i,j} + u_{i,j+1} + u_{i-1,j} + u_{i+1,j}) = 0. \quad (6)$$

A system of homogeneous equations is compiled for an arbitrary cable. The equilibrium condition of the extreme cables is excellent

$$\frac{d^2 u_{1,j}}{dx^2} + \frac{Gbk_G}{EF(b-d)} (u_{1,j-1} - 3u_{1,j} + u_{1,j+1} + u_{2,j}) = 0, \quad (7)$$

$$\frac{d^2 u_{M,j}}{dx^2} + \frac{Gbk_G}{EF(b-d)} (u_{M,j-1} - 3u_{M,j} + u_{M,j+1} + u_{M-1,j}) = 0, \quad (8)$$

$$\frac{d^2 u_{i,1}}{dx^2} + \frac{Gbk_G}{EF(b-d)} (-3u_{i,1} + u_{i,2} + u_{i-1,1} + u_{i+1,1}) = 0, \quad (9)$$

$$\frac{d^2 u_{i,N}}{dx^2} + \frac{Gbk_G}{EF(b-d)} (u_{i,N-1} - 3u_{i,N} + u_{i-1,N} + u_{i+1,N}) = 0. \quad (10)$$

Expressions (6) - (10) are $N \cdot M$ of homogeneous systems of equations. We will look for their solution with respect to displacements in the form of products of functions depending on the location of the cables in the rope crossing and the functions of the x coordinate

$$u_{i,j} = e^{\beta x + \sqrt{-1} \mu i + \sqrt{-1} \gamma j}. \quad (11)$$

The values of the characteristic indicators with an imaginary factor are taken from the condition of satisfying the systems of homogeneous equations (7) - (10)

$$\mu_m = \frac{\pi m}{M}, \quad \chi_n = \frac{\pi n}{N}. \quad (12)$$

Substitute the values of the accepted components of the characteristic indicators in (6). Let's define other characteristic indicators

$$\begin{aligned} \beta_{m,n} &= \pm \sqrt{2 \frac{Gb}{hEF} (2 - \cos(\mu_m) - \cos(\chi_n))}, \\ \beta m_m &= \pm \sqrt{2 \frac{Gb}{hEF} (1 - \cos(\mu_m))}, \\ \beta n_n &= \pm \sqrt{2 \frac{Gb}{hEF} (1 - \cos(\chi_n))}, \quad 1 \leq m \leq M, \quad 1 \leq n \leq N. \end{aligned} \quad (13)$$

Wanted movement of cables

$$\begin{aligned} u_{i,j} &= \left(\sum_{m=1}^{M-1} \sum_{n=1}^{N-1} (A_{m,n} e^{\beta_{m,n}x} + B_{m,n} e^{-\beta_{m,n}x}) \beta_{m,n} \cos(\mu_m(i-0,5)) \cos(\chi_n(j-0,5)) + \right. \\ &\quad \left. + \sum_{m=1}^{M-1} (A_{m,m} e^{\beta m_m x} + B_{m,m} e^{-\beta m_m x}) \beta m_m \cos(\mu_m(i-0,5)) + \right. \\ &\quad \left. + \sum_{n=1}^{N-1} (A_{n,n} e^{\beta n_n x} + B_{n,n} e^{-\beta n_n x}) \beta n_n \cos(\chi_n(j-0,5)) \right) + \frac{Px}{EF} + \delta, \end{aligned} \quad (14)$$

where δ are unknown constants.

We use Hooke's law (5). We obtain the expression for determining the internal load forces of the rope ropes

$$\begin{aligned} p_{i,j} &= EF \left(\sum_{m=1}^{M-1} \sum_{n=1}^{N-1} (A_{m,n} e^{\beta_{m,n}x} - B_{m,n} e^{-\beta_{m,n}x}) \beta_{m,n} \cos(\mu_m(i-0,5)) \cos(\chi_n(j-0,5)) + \right. \\ &\quad \left. + \sum_{m=1}^{M-1} (A_{m,m} e^{\beta m_m x} - B_{m,m} e^{-\beta m_m x}) \beta m_m \cos(\mu_m(i-0,5)) + \right. \\ &\quad \left. + \sum_{n=1}^{N-1} (A_{n,n} e^{\beta n_n x} - B_{n,n} e^{-\beta n_n x}) \beta n_n \cos(\chi_n(j-0,5)) \right) + P. \end{aligned} \quad (15)$$

The formulated regularities of distribution of displacements and internal forces of loading of ropes of a rope (14), (15), at known values of unknown constants, sizes allow to define the VAT of a cable-stayed rubber rope. The values of unknown constants should be determined from the condition and load of the rope.

Consider the problem of determining the VAT of a rope with a damaged cable. Let the length of the rope L . The rope ends are attached to the structure. The beginning of the coordinate axis is compatible with one end of the rope. In the section $x = l$ the I, J -th cable is damaged. In cross section, it violates the design of the rope, in our case, the condition of the continuity of its cables. Solutions (14) and (15) are constructed for a rope without cable breaks so they

are not acceptable for such a case. In order to solve this problem, we will conditionally cut the rope into two parts with a cross section of the cable break. In each part the cables are solid. Solutions (14) and (15) are acceptable for them. We will give numbers one and two to the parts. We will write down numbers in indexes of the sizes concerning them. In sections ($x=0$) and ($x=L$) the rope is rigidly attached to the structure. In accordance

$$A_{1,m,n} = -B_{1,m,n}, \quad Am_{1,m} = -Bm_{1,m}, \quad An_{1,n} = -Bn_{1,n}, \\ A_{2,m,n} = -B_{2,m,n}e^{-2\beta_{m,n}L}, \quad Am_{2,m} = -Bm_{2,m}e^{-2\beta_{m,n}L}, \quad An_{2,n} = -Bn_{2,n}e^{-2\beta_{m,n}L}. \quad (16)$$

The internal forces of loading the cables and their movement will take the following forms

$$P_{1,i,j} = EF \left(\sum_{m=1}^{M-1} \sum_{n=1}^{N-1} B_{1,m,n} \left(e^{\beta_{m,n}x} + e^{-\beta_{m,n}x} \right) \beta_{m,n} \cos(\mu_m(i-0,5)) \cos(\chi_n(j-0,5)) + \right. \\ \left. + \sum_{m=1}^{M-1} Bm_{1,\eta m,k} \left(e^{\beta_{m,n}x} + e^{-\beta_{m,n}x} \right) \beta_{m,n} \cos(\mu_m(i-0,5)) + \right. \\ \left. + \sum_{n=1}^{N-1} Bn_{1,\eta n,k} \left(e^{\beta_{m,n}x} + e^{-\beta_{m,n}x} \right) \beta_{n,n} \cos(\chi_n(j-0,5)) \right) + P, \quad (17)$$

$$u_{1,i,j} = \sum_{m=1}^{M-1} \sum_{n=1}^{N-1} B_{1,m,n} \left(e^{\beta_{m,n}x} - e^{-\beta_{m,n}x} \right) \cos(\mu_m(i-0,5)) \cos(\chi_n(j-0,5)) + \\ + \sum_{m=1}^{M-1} Bm_{1,m,k} \left(e^{\beta_{m,n}x} - e^{-\beta_{m,n}x} \right) \cos(\mu_m(i-0,5)) + \\ + \sum_{n=1}^{N-1} Bn_{1,n,k} \left(e^{\beta_{m,n}x} - e^{-\beta_{m,n}x} \right) \cos(\chi_n(j-0,5)) + \frac{P}{EF} x + \delta_1, \quad (18)$$

$$P_{2,i,j} = -EF \left(\sum_{m=1}^{M-1} \sum_{n=1}^{N-1} B_{2,m,n} \left(e^{-\beta_{m,n}x} + e^{\beta_{m,n}(x-2L)} \right) \beta_{m,n} \cos(\mu_m(i-0,5)) \cos(\chi_n(j-0,5)) + \right. \\ \left. + \sum_{m=1}^{M-1} Bm_{2,m,k} \left(e^{-\beta_{m,n}x} + e^{\beta_{m,n}(x-2L)} \right) \beta_{m,n} \cos(\mu_m(i-0,5)) + \right. \\ \left. + \sum_{n=1}^{N-1} Bn_{2,n,k} \left(e^{-\beta_{m,n}x} + e^{\beta_{m,n}(x-2L)} \right) \beta_{n,n} \cos(\chi_n(j-0,5)) \right) + P, \quad (19)$$

$$u_{2,i,j} = \sum_{m=1}^{M-1} \sum_{n=1}^{N-1} B_{2,m,n} \left(e^{-\beta_{m,n}x} - e^{\beta_{m,n}(x-2L)} \right) \cos(\mu_m(i-0,5)) \cos(\chi_n(j-0,5)) + \\ + \sum_{m=1}^{M-1} Bm_{2,m,k} \left(e^{-\beta_{m,n}x} - e^{\beta_{m,n}(x-2L)} \right) \cos(\mu_m(i-0,5)) + \\ + \sum_{n=1}^{N-1} Bn_{2,n,k} \left(e^{-\beta_{m,n}x} - e^{\beta_{m,n}(x-2L)} \right) \cos(\chi_n(j-0,5)) + \frac{P}{EF} x + \delta_2, \quad (20)$$

Consider the compatibility of deformation of parts in the cross section $x = l$. We introduce the condition of equality of forces of loading of cables

$$P_{1,i,j} = P_{2,i,j}. \tag{21}$$

From condition (21) we find the ratio of unknown constants

$$B_{1,m,n,k} = B_{2,m,n,k} \frac{e^{-\beta_{m,n,k}l} + e^{\beta_{m,n,k}(l-2L)}}{e^{-\beta_{m,n,k}l} + e^{\beta_{m,n,k}l}},$$

$$Bm_{1,m,k} = Bm_{2,m,k} \frac{e^{-\beta_{m,k}l} + e^{\beta_{m,k}(l-2L)}}{e^{-\beta_{m,k}l} + e^{\beta_{m,k}l}}. \tag{22}$$

Displacement taking into account the relations (22)

$$u_{1,i,j} = \sum_{m=1}^{M-1} \sum_{n=1}^{N-1} B_{2,m,n} \frac{e^{-\beta_{m,n}l} + e^{\beta_{m,n}(l-2L)}}{e^{-\beta_{m,n}l} + e^{\beta_{m,n}l}} \left(e^{\beta_{m,n}x} - e^{-\beta_{m,n}x} \right) \cos(\mu_m(i-0,5)) \times$$

$$\times \cos(\chi_n(j-0,5)) + \sum_{m=1}^{M-1} Bm_{2,m} \frac{e^{-\beta_{m,l}} + e^{\beta_{m,l}(l-2L)}}{e^{-\beta_{m,l}} + e^{\beta_{m,l}}} \left(e^{\beta_{m,x}} - e^{-\beta_{m,x}} \right) \times$$

$$\times \cos(\mu_m(i-0,5)) + \sum_{n=1}^{N-1} Bn_{2,n} \frac{e^{-\beta_{n,l}} + e^{\beta_{n,l}(l-2L)}}{e^{-\beta_{n,l}} + e^{\beta_{n,l}}} \left(e^{\beta_{n,x}} - e^{-\beta_{n,x}} \right) \times$$

$$\times \cos(\chi_n(j-0,5)) + \frac{Pl}{EF} + \delta_1, \tag{23}$$

$$u_{2,i,j} = \sum_{k=0}^K C_k \cos(\alpha_k t) \left[\sum_{m=1}^{M-1} \sum_{n=1}^{N-1} B_{2,m,n,k} \left(e^{\beta_{m,n,k}x} - e^{-\beta_{m,n,k}x} \right) \cos(\mu_m(i-0,5)) \times \right.$$

$$\times \cos(\chi_n(j-0,5)) + \sum_{m=1}^{M-1} Bm_{2,m,k} \left(e^{\beta_{m,k}x} - e^{-\beta_{m,k}x} \right) \cos(\mu_m(i-0,5)) +$$

$$\left. + \sum_{n=1}^{N-1} Bn_{2,n,k} \left(e^{\beta_{n,k}x} - e^{-\beta_{n,k}x} \right) \cos(\chi_n(j-0,5)) \right] + \frac{P+bc\rho l}{EF} + \delta_2. \tag{24}$$

As a result of the rupture of the cable, a gap of unknown size is formed between its ends. We formulate the condition of the difference in the movements of the cables in the cross section $x = l$, taking into account the formation of a gap between the ends of the damaged cable

$$u_{1,i,j} - u_{2,i,j} = U_0 \sum_{k=0}^K C_k \cos(\alpha_k t) \begin{cases} 1, & i = I \wedge j = J \\ 0, & i \neq I \vee j \neq J \end{cases}. \tag{25}$$

The difference of displacements in expression (25) is decomposed into a Fourier series. Determine the values of constants with an unknown gap between the ends of the damaged cable

$$B_{2,m,n} = U_0 \frac{4e^{\beta_{m,n}l} \cos(\mu_m(I-0,5)) \cos(\chi_n(J-0,5))}{MN \left(-\frac{1+e^{2\beta_{m,n}(l-L)}}{th(\beta_{m,n}l)} + e^{2\beta_{m,n}(l-L)} - 1 \right)}, \tag{26}$$

$$Bm_{2,m} = U_0 \frac{2 \cos(\mu_m(I-0,5))}{MN \left(-\frac{1 + e^{2\beta m_m(l-L)}}{th(\beta m_m l)} + e^{2\beta m_m(l-L)} - 1 \right)}, \quad (27)$$

$$Bn_{2,n} = U_0 \frac{2 \cos(\mu_n(I-0,5))}{MN \left(-\frac{1 + e^{2\beta n_n(l-L)}}{th(\beta n_n l)} + e^{2\beta n_n(l-L)} - 1 \right)}, \quad (28)$$

$$\delta_2 = \delta_1 - \frac{U_0}{MN}. \quad (29)$$

The first parts of the rope, under the accepted conditions, are fixed. Therefore $\delta_1=0$. The ends of the damaged cable in the cross section $x = 1$ are not loaded. From this condition, taking into account the unknown constants found and their ratio, the magnitude of the gap in the cross section of the cable rupture

$$U_0(t) = PMN \left/ \begin{aligned} & 2E F \left[2 \sum_{m=1}^{M-1} \sum_{n=1}^{N-1} \frac{\cos^2(\mu_m(I-0,5)) \cos^2(\chi_n(J-0,5)) \beta_{m,n}}{e^{-\beta_{m,n}l} - e^{\beta_{m,n}(l-2L)}} + \frac{e^{\beta_{m,n}l} - e^{-\beta_{m,n}l}}{e^{-\beta_{m,n}l} + e^{\beta_{m,n}(l-2L)}} + \frac{e^{\beta_{m,n}l} - e^{-\beta_{m,n}l}}{e^{\beta_{m,n}l} + e^{-\beta_{m,n}l}} \right. \\ & + \sum_{m=1}^{M-1} \frac{\cos^2(\mu_m(I-0,5)) \beta_{m,m}}{e^{-\beta_{m,m}l} - e^{\beta_{m,m}(l-2L)}} - \frac{e^{\beta_{m,m}l} - e^{-\beta_{m,m}l}}{e^{-\beta_{m,m}l} + e^{\beta_{m,m}(l-2L)}} + \\ & \left. + \sum_{n=1}^{N-1} \frac{\cos^2(\chi_n(J-0,5)) \beta_{n,n}}{e^{-\beta_{n,n}l} - e^{\beta_{n,n}(l-2L)}} - \frac{e^{\beta_{n,n}l} - e^{-\beta_{n,n}l}}{e^{-\beta_{n,n}l} + e^{\beta_{n,n}(l-2L)}} \right]. \quad (30) \end{aligned} \right.$$

The found values allow to determine the VAT of the cable edge with damage to any cable. The sequence of their application is the desired algorithm for calculating the VAT of a rope with a damaged cable.

Consider a cable rope based on cables with a diameter of 8.25 mm. Rope length 5m. The step of laying cables $b = 1,2d$. The ropes are arranged in four rows of five ropes. The shear modulus of the elastic shell material $G = 5$ MPa. The modulus of elasticity of cables is 105 MPa. The coefficient of shape of the elastic shell material $kG = 1$. The corner cable in section $x = 1$ m is damaged. The average load on the rope rope is 5kPa. Here are the results of the calculation.

3. Calculation of effective welded crane girders considering fatigue strength

According to the figure, the difference in displacements of the ends of the cables (the gap between the ends of the cable) in the cross section of the gap reaches 2 mm. The movement of the end of the cable of the second part exceeds the corresponding figure for the first, which is due to the greater distance of the cross section of the rupture from the point of attachment of the second part of the

rope. The main factor influencing the impulse on the reliability of the rope is the deviation of the load of individual cables from the average (Fig. 2).

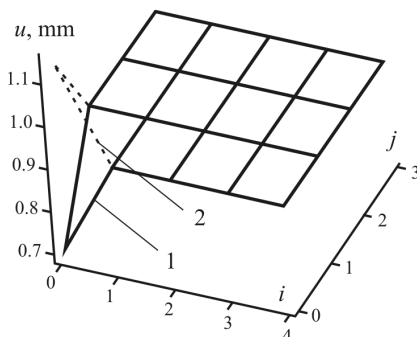


Fig. 1. Movement of cables with numbers i , in layers j in section $x = 1$ (1 - first part, 2 - second part)

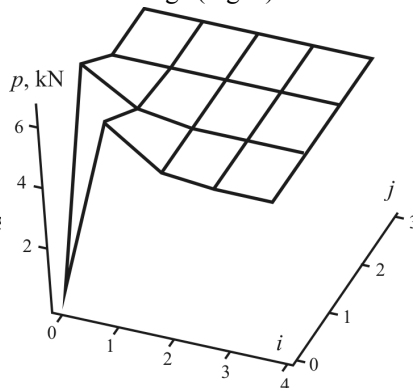


Fig. 2. Distributions of internal forces between cables with numbers i , in layers j in section $x = 1$

According to the obtained distribution of internal forces, the rupture of the cable leads to an increase in the internal tensile forces of only the cables adjacent to the damaged one. Their value, as a result of the surge, increased by 29%, which should be taken into account when determining the level of reservation of cables as part of the system - cable rope. In general, the nature of the stress-strained cable distorted by the gust is local. It is localized in length and width and thickness. The interaction of cables occurs due to tangential stresses arising in the elastic shell in the case of mutual displacement of adjacent cables.

Conclusions

The study conducted and found: The change in the shape of the cross section of the ropes of the rubber rope is caused by the rupture of the cable.

The obtained analytical expressions allow to determine the internal load forces of the rope ropes, the maximum values of the stress concentration coefficients in the rope ropes, which is under the influence of external factors.

The model and algorithm of calculation of a condition of a cable rope taking into account a design of a rope and mechanical properties of its components with impulse of an arbitrary cable are created.

It is established that the rupture of the cable leads to an increase in the loads of adjacent cables. The developed algorithm allows to determine the VAT indicators of a rope with a damaged cable.

Analytical regularities are constructed on the basis of classical methods of linear theory of calculation of stress-strain state of composite materials.

Based on the study, the dependences obtained to determine the stress-strain state of the rope in the conditions of operation of the cable rubber rope are obtained.

Thus, the results can be considered reliable, they are obtained by analytical solution of the rope model, built on the basis of linear theory of elasticity, mechanics of composite materials using generally accepted assumptions.

REFERENCES

1. Storozhenko L.I. New steel-reinforced concrete structural-cable structures / L.I. Storozhenko, G.M. Gasiy, S.A. Gapchenko // Collection of Science Works. Ser.: Galuzeva machine-building, business. - Poltava: PolNTU, 2014. - VIP. 1. - S. 91-96.
2. I.V. Belmas, D.L. Kolosov, T.O. Chechel, O.M. Vorobjova, O.M. Chernish. Infusion of change in the hours of mechanical power of gumi on the stresses of the mill of the gumotrovoy traction body with a cable lug. Collection of Science Practices of the National University of Economics 2020 №61. With. 149-155. Sigarev E. N., Chernyatevich A. G., Chubin K.I., Zarandiya S.A. Desulfurization of hot metal by the injection of disperse magnesium through a submerged rotating. Steel in Translation, 2011. Vol. 41, № 6. P. 487–491.
3. Belmas L., Kolosov D., Kolosov O., Onvshchenko S. Stress-strain state of a conveyor belt with cables of different rigidity and their breakages. Fundamental and applied researches in practice of leading scientific schools Volume 26, Number 2, 2018 p 231-236. Sigarev E. N., Kochmola D. S., Chubin K. I. Vplivpokrivnogoshlakunaperebigkovshovoi desul' furatsiichavunu. Teoriyaipraktikametallurgii. 2018. №1–2. P. 67–75. [in Ukraine].
4. Ropai V.A. Mine balancing ropes: monograph / A.V. Rope. - Dnepropetrovsk: National Mining University, 2016. -- 263 p.
5. Belmas I., Kolosov D. The stress-strain state of the stepped rubber-rope cable in bobbin of winding. Technical and Geoinformational Systems in Mining. Taylor & Francis Group, London, UK 2011c. 211-214.
6. Volokhovskiy V.Yu., Radin V.P., Rudyak M.B. Concentration of efforts in ropes and bearing capacity of damaged rubber cord conveyor belts. MPEI Bulletin No. 5, 2010, pp. 5-12.
7. Belmas I.V. The stressed state of the rubber cord belt in case of arbitrary damage to the cables. Problems of Strength and Reliability of Machines 1993, N6 p. 45-48.
8. Kolosov D.L., Bilous O.I., Gurov. I.A. The technique of the updated gumotrosovo line. Mathematical Problems of Technical Mechanics and Applied Mathematics - 2019. International Science Conference. Materials of the conference. Dnipro, Kam'yanske -2019 - s. 126-127.
9. Belmas I., Kolosov D., Onyshchenk S., Bobylova I. Partial restoration of tractive ability of rubber-cable tractive element with damaged cable base. Collection of Science Practices of the National University of Economics 2020 №60. With. 196-206.
10. Tantsura G.I. Gnuchki traction organ. Sticks for conveyor lines. - Dniprodzerzhynsk: DDTU, 2010 – 127p.
11. Belmas, I.V., Kolosov, D.L., Tantsura, A.I., & Konokh, Yu.V. (2009). Investigation of the influence of a rupture of a rope base on the strength of a rope of a stepped structure. Irreversible processes in nature and technology: Materials of scientific. conf. Moscow: MSTU im. N.E. Bauman, 2, 255-257.
12. Kolosov, D., Dolgov, O., Bilous, O., & Kolosov, A. (2015). The stress-strain state of the belt in the operating changes of the burdening conveyor parameters. Theoretical and Practical Solutions of Mineral Resources Mining, 585-590.
13. Kokhanenko, Y.V., Yasinsky, V.V., & Tsaripa, I.M. (2001). Pre-accumulation of the length of the edge effect in a sharvate composite with transversely isotropic similar to mechanical characteristics. Strength Problems, (4), 127-137.

Бельмас І.В., Танцура Г.І., Білоус О.І., Швачка А.В.

ДОСЛІДЖЕННЯ СТАТИЧНОГО КАНАТА З ОБРИВОМ ТРОСА

Встановлення впливу зміни тимчасових властивостей гуми на напружений стан гумотягового органа з пошкодженим тросом. Спосіб дослідження полягає в аналітичному розв'язанні моделі гумористичного тягового органу з урахуванням розриву суцільності троса та зміни властивостей гуми. Встановлено залежності зміни напруженого стану тягового тіла гумотроса з порушеною структурою за рахунок реології гумової оболонки. Сформульовано алгоритм визначення напруженого стану гумового тягового тіла у разі його поломки. Показано, що навантаження на канати, викликані розривом одного з них, призводять до локального перерозподілу зусиль майже лише між двома кабелями - пошкодженим і сусіднім; при пошкодженні неекстремальні тросові сили змінюються майже лише у трьох тросів - пошкоджених і двох пов'язаних з ним. При цьому відсутні екстремальні значення внутрішніх зусиль навантаження кабелів, що залежать від зміни модуля зсуву гумового матеріалу з часом.

Побудова методу визначення впливу поривів окремих тросів вантового гумотросового канату на його напружений стан.

Розробка та розв'язання моделі напружено-деформованого стану вантового гумотросового канату з розривами неперервності тросів.

Способи визначення напруженого стану вантового гумотросового канату з ушкодженим тросом.

Механізм та характер впливу поривів суцільності троса вантового гумотросового канату на його напружено-деформований стан.

Розроблений метод дозволяє враховувати вплив поривів тросів на напружений стан гумотросового вантового канату довільної конструкції. Його застосування дозволить обґрунтовано визначати мінімальні запаси міцності за умови безпечного використання гумотросового канату включно і у разі розриву окремих тросів.

Механізм впливу зміни властивостей гуми на тиск встановлюється стан тягового органу з урахуванням розриву суцільності троса та зміни властивостей гуми. Урахування залежності напружено-деформованого стану каната з локальними порушеннями тросової основи від зміни механічних властивостей гуми забезпечує можливість прогнозування напруженого стану каната для підвищення безпеки та надійності використання гумової тяги кузова, що мають значний термін служби.

Ключові слова: гума, розрив троса, напружений стан, вантовий канат.

УДК 622.673

Бельмас І.В., Танцура Г.І., Білоус О.І., Швачка А.В. Дослідження статичного каната з обривом троса // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2022. – Вип. 108. – С. 349-359. – Англ.

Розглядається один з алгоритмів оцінки і визначення методу поривів окремих тросів вантового канату.

Табл. 0. Іл. 2. Бібліогр. 13назв.

UDC 622.673

Belmas I.V., Tantsura A.I., Bilous O.I., Shvachka A.V. Investigation of a static rope with a cable break // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles. – K.: KNUBA, 2022. – Issue 108. – P. 349-359.

One of the algorithms for estimating and determining the method of gusts of individual cables of a cable-stayed rope is considered.

Tabl. 0. Fig. 2. Ref. 13.

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри технології машинобудування та зварювання

Адреса робоча: 51900, м. Кам'янське, вул. Дніпробудівська, 2, ДВНЗ «Дніпровський державний технічний університет», БЕЛЬМАС Іван Васильович

Мобільний тел.: +38098 5412812

E-mail: belmas09@meta.ua

ORCID ID: <http://orcid.org/0000-0003-2112-0303>

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедр технології машинобудування та зварювання

Адреса робоча: 51900, м. Кам'янське, вул. Дніпробудівська, 2, ДВНЗ «Дніпровський державний технічний університет», ГАНЦУРА Ганна Іванівна

Мобільний тел.: +380971939382

E-mail: hannaivan71@gmail.com

ORCID ID: <http://orcid.org/0000-0002-8672-1153>

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, секретар механічного факультету, доцент кафедри галузеве машинобудування

Адреса робоча: 51900, м. Кам'янське, вул. Дніпробудівська, 2, ДВНЗ «Дніпровський державний технічний університет», БІЛОУС Олена Іванівна

Мобільний тел.: +380978786830

E-mail: bilouselena66@gmail.com

ORCID ID: <http://orcid.org/0000-0001-6398-8843>

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): магістр, аспірант

Адреса робоча: 51900, м. Кам'янське, вул. Дніпробудівська, 2, ДВНЗ «Дніпровський державний технічний університет», ШВАЧКА Ангеліна Володимирівна

Мобільний тел.: +380951316345

E-mail: a.shvachka@ukr.net

ORCID ID: <http://orcid.org/0000-0002-6934-6152>

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): магістр, аспірант

Адреса робоча: 51900, м. Кам'янське, вул. Дніпробудівська, 2, ДВНЗ «Дніпровський державний технічний університет», ГУПАЛО Юліана Юріївна

Мобільний тел.: +380988731507

E-mail: uliana.gupalo@gmail.com

ORCID ID: <http://orcid.org/0000-0002-6934-6152>

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): магістр, аспірант

Адреса робоча: 51900, м. Кам'янське, вул. Дніпробудівська, 2, ДВНЗ «Дніпровський державний технічний університет», ГУПАЛО Юліана Юріївна

Мобільний тел.: +380988731507

E-mail: uliana.gupalo@gmail.com

ORCID ID: <http://orcid.org/0000-0002-6934-6152>

УДК 539.3

АНАЛІЗ ВТРАТИ СТІЙКОСТІ ТОНКОСТІННИХ СТЕРЖНІВ ВІДКРИТОГО ПРОФІЛЮ З УРАХУВАННЯМ НЕДОСКОНАЛОСТЕЙ ФОРМИ

І.О. Охтень¹,

головний інженер проєктів

О.О. Лук'яненко²,

д-р техн. наук

А.А. Козак²,

канд. техн. наук

¹ТОВ «Проектна компанія «Футуріста»
провулок Рильський 10/3, м. Київ. 01001

²Київський національний університет будівництва і архітектури
Повітрофлотський просп., 31, м. Київ. 03680

DOI: 10.32347/2410-2547.2022.108.360-368

Проаналізовано вплив геометричних недосконалостей форми на стійкість центрально стиснутих тонкостінних стержнів відкритого профілю з різною товщиною стінки. Застосовано обчислювальні процедури програмного комплексу скінченно-елементного аналізу NASTRAN. Результати дослідження стійкості стержнів порівняно з експериментальними, аналітичними і чисельними розрахунками інших дослідників.

Ключові слова: тонкостінний стержень відкритого профілю, недосконалість форми, статична стійкість, метод скінчених елементів.

Вступ. Завдяки розвитку технології виробництва, появи ефективних засобів захисту від вогню та корозії, доступності і швидкості монтажу, використання холодногнутих профілів набуло широкого розповсюдження в будівництві. Тонкостінні стержні відкритого профілю знайшли застосування для виготовлення широкого спектру будівельних несучих та огорожуючих конструкцій, оскільки мають ефективні вагові і економічні характеристики.

Елементи будівельних конструкцій з холодногнутих стержнів працюють як тонкостінні стержні, а дослідження їх напружено деформованого стану та стійкості виконується згідно з теорією тонких стержнів, яка вперше була описана С.П. Тимошенком [1]. Відповідно до теорії В.З. Власова [2] тонкі стержні відносяться до четвертого класу розрахункових схем основних елементів конструкцій по просторовому признаку. Теорія тонкостінних елементів будівельних конструкцій розвинута та доповнена в роботах О.А. Ільюшина, В.В. Болотіна, Ф. Блейхома, Н.С. Стрелецького, А.С. Вольміра та інших дослідників [3]. Огляд сучасних методик і результатів досліджень з визначення несучої здатності стержневих елементів з холодногнутих профілів наведений в книзі В.В. Юрченко і А.В. Перельмутера [3].

Однак, при розгляді чистого кручення в теорії тонких стержнів не враховуються специфічні особливості холодногнутих стержнів, якими є додаткові позовжні нормальні напруження, що виникають внаслідок відносної депланції їх поперечного перерізу. Також доведено, що наявність малих реальних недосконалостей форми стержнів може значно знизити значення критичного навантаження. Тому виникає нагальна потреба у врахуванні геометричних недосконалостей в дослідженнях напружено-деформованого стану та стійкості елементів конструкцій з холодногнутих профілів.

Основи розрахунку стійкості тонкостінних стержнів відкритого профілю з урахуванням недосконалостей форми закладені в роботах [4, 6]. В дослідженнях міцності та стійкості таких стержнів широкого застосування набули чисельні методи, які дозволяють врахувати наведені вище особливості їх поведінки. В багатьох сучасних обчислювальних комплексах, таких як SCAD, ЛИРА, NASTRAN [6], реалізовано метод скінченних елементів (МСЕ), який має свої переваги щодо створення розрахункових моделей та точності розрахунків статичних і динамічних характеристик будівельних конструкцій.

У попередніх роботах [9, 10, 11] авторами представлена чисельна методика і результати дослідження стійкості центрально стиснутих тонкостінних стержнів відкритого профілю з геометричними недосконалостями, що моделювались у вигляді різних форм втрати стійкості. Аналіз отриманих результатів підтвердив значний вплив геометричних недосконалостей на напружено-деформований стан і стійкість таких стержнів. В даній роботі на основі методу скінченних елементів та обчислювальних процедур програмного комплексу NASTRAN виконано дослідження впливу недосконалостей форми на стійкість стержнів відкритого профілю з різною товщиною стінки, результати якого порівнювались з аналітичними і чисельними розрахунками та експериментальними даними інших дослідників.

1. Побудова скінченно-елементної моделі стержня відкритого профілю з недосконалостями форми. Розглянуто тонкостінні профілі відкритого перерізу С 80/40/14/1,1 та С 80/40/14/3 довжиною $l=1,7$ м (рис. 1). Стержні розглядались як центрально стиснуті з жорстким кріпленням знизу та шарнірно-рухомим зверху.

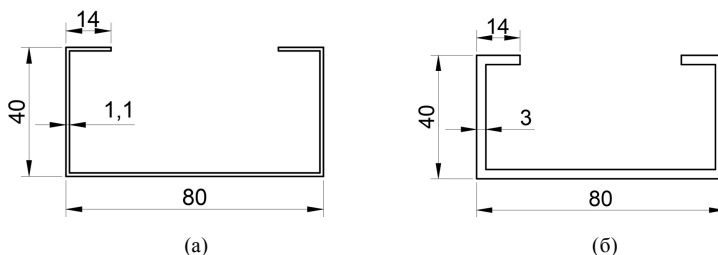


Рис. 1. Поперечні перерізи досліджуваних стержнів 80/40/14/1,1 (а), 80/40/14/3 (б)

Стержні виготовлено з оцинкованої сталі, механічні характеристики якої представлено в табл. 1.

Таблиця 1

Механічні характеристики сталі

Характеристика	Позначення	Од. виміру	Значення
Межа текучості	R_y	МПа	321,2
Межа міцності	R_u	МПа	402,34
Модуль пружності	E	МПа	205300
Коефіцієнт Пуасона	μ	-	0,29
Модуль зсуву	G	МПа	79600

Геометричні характеристики тонкостінних стержнів С 80/40/14/1,1 і С 80/40/14/3,0 визначено аналітично і наведено в табл. 2.

Таблиця 2

Геометричні характеристики стержнів відкритого профілю

Параметр		Профіль		Одн. виміру
		С80/40/14/1,1	С80/40/14/3	
A	Площа поперечного перерізу	2,02	5,28	см ²
I_y	Момент інерції відн. центр. осі $Y1$	4,873	11,501	см ⁴
I_z	Момент інерції відн. центр. осі $Z1$	21,041	52,338	см ⁴
i_y	Радіус інерції відносно осі $Y1$	1,553	1,476	см
i_z	Радіус інерції відносно осі $Z1$	3,228	3,148	см
W_{u+}	Макс. момент опору відн. осі U	5,26	13,085	см ³
W_{v+}	Макс. момент опору відн. осі V	3,363	7,913	см ³
W_{v-}	Мін. момент опору відн. осі V	1,91	4,516	см ³
z_m	Координата центра мас по осі Z	1,449	1,453	см

Побудова скінченно-елементних моделей стержнів відкритого профілю виконана в програмному комплексі NASTRAN [6]. Полки і стінки стержнів змодельовано у вигляді сукупності чотирьохкутних оболонкових елементів з шістьма ступенями вільності у вузлі. Геометричні недосконалості змодельовано у вигляді першої загальної форми втрати стійкості стержнів з ідеальною поверхнею [12], які отримано з лінійного розрахунку стійкості методом Ланцюша (рис. 2).

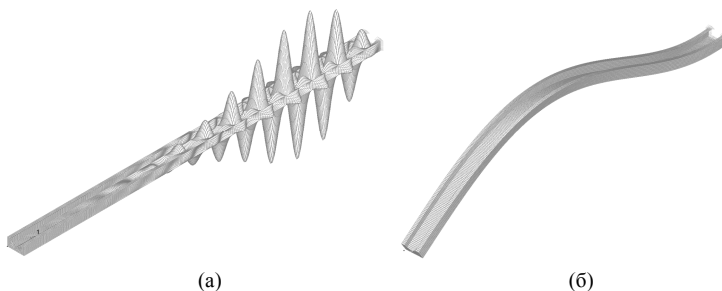


Рис. 2. Перша форма втрати стійкості тонкостінних стержнів 80/40/14/1,1 (а) і 80/40/14/3 (б)

2. Дослідження стійкості стержнів відкритого профілю без і з урахуванням недосконалостей форми. Чисельні розрахунки стійкості стержнів відкритого профілю виконано в лінійній і нелінійній постановках за допомогою обчислювальних процедур комплексу NASTRAN відповідно методом Ланцоша та методом Ньютона-Рафсона. Отримано критичні значення навантаження та відповідні форми деформування стержнів з ідеальною поверхнею та урахуванням недосконалостей форми різної амплітуди. Вплив недосконалостей форми оцінено для стержнів з максимальними амплітудами, які приймалися пропорційними до товщини стінки t стержнів: $0,25t$, $0,5t$ та $1t$. Критичні значення стискаючої сили для всіх стержнів наведено в табл. 3. На рис. 3 представлені форми деформування стержнів при втраті стійкості, отриманих методом Ньютона-Рафсона в нелінійній постановці.

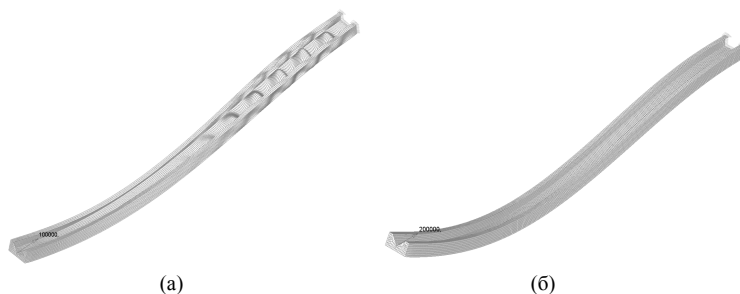


Рис. 3. Форми деформування при втраті стійкості тонкостінних стержнів 80/40/14/1,1 (а) і 80/40/14/3 (б) з геометричними недосконалостями $1t$

3. Порівняльний аналіз результатів дослідження стійкості стержнів відкритого профілю з експериментальними, аналітичними та чисельними даними інших авторів. Результати дослідження стійкості стержнів відкритого профілю з аналогічними геометричними і механічними характеристиками (табл. 1 та табл. 2) отримано в лабораторії будівельного факультету Загребського університету (Хорватія) у 2016 р. [8]. У серії випробувань стійкості стержня був застосований статичний прес. Для передачі зосередженого навантаження використані сталеві пластини, які приварені до торців вертикально встановленого стержня та забезпечували жорстке кріплення у нижньому торці стержня. Навантаження прикладалось ступінчасто в залежності від товщини стінки досліджувальних стержнів: для зразків з товщиною стінки $t=1,1$ мм приріст складав $\Delta F=10$ кН, для зразка з товщиною стінки $t=3,0$ мм – $\Delta F=30$ кН. Втрата стійкості стержня з поперечним перерізом 80/40/14/1,1 відбулась при навантаженні $F_{exp}=30$ кН через значну локальну деформацію стінки стержня. Для стержня з перерізом 80/40/14/3 експериментально визначене значення критичної сили склало $F_{exp}=144,5$ кН, при цьому форма втрати стійкості стержня була подібна до загальної форми втрати стійкості. Результати експериментальних випробувань наведено в табл. 3.

На базі будівельного факультету Брестського державного технічного університету (Білорусь) виконано порівняння результатів дослідження [8] з аналітичними та чисельними розрахунками, які отримано із застосуванням програмного комплексу скінченно-елементного аналізу ABAQUS [7] та розрахунками за формулами (1) та (2) теорії тонкостінних стержнів. Результати розрахунків наведено в табл. 3.

$$F_{cr} = (y_A^2 + z_A^2 - r^2) \cdot F^3 + \left[(F_y + F_z + F_\omega) \cdot r^2 - z_A^2 \cdot F_y - y_A^2 \cdot F_z \right] \cdot F^2 - r^2 \cdot (F_y \cdot F_z + F_y \cdot F_\omega + F_z \cdot F_\omega) \cdot F + F_y F_z F_\omega r^2 = 0. \quad (1)$$

Тут величини F_y, F_z, F_ω визначаються за

$$F_z = \frac{\pi^2 EI_z}{(\mu l)^2}; \quad F_y = \frac{\pi^2 EI_y}{(\mu l)^2}; \quad F_\omega = \frac{1}{r^2} \cdot \left(\frac{\pi^2 EI_\omega}{(\nu l)^2} + GL_t \right). \quad (2)$$

Таблиця 3

Результати розрахунків та досліджень

Критичне значення стискаючої сили, кН	Максимальна амплітуда недосконалостей	Переріз стержня	
		С 80/40/14/1,1	С 80/40/14/3
Результати експериментального дослідження [8]			
F_{exp}	0	30,8	144,3
Результати аналітичних і чисельних досліджень [7]			
F_{theory}	0	42,6	145,5
F_{FEM}	0	39,38	270,08
Оцінка впливу початкових недосконалостей			
F_{NL025}	0,25 t	38,875	135,495
F_{NL05}	0,5 t	38,871	135,483
F_{NL1}	1,0 t	38,869	135,412

Порівняльний аналіз показав, що критичні значення стискаючих сил, які отримано в даній роботі в розрахунках стійкості стержнів в нелінійній постановці за допомогою обчислювальних процедур програмного комплексу NASTRAN, менші за аналітичні та експериментальні. Критичні сили, які отримано аналітично, більші за чисельні результати всіх дослідників. Виявлено співпадіння чисельних значень критичних сил у випадку стержня відкритого профілю з ідеальною поверхнею товщиною 0,0011 м і неспівпадіння – 0,003 м. Дослідження стійкості стержнів з урахуванням змодельованих недосконалостей форми показало, що збільшення амплітуди недосконалостей мало вплинуло на критичні значення стискаючих сил.

Висновок. Результати дослідження свідчить про те, що модель геометричних недосконалостей стержнів у вигляді загальної форми втрати стійкості не є найнебезпечнішою для стійкості стержнів з таким профілем, кріпленням і навантаженням. Тому є необхідність в подальших дослідженнях стійкості стержнів виконати моделювання геометричних недосконалостей, наприклад, у вигляді форм їх деформування в

граничному стані і від дії експлуатаційного навантаження, які отримано в нелінійній постановці.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Тимошенко С.П. Устойчивость стержней, пластин и оболочек. –М.: Наука, 1971. – 807с.
2. Власов В.З. Тонкостенные упругие стержни. –М.: Физматгиз, 1959, - 574 с.
3. Юрченко В.В., Перельмутер А.В. Несуча здатність стержневих елементів конструкцій із холодногнутих профілів. – К.: Каравела, 2020. -310 с.
4. Рахша С.В. Зв'язна втрата стійкості і вагова оптимізація тонкостінних стержнів відкритого профілю: Автореферат дисертації на здобуття наукового ступеня доктора технічних наук. Дніпропетровськ – 2003.
5. Доннелл Л.Г., Ван К. Влияние неправильностей в форме на устойчивость стержней и тонкостенных цилиндров при осевом сжатии // Механика. Сб. перев. и обз. иностр. период. лит.-ры.» – 1951. – №408, С.91 – 107.
6. Рудаков К.Н. FEMAP 10.2.0. Геометрическое и конечно-элементное моделирование конструкций. – К.: КПИ, 2011. – 217 с.
7. Надольский, В.В. Анализ потери устойчивости симметричных тонкостенных элементов С-образного сечения / В.В. Надольский, Ф.А. Веревка // Теория и практика исследований, проектирования и САПР в строительстве : сборник статей IV Международной научно-технической конференции, Брест, 27 марта 2020 года / Министерство образования Республики Беларусь, Брестский государственный технический университет, Строительный факультет, ООО "Лира САПР", ООО "ПСС-SOFiSTiK", ООО НПФ "СКАД СОФТ", ОДО НПП "БрестКАД", ЧУП "Брестстройнаука" ; редкол.: Н. Н. Шалобыта [и др.]. – Брест: БрГТУ, 2020. – С. 126–132. – Библиогр.: с. 131–132 (12 назв.).
8. Šimić, D. Critical Force Analysis of Thin-Walled Symmetrical Open-Section Beams, Applied Mechanics and Materials (Volume 827), Trans Tech Publications. – Switzerland, 2016. – P. 283-286
9. Охтеня І.О., Гоцуляк Є.О., Лук'яненко О.О. Дослідження стійкості тонкостінних елементів відкритого профілю з урахуванням початкових недосконалостей // Опір матеріалів і теорія споруд: Наук.-техн. збірник. – К.: КНУБА, 2008. - Вип.82. – С. 131-136.
10. Охтеня І.О., Гоцуляк Є.О., Лук'яненко О.О. Дослідження сумісного впливу початкових недосконалостей і ексцентриситету на стійкість стержнів відкритого профілю // Опір матеріалів і теорія споруд: Наук.-техн. збірник. – К.: КНУБА, 2008, - Вип.83. – С. 126-132.
11. Охтеня І.О., Лук'яненко О.О. Деякі аспекти врахування початкових недосконалостей у розрахунках стійкості тонкостінних елементів відкритого профілю // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. Збірн. – К.: КНУБА, 2021 – Вип. 106. – С. 122-128.
12. Лук'яненко О.О., Охтеня І.О. Комп'ютерне моделювання в задачах стійкості тонкостінних стержнів відкритого профілю з недосконалами форми. Управління розвитком складних систем. Київ, 2021. № 47. С. 95 – 101.

REFERENCES

1. Timoshenko S.P. Ustoychivost sterzhney, plastin i obolochek (Stability of bars, plates and shells оболочек). – Moscow: Nauka, 1971.
2. Vlasov V.Z. Tonkostennyye uprugie sterzhni (Thin-walled elastic bars) // Moscow: Fizmatgiz, 1959 – 568 p.
3. Yurchenko V. V., Perelmuter A.V. Nesucha zdatnist sterzhnevyykh elementiv konstruktssii iz kholodnohnutykh profiliv. – К.: Karavela, 2020 –310 p.
4. Raksha S.V. Svyaznaya poterya ustoychivosti i vesovaya optimizatsiya tonkostennyih sterzhney otkrytogo profilya (Coherent stability loss and weight optimization of thin-walled bars of an open profile). Dissertation for the degree of Doctor of Technical Sciences. Dnipro – 2003.

5. *Donnel L.H., Wan C.C.* Vliyanie nepravil'nostej v forme na ustojchivost' sterzhnej i tonkostennykh cilindrov pri osevom szhatii (Influence of Shape Irregularities on the Stability of Rods and Thin-Walled Cylinders under Axial Compression) // *Mekhanika*– 1951. – №408, P. 91 – 107.
6. *Rudakov K.N.* FEMAP 10.2.0. Geometricheskoe i konechno-elementnoe modeliro vanie konstruktсии (FEMAP10.2.0.Geometrical and FEM of designs). – K.: KPI, 2011.-217 p
7. *Nadolsky, Vitaliy Valerevich; Verevka, F. A.* Analiz potery ustojchivosti symmetrychnykh tonkostennykh elementov S-obraznogo secheniya (Research and engineering in construction using computer aided design: theory and practice) // Theory and practice of research, design and CAD in construction: collection of articles of the IV International Scientific and Technical Conference. – Brest: Brest State Technical University, 2020. – P. 126–132.
8. *Šimič, D.* Critical Force Analysis of Thin-Walled Symmetrical Open-Section Beams, Applied Mechanics and Materials (Volume 827), Trans Tech Publications. – Switzerland, 2016. – P. 283-286
9. *Okhten I.O., Gotsulyak E.A., Lukianchenko O.O.* Doslidzhennia stiikosti tonkostinnykh elementiv vidkrytoho profilu z urakhuvanniam pochatkovykh nedoskonalosti (Research of thin-walled elements firmness of an open profile taking into account initial imperfections) // Strength of Materials and Theory of Structures: The scientific and technical collected articles. - Issue. 82. – K.: KNUBA, 2008. - P. 131.
10. *Okhten I.O., Gotsulyak E.A., Lukianchenko O.O.* Doslidzhennia spilnogo vplyvu pochatkovykh nedoskonalosti i ekstsentrysetu na stiikist sterzhniv vidkrytoho profilu (Research of compatible influence of initial imperfections and eccentricity on firmness of an open profile cores) // Strength of Materials and Theory of Structures: The scientific and technical collected articles. - Issue. 83. – K.: KNUBA, 2009. - P. 126.
11. *Okhten I.O., Lukianchenko O.O.* Deyaki aspekti vrahuvannya pochatkovih nedoskonalostej u rozrahunkah stiikosti tonkostinnykh elementiv vidkrytoho profilu (Some aspects of consideration of initial imperfections in the calculations of stability of thin-walled elements of open profile) // Strength of Materials and Theory of Structures: The scientific and technical collected articles. - Issue. 106. – K.: KNUBA, 2021. - P. 122.
12. *Okhten I.O., Lukianchenko O.O.* Komp'yuterne modelyuvannya v zadachah stiikosti tonkostinnykh sterzhniv vidkrytoho profilu z nedoskonalostyami formi (Computer simulation in the problems of stability of thin-walled rods of an open profile with shape imperfections) // Management of Development of Complex Systems. - Issue. 47. – K.: KNUBA, 2021. - P. 95.

Стаття надійшла 19.05.2022

Охтен І.О., Лук'янченко О.О., Козак А.А.

АНАЛІЗ ВТРАТИ СТІЙКОСТІ ТОНКОСТІННИХ СТЕРЖНІВ ВІДКРИТОГО ПРОФІЛЮ З УРАХУВАННЯМ НЕДОСКОНАЛОСТЕЙ ФОРМИ

Виконано аналіз впливу геометричних недосконалостей форми на стійкість центрально стиснутих тонкостінних стержнів відкритого профілю з різною товщиною стінки. Для створення комп'ютерних моделей стержнів застосовано програмний комплекс скінченно-елементного аналізу NASTRAN. Полки і стінки стержнів змодельовано у вигляді сукупності чотирьохкутних оболонкових елементів з шістьма ступенями вільності у вузлі. Геометричні недосконалості змодельовано у вигляді першої загальної форми втрати стійкості стержнів з ідеальною поверхнею, які отримано з лінійного розрахунку стійкості, який жорстко закріплений знизу та шарнірно-рухомий зверху. За допомогою спеціально створеної програми формувалась амплітуда недосконалостей форми стержнів пропорційно до товщини стінки. Розрахунки стійкості стержнів відкритого профілю виконано в лінійній постановці методом Ланцоша, в нелінійній – методом Ньютона-Рафсона. Отримано значення критичного навантаження та відповідні форми деформування стержнів з ідеальною поверхнею та урахуванням недосконалостей форми різної амплітуди. Результати дослідження стійкості стержнів відкритого профілю порівняно з експериментальними, які отримано в 2016 році в лабораторії будівельного факультету Загребського університету (Хорватія), і аналітичними та чисельними розрахунками, які отримано із застосуванням програмного комплексу ABAQUS у 2020 році на будівельному факультеті Брестського державного технічного університету (Білорусь). Порівняльний аналіз показав, що критичні значення тискаючих сил, які отримано

в даній роботі в розрахунках стійкості стержнів в нелінійній постановці за допомогою обчислювальних процедур програмного комплексу NASTRAN, менші за аналітичні та експериментальні. Критичні сили, які отримано аналітично, більші за чисельні результати всіх дослідників. Виявлено співпадіння чисельних значень критичних сил у випадку стержня відкритого профілю з ідеальною поверхнею товщиною 0,0011 м і неспівпадіння – 0,003 м. Дослідження стійкості стержнів з урахуванням змодельованих недосконалостей форми показало, що збільшення амплітуди недосконалостей мало вплинуло на критичні значення тискокаючих сил. Це свідчить про те, що модель геометричних недосконалостей стержнів у вигляді загальної форми втрати стійкості не є найнебезпечнішою для стійкості стержнів з таким профілем, кріпленням і навантаженням. Тому є необхідність в подальших дослідженнях стійкості стержнів виконати моделювання геометричних недосконалостей, наприклад, у вигляді форм їх деформування в граничному стані і від дії експлуатаційного навантаження, які отримано в нелінійній постановці.

Ключові слова: тонкостінний стержень відкритого профілю, недосконалість форми, статична стійкість, метод скінченних елементів.

Okhten I.O., Lukianchenko O.O., Kozak A.A.

ANALYSIS OF THE LOSS OF STABILITY OF OPEN PROFILE THIN-WALLED RODS, INTO ACCOUNT THE IMPERFECTIONS OF THE FORM

It was made the analysis of influence the geometric imperfections to form on the stability of centrally compressed thin - walled rods of open profile with different wall thickness. The software complex of finite element analysis NASTRAN was used to create computer models of rods. Shelves and walls of rods are modeled as a set of quadrangular shell elements with six degrees of freedom in the node. Geometric imperfections are modeled in the form of the first general form of loss the stability of rods with an ideal surface, which are obtained from the linear calculation of stability which is rigidly fixed at the bottom and articulated at the top. With the help of a specially created program, the amplitude of imperfections in the shape of the rods was proportional to the wall thickness. Calculations of the stability of open-profile rods were performed in a linear formulation by the Lanzosch method, and in a nonlinear formulation by the Newton-Rafson method. Was received the values of the critical load and the corresponding forms of deformation of the rods with an ideal surface and taking into account the imperfections of the shape of different amplitude. The research results of stability of open-profile rods compared to experimental, obtained in 2016 in the laboratory of the Faculty of Civil Engineering, University in Zagreb (Croatia), and analytical and numerical calculations obtained using the ABAQUS software in 2020 at the Faculty of Civil Engineering, Brest State Technical University Faculty (Belarus). Comparative analysis showed that the critical values of compressive forces obtained in this work in the calculations of the stability of the rods in a nonlinear formulation using the computational procedures of the software package NASTRAN, was less than analytical and experimental. The critical forces obtained analytically are bigger than the numerical results of all researchers. The coincidence of numerical values of critical forces was detected in the case of an open profile rod with an ideal surface thickness of 0.0011 m and a mismatch in 0.003 m. The stability of rods research, taking into account the simulated imperfections of the form showed that the increase in the amplitude of imperfections had little effect on the critical values of compressive forces. This indicates that the model of geometric imperfections of the rods in the form of a general form of loss of stability is not the most dangerous for the stability of rods with such a profile, mounting and load. Therefore, there is need in further research of stability of the rods to perform modeling of geometric imperfections, for example, as the forms of their deformation in the ultimate state and from the action of operating load, which are obtained in nonlinear formulation.

Keywords: thin-walled bars, geometry imperfection, eccentricity, finite element method.

УДК 539.3

Охтен І.О., Лук'янченко О.О., Козак А.А. Аналіз втрати стійкості тонкостінних стержнів відкритого профілю з урахуванням недосконалостей форми // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. Збірн. – К: КНУБА, 2022 – Вип. 108. – С. 360-368.

Проаналізовано вплив геометричних недосконалостей форми на стійкість центрально стиснутих тонкостінних стержнів відкритого профілю з різною товщиною стінки. Застосовано обчислювальні процедури програмного комплексу скінченно-елементного аналізу NASTRAN. Результати дослідження стійкості стержнів порівняно з експериментальними, аналітичними і чисельними розрахунками інших дослідників.

Пл. 3. Бібліогр. 12 назв.

UDC 539.3

Okhten I.O., Lukianchenko O.O., Kozak A.A. Analysis of the loss of stability of open profile thin-walled rods, into account the imperfections of the form // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific and technical collected articles. – K.: KNUBA, 2022. – Issue 108. – P. 360-368.

It was made the analysis of influence the geometric imperfections to form on the stability of centrally compressed thin - walled rods of open profile with different wall thickness. The software complex of finite element analysis NASTRAN was used to create computer models of rods. The research results of stability of open-profile rods compared to experimental, analytical and numerical calculations of other researchers.

Fig. 3. Ref. 12.

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): головний інженер проектів ТОВ «Проектна компанія «Футуриста», ОХТЕНЬ Іван Олександрович.

Адреса робоча: 01001 Україна, м. Київ, провулок Рильський 10/3 Охтеню Івану Олександровичу.

Робочий тел.: +38(067) 785-01-01.

Мобільний тел.: +38(097) 640-82-82.

E-mail: iokhten@gmail.com

ORCID ID: <http://orcid.org/0000-0002-2670-8694>

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): доктор технічних наук, провідний науковий співробітник НДІ будівельної механіки КНУБА, професор кафедри теоретичної механіки КНУБА, ЛУК'ЯНЧЕНКО Ольга Олексіївна.

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, ЛУК'ЯНЧЕНКО Ользі Олексіївні.

Робочий тел.: +38(044) 241-54-20.

Мобільний тел.: +38(095) 727-18-25.

E-mail: lukianchenko_oo@knuba.edu.ua, lukianch0907@meta.ua

ORCID ID: <http://orcid.org/0000-0003-1794-6030>

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, доцент кафедри будівельної механіки КНУБА КОЗАК Андрій Анатолійович

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури.

Робочий тел.: +38(044) 248-3237.

мобільний тел.: +38(066) 1997036

E-mail: kozak_aa@knuba.edu.ua

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-3192-1430>

УДК 624.04:519.853:519.688

ЩОДО ОПТИМАЛЬНОЇ ТОПОЛОГІЇ ПІДПІРНОЇ СТІНКИ

Є.А. Єгоров,

д-р техн. наук, професор

О.Є. Кучеренко,

канд. техн. наук

Придніпровська державна академія будівництва та архітектури, Дніпро

DOI: 10.32347/2410-2547.2022.108.369-376

Розглядається задача пошуку оптимальної топології підпірної стінки, досліджується принципова можливість вдосконалення типового рішення при розрахунках параметрів такого типу споруд. Пропонується алгоритмічна схема розв'язування задачі з урахуванням варіативної топології. При пошуку топології конструкції використовується метод штрафування для твердого ізотропного тіла (Solid Isotropic Material with Penalization - SIMP) з подальшим застосуванням спеціальних фільтрів для визначення найбільш прийнятеного розв'язку. Запропонований авторами алгоритм ілюструє, що практично завжди можна отримати більш вигідне за матеріаломісткістю рішення.

Ключові слова: підпірна стінка, топологія, оптимізація, дискретизація, фільтр, еволюційна структурна оптимізація, метод SIMP.

Вступ. Задача визначення оптимальних параметрів конструкції - одна з найважливіших проблем, що виникає при проектуванні найрізноманітніших споруд. Існує велика кількість теоретичних та прикладних наукових праць, присвячених цьому питанню, але універсального рецепта не існує, тому кожна нова задача потребує окремого аналізу [1].

В статті розглядається задача визначення оптимальної топології перерізу підпірної стінки. Такі конструкції широко застосовуються в будівництві для закріплення ґрунтових масивів від зсуву. Зазвичай для них використовують типові конфігурації, які піддаються певним модифікаціям з урахуванням тих чи інших умов їх функціонування [2]. При цьому принципово конструкція підпірної стінки практично не змінюється, що пов'язано, в тому числі, і з технологією її виготовлення. Варто зазначити, що останнім часом виникли суттєво інші методи зведення будівель і споруд [3]. Ці методи актуалізували і значно розширили межі застосування різноманітних оптимізаційних алгоритмів для пошуку більш ефективних конструктивних рішень.

Проблема пошуку оптимальної топології ізотропного твердого тіла досить широко висвітлена насамперед у зарубіжній літературі. Зазвичай для її розв'язання застосовують два підходи:

- 1) дискретний – еволюційна структурна оптимізація (evolutionary structural optimization – ESO) та її численні модифікації [4];
- 2) градієнтний (solid isotropic material with penalization - SIMP), в основі якого лежить визначення оптимальної «густини» матеріалу в певній частині твердого тіла.

Еволюційна структурна оптимізація більш проста в своїй реалізації [5]. Вона базується на ідеї поступового видалення матеріалу (рис. 1), який непотрібен або неефективно використовується згідно певних критеріїв.

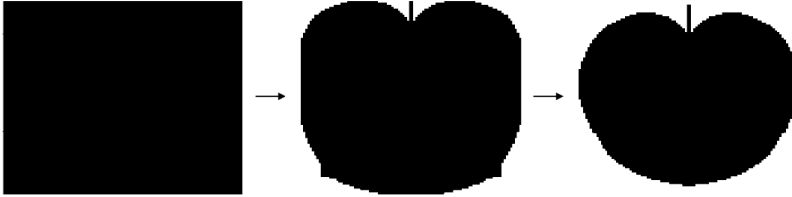


Рис. 1. Послідовне видалення матеріалу за методом ESO [6].

За допомогою такого підходу розв'язуються задачі, пов'язані з мінімізацією напружень та переміщень елементів конструкції, максимізації жорсткості при розтягуванні-стисненні [4].

Метод топологічної оптимізації SIMP, запропонований Bendsoe [7], має більш складну математичну основу. Кожному елементу твердого тіла е надається проектна змінна x_e , яку можна розуміти як густину матеріалу елемента. Вводиться поняття віртуального модуля Юнга, який для кожного елемента апроксимується так [8]:

$$E_e(x_e) = E_{\min} + x_e^p (E_0 - E_{\min}), \quad (1)$$

де p – штраф, який зазвичай дорівнює 3; E_{\min} – мале значення модуля, яке вводить з тим, щоб уникнути сингулярності матриці жорсткості; E_0 – модуль Юнга матеріалу. При виконанні умови $0 \leq x_e^p \leq 1$ розрахований модуль E_e варіюється між певним мінімальним значенням E_{\min} і звичайним модулем Юнга E_0 .

1. Постановка задачі. Для демонстрації роботи запропонованого алгоритму розглядається підпірна стінка із суцільним перерізом у вигляді прямокутника. По всій своїй висоті вона знаходиться під тиском ґрунту. Для спрощення задачі будемо вважати, що цей тиск змінюється лінійно від 0 до 1, що в цілому відповідає гідростатичному тиску. З позиції теорії пружності така задача може розглядатися як плоска [9], і визначення оптимальної топології підпірної стінки зводиться до пошуку оптимальної конфігурації її перерізу.

Розрахункова схема в такому випадку буде мати вигляд, наведений на рис. 2.

2. Визначення топологічної схеми. Задача пошуку оптимальної топології з позицій математичного програмування формулюється у такому вигляді:

$$\begin{aligned} \min F^T u(x), \\ K(x)u(x) = F, \\ V(x) = fV_0, \end{aligned} \quad (2)$$

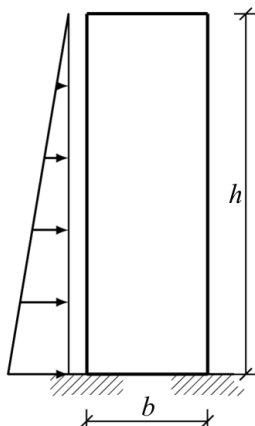


Рис. 2. Підпірна стінка зі змінним навантаженням

де $F \in R^n$ – вектор зовнішніх сил; $u(x)$ – вектор переміщень; $K(x)$ – матриця жорсткості, яка будується з використанням віртуальних модулів, які визначаються за формулою (1); V_0 – початковий об’єм твердого тіла; $V(x)$ – кінцевий об’єм; f – частка об’єму матеріалу, який необхідно зберегти; x – вектор, кожен елемент якого знаходиться в межах $[0, 1]$, та визначає, які дискретні елементи твердого тіла необхідно зберегти. При цьому цільову функцію можна інтерпретувати як роботу зовнішніх сил з деформації системи, тобто розв’язування задачі полягає в пошуку максимально жорсткого тіла об’ємом $V(x)$. У загальному випадку така задача не є

опуклою та розв’язується за допомогою чисельних методів (наприклад, метод Ньютона).

Після розв’язування задачі (2) виконуються розрахунки конструкції на безпеку, що у загальному випадку зводиться до наступної нерівності:

$$R - Q \geq 0, \quad (3)$$

де R – несуча здатність системи, Q – узагальнений ефект від зовнішніх навантажень та впливів.

3. Узагальнений алгоритм розв’язування задачі. Для визначення конфігурації системи розіб’ємо область, визначену геометричними параметрами структури, зображеної на рис. 2, на n скінчених елементів, при цьому на початку роботи алгоритму проектні змінні $x_i = 1$ для $i=1, \dots, n$. Після розв’язання задачі (2) з урахуванням умови (3) певна частина дискретних елементів буде видалена, тобто проектна змінна цих елементів дорівнюватиме 0. Узагальнений алгоритм представлений на рис. 3.

4. Оптимальна топологія підпірної стінки та проблема «шахової дошки». Для розв’язування оптимізаційної задачі (2) за алгоритмом, наведеним на рис. 3, було створено застосунок на мові Python 3.7. При цьому для розв’язання систем лінійних рівнянь та обробки матриць використовувалися модулі NumPy [10] та Scipy [11]. Для фільтрації двовимірних зображень було долучено модуль Skimage.

Відношення висоти перерізу h до його основи b приймалося рівним 3:1 (рис. 2). Загальна площа перерізу розбивалася на $30 \cdot 90 = 2700$ двовимірних елементів з чотирма вузлами кожний. При цьому вважалося, що $E_0 = 1$, $E_{\min} = 10^{-9}$, модуль Пуассона $\nu = 0.3$.

Параметр f – відношення об’єму, що залишається, до базового (початкового) – може бути довільним. Але треба враховувати той факт, що чим меншими будуть значення f , тим більшими будуть максимальні напруження в перерізі, геометрія якого визначається цим алгоритмом,

тобто тим міцніше повинен бути матеріал, який треба буде застосовувати у стінці з оптимальною топологією.

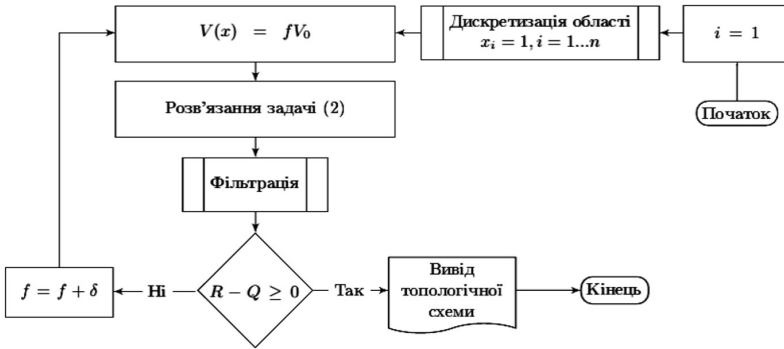


Рис. 3. Блок-схема розв'язування задачі пошуку конфігурації системи

На рис. 4 наведено графік залежності відносної міцності матеріалу σ_v/σ_{v_0} (тобто відношення максимального напруження за фон Мізесом у перерізі з оптимальною топологією до напруження в базовій структурі) від параметру f .

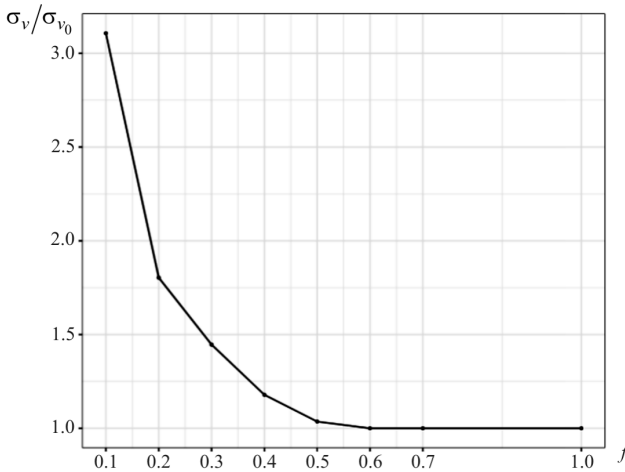


Рис. 4. Залежність між часткою збереженого об'єму та відношень напружень

В прикладі, що розглядається, параметр f визначався, зважаючи на те, щоб максимальні напруження в новому (оптимальному) перерізі не перевищували відповідні напруження базової структури.

У результаті розрахунків знайдено топологію перерізу стінки, яку наведено на рис. 5. Така топологічна схема серед іншого демонструє проблему «шахової дошки» - чергування чорних та білих клітин: на схемі наявні такі елементи, щодо яких не зрозуміло, необхідно їх видалити чи



Рис. 5. Топологічна структура перерізу підпірної стінки

Окремий інтерес становлять «еволюційні» перетворення перерізу підпірної стінки при змінненні параметра f , що їх наведено на рис. 6. Як бачимо, конфігурація перерізу, що оптимізується, поступово змінюється від суцільного до наскрізного.

6. Аналіз оптимальної структури в Ansys. Для подальшого аналізу отриманої моделі її параметри описано на мові APDL та експортовано у систему скінченного-елементного аналізу Ansys Mechanical.

Визначено, що при використанні матеріалу з однаковою міцністю в перерізі з оптимальною топологією максимальні напруження не перевищують відповідні напруження в базовій моделі при $f_{\min}=0.6$, що саме

зберегти. Ця проблема частково вирішується за допомогою обробки двовимірних зображень із застосуванням певних фільтрів, як-от «середнє», «медіана» та інші.

Стосовно розв'язуваної задачі розглядалися стандартні фільтри, запропоновані в роботі [12] та деякі інші. Ефективність їх застосування визначалася за двома критеріями: 1) наявність «шахової дошки»; 2) жорсткість структури за отриманою схемою, тобто за значенням цільової функції $F^T u$.

У таблиці 1 наведено дані чисельних експериментів з різними типами фільтрів. Найбільш ефективним в даному випадку виявився фільтр Гауса, який дозволяє уникнути ефекту «шахової дошки» при найменшому значенні цільової функції. Тому конфігурацію, яка визначається таким чином, доцільно вважати найбільш прийнятною.

Таблиця 1

Фільтр	Топологія	«Шахова дошка»	Цільова функція
Convolve		Так	15536
Median		Ні	15902
Gabor		Ні	15942
Gaussian		Ні	15658
Coiflet		Так	15703
Closing		Так	15774
Erosion		Так	16412
Opening		Так	15652
Mean		Так	15678

й забезпечує виконання умови (3).

На рис. 7 наведено фрагмент підпірної стінки у тривимірному виді.

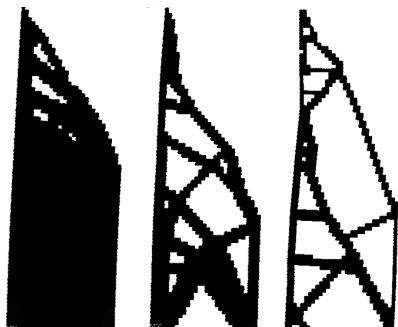


Рис. 6. Варіанти топології перерізу при частці збереженого матеріалу 70%, 30%, 10%

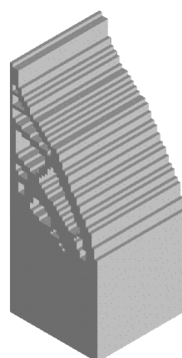


Рис. 7. Тривимірна модель фрагменту підпірної стінки

Висновки. Запропонований авторами підхід до визначення оптимальної топології перерізу підпірної стінки може ефективно застосовуватися для будь-яких конструкцій (наприклад, для контрфорсів тієї ж підпірної стінки), напружено-деформований стан яких відповідає плоскій задачі теорії пружності. Варто зазначити, що цей же підхід узагальнюється й щодо тривимірних задач.

Оптимальні топології перерізів зазвичай будуть значно складнішими у виготовленні. Але зараз ця проблема принципово вирішується (наприклад, за допомогою тривимірного друку із застосуванням 3D-принтерів), і тому наразі такі труднощі не є перешкодою для впровадження в практику будівництва оптимальних конструктивних рішень і відповідних методик їх пошуку.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Сгоров С.А., Кучеренко О.С.* Нелінійна оптимізація топології просторових стержневих систем // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2018. – Вип. 100. – С. 105-114.
2. *Безухов Н.И.* Подпорные стенки. – М.: Гос. изд-во, 1931. – 95 с.
3. *Pan Y., Zhang Y., Zhang D.* 3D printing in construction: state of the art and applications. – Int J Adv Manuf Technol. – 2021. – Vol. 115. – P. 1329-1348.
4. *Huang X., Xie Y.* A further review of ESO type methods for topology optimization. – Struct Multidisc Optim. – 2010. – Vol. 41. – P. 671–683.
5. *Xie Y., Steven G.* Evolutionary structural optimization for dynamic problems. – Comput Struct. – 1996. – Vol. 58. – No. 6. – P. 1067–1073.
6. *Xia L., Xia Q., Huang X.* Bi-directional Evolutionary Structural Optimization on Advanced Structures and Materials: A Comprehensive Review. – Arch Computat Methods Eng. – 2018 – Vol. 25. – P. 437–478.
7. *Bendsoe M.P.* Optimal shape design as a material distribution problem. – Structural Optimization. – 1989. – Vol. 1. – No. 4. – P. 193–202.
8. *Andreassen E., Clausen A., Schevenels M.* Efficient topology optimization in MATLAB using 88 lines of code. – Struct Multidisc Optim. – 2011. – Vol. 43. – P. 1–16.
9. Кац А.М. Теория упругости. – СПб.: Издательство «Лань», 2002. – 208 с.

10. Harris C.R., Millman K.J., van der Walt S.J. Array programming with NumPy. – Nature. – 2020. – Vol. 585. – P. 357–362.
11. Virtanen P., Gommers R., Oliphant T.E. SciPy 1.0: Fundamental Algorithms for Scientific Computing in Python. – Nature Methods. – 2020. – Vol. 17. – P. 261–272.
12. Lazarov B.S., Sigmund O. Filters in topology optimization based on Helmholtz-type differential equations. – International Journal for Numerical Methods in Engineering. – 2011. – Vol. 86. – P. 765–781.

REFERENCES

1. Egorov E.A., Kucherenko A.E. Nonlinear topology optimization of space truss-like structures // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles – Kyiv: KNUBA, 2018. – Issue 100. – P. 105-114.
2. Bezuhov N.I. *Podpornye stenki*. Moscow: Gos. izd-vo, 1931, 95 pp.
3. Pan Y., Zhang Y., Zhang D. 3D printing in construction: state of the art and applications. – Int J Adv Manuf Technol. – 2021. – Vol. 115. – P. 1329-1348.
4. Huang X., Xie Y. A further review of ESO type methods for topology optimization. – Struct Multidisc Optim. – 2010. – Vol. 41. – P. 671–683.
5. Xie Y., Steven G. Evolutionary structural optimization for dynamic problems. – Comput Struct. – 1996. – Vol. 58. – No. 6. – P. 1067–1073.
6. Xia L., Xia Q., Huang X. Bi-directional Evolutionary Structural Optimization on Advanced Structures and Materials: A Comprehensive Review. – Arch Computat Methods Eng. – 2018 – Vol. 25. – P. 437–478.
7. Bendsoe M.P. Optimal shape design as a material distribution problem. – Structural Optimization. – 1989. – Vol. 1. – No. 4. – P. 193–202.
8. Andreassen E., Clausen A., Schevenels M. Efficient topology optimization in MATLAB using 88 lines of code. – Struct Multidisc Optim. – 2011. – Vol. 43. – P. 1–16.
9. Kats A.M. *Teoriya uprugosti*. Saint Petersburg: Izdatelstvo “Lan”, 2002, 208 pp.
10. Harris C.R., Millman K.J., van der Walt S.J. Array programming with NumPy. – Nature. – 2020. – Vol. 585. – P. 357–362.
11. Virtanen P., Gommers R., Oliphant T.E. SciPy 1.0: Fundamental Algorithms for Scientific Computing in Python. – Nature Methods. – 2020. – Vol. 17. – P. 261–272.
12. Lazarov B.S., Sigmund O. Filters in topology optimization based on Helmholtz-type differential equations. – International Journal for Numerical Methods in Engineering. – 2011. – Vol. 86. – P. 765–781.

Стаття надійшла 09.02.2022

Єгоров Є.А., Кучеренко О.С.

ЩОДО ОПТИМАЛЬНОЇ ТОПОЛОГІЇ ПІДПІРНОЇ СТІНКИ

Розглядається задача визначення оптимальної топології перерізу підпірної стінки, для розв'язання якої застосовується метод топологічної оптимізації SIMP. При цьому ізотропне тверде тіло розбивається на n чотирикутних скінчених елементів, і кожному такому елементу e ставиться у відповідність проектна змінна x_e , яку можна розуміти як густину матеріалу. Вводиться поняття віртуального модуля Юнга, який для кожного елемента апроксимується так: $E_e(x_e) = E_{\min} + x_e^p (E_0 - E_{\min})$, де p – штраф, який зазвичай дорівнює 3; E_{\min} – мале значення модуля, яке вводиться з тим, щоб уникнути сингулярності матриці жорсткості; E_0 – модуль Юнга матеріалу. При виконанні умови $0 \leq x_e^p \leq 1$ E_e варіюється між певним мінімальним значенням E_{\min} і звичайним модулем Юнга E_0 . Для демонстрації роботи алгоритму розглядається підпирна стінка із суцільним перерізом у вигляді прямокутника з відношенням висоти до основи рівним 3:1. По всій своїй висоті вона знаходиться під тиском ґрунту, який змінюється лінійно від 0 до 1, що в цілому відповідає гідростатичному тиску. З позиції теорії пружності така задача може розглядатися як плоска. Проблема пошуку оптимальної топології зводиться до розв'язання задачі математичного програмування $F^T u(x) \rightarrow \min_u$ при виконанні певних умов (тут F – вектор зовнішніх сил, $u(x)$ – вектор переміщень, x – вектор, елементи якого знаходяться в межах $[0, 1]$). Цільову функцію можна інтерпретувати як роботу зовнішніх сил з деформації системи, тобто розв'язування задачі полягає в пошуку максимально жорсткого тіла певного об'єму. Для розв'язування оптимізаційної задачі було створено застосунок на мові Python 3.7 з використанням бібліотек NumPy та SciPy. Для усунення проблеми «шахової дошки» (чергування чорних та білих клітин) застосовувався фільтр Гауса з пакету Skimage. Параметри отриманої моделі описано на мові APDL та експортовано у систему скінченного-елементного аналізу Ansys

Mechanical для подальшого аналізу. Визначено, що при долі збереженого об'єму, що дорівнює 60%, максимальні напруження за фон Мізесом в структурі з оптимальною топологією не перевищують цей показник в підпирній стінці з прямокутним перерізом.

Ключові слова: підпирна стінка, топологія, оптимізація, дискретизація, фільтр, еволюційна структурна оптимізація, метод SIMP.

Yegorov Y., Kucherenko O.

OPTIMAL TOPOLOGY OF RETAINING WALL

This paper intends to present an approach to the problem of the optimal cross-section topology of a retaining wall. We use the Solid Isotropic Material with Penalization (SIMP) method to solve this problem. An isotropic solid is divided into n quadrilateral finite elements, and each such element e is associated with a design variable x_e which might be regarded as a material density. The notion of a virtual Young's modulus is introduced, and for each element it can be approximated as follows: $E_e(x_e) = E_{\min} + x_e^p (E_0 - E_{\min})$, where p is a penalty, which is usually equal to 3; E_{\min} is a small value of the modulus, which we use in order to avoid the singularity of a stiffness matrix; E_0 is the Young's modulus of the material. Thus when the condition $0 \leq x_e^p \leq 1$ is satisfied E_e varies between a certain minimum value E_{\min} and the usual Young's modulus E_0 . We regard a retaining wall with a solid cross-section in the form of a rectangle with a height to base ratio of 3:1 to demonstrate the proposed approach. Along its entire height the wall is under the pressure of soil, which varies linearly from 0 to 1. In general, this corresponds to hydrostatic pressure. From the standpoint of the theory of elasticity such a problem can be considered as planar. The problem of the optimal topology shrinks to the mathematical programming problem in the form of $F^T u(x) \rightarrow \min_u$ under certain conditions (here F is a vector of external forces, $u(x)$ is a vector of displacements, x is a vector of densities). The objective function can be interpreted as the work done by external forces to deform the system, thus we tend to find the stiffest body of a certain volume. To solve mathematical programming problem we use Python programming language, and Numpy and Scipy packages. To eliminate the "checkerboard problem" (alternation of black and white cells) we apply a Gaussian filter from the Skimage package. The parameters of the obtained model are described in ANSYS Parametric Design Language and exported to Ansys Mechanical for further analysis. It is determined that the maximum von Mises stress in the structure with the optimal topology and the prescribed volume fraction of 60% does not exceed this value in the retaining wall with a base rectangular cross section.

Keywords: retaining wall, topology, optimization, discretization, filter, evolutionary structural optimization, SIMP method.

УДК 624.04:519.853:519.688

Єгоров Є.А., Кучеренко О.С. Щодо оптимальної топології підпирної стінки // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. Збірн. – К: КНУБА, 2022 – Вип. 108. – С. 369-376.

Розглядається задача пошуку оптимальної топології перерізу підпирної стінки, яка розв'язується як задача математичного програмування із застосуванням SIMP методу.

Табл. 1. Іл. 7. Бібліогр. 12 назв.

Yegorov Y., Kucherenko O. Optimal topology of retaining wall // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientificand-technical collected articles. – К.: KNUBA, 2022. – Issue 108. – P. 369-376.

The problem of optimal topology of a retaining wall cross-section is considered as a mathematical programming problem using the SIMP method.

Tab. 1. Fig. 7. Ref. 12.

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри металевих конструкцій ЄГОРОВ Євгеній Аркадійович.

Адреса робоча: 49600. м. Дніпро, вул. Чернишевського, 24а, ДВНЗ "Придніпровська державна академія будівництва та архітектури", ЄГОРОВ Євгеній Аркадійович.

Мобільний тел.: +380679451816

E-mail: evg_egorov@ukr.net

ORCID ID: <http://orcid.org/0000-0003-2993-0570>

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): кандидат технічних наук (PhD) КУЧЕРЕНКО Олександр Євгенович.

E-mail: akch7@cyrtolab.net

ЗМІСТ

<i>Perelmuter A.V.</i> Theory of structures and design codes	3
<i>Dzyuba A.P., Dzyuba A.A., Levitina L.D.</i> Optimal design of shell constructions taking into account the evolution of corrosion damage	17
<i>Chernyshev D.O., Maksymiuk Yu.V., Krasyl'nyk Yu.S., Korchova H.L., Rudenko M.V.</i> Peculiarities of technique of teaching technical disciplines in the institution of higher education of the building profile	35
<i>Lizunov P.P., Pogorelova O.S., Postnikova T.G.</i> Choice of the Model for Vibro-Impact Nonlinear Energy Sink	63
<i>Hart E.L., Hudramovich V.S.</i> Computer simulation of the stress-strain state of plates with reinforced elongate rectangular holes of various orientations	77
<i>Pyskunov S.O., Goncharenko M.V., Shkryl O.O.</i> Assesment of thr temperature loading influence on a crack resistance of a tank with a semi-elliptical crack	87
<i>Maksimyuk Yu.V., Chuprina Yu.A., Kozak O.V., Martyniuk I.Yu., Maksimyuk O.V.</i> Investigation of the influence of flange thickness on the nature of the development of zones of plasticity in casing detail	97
<i>Krivenko O.P., Vorona Yu.V.</i> Comparative analysis of nonlinear deformation and buckling of thin elastic shells of step-variable thickness	107
<i>Перельмутер А.В.</i> До розрахунку сталевих конструкцій із тонкостінних стержнів	119
<i>Bilyk S.I., Bilyk A.S., Tonkacheiev V.H.</i> The stability of low-pitched von Mises trusses with horizontal elastic supports	131
<i>Pyskunov S.O., Trubachev S.I., Onyshchenko Ye.Ye., Kolodezhnyi V.A.</i> Influence of foundation stiffness on deformation of layered building structures	145

<i>Perelmuter A.V., Yurchenko V.V., Peleshko I.D.</i> Optimization cross-sectional dimensions for cold-formed steel lipped channel columns	156
<i>Gaidaichuk V.V., Kotenko K.E., Ruvyn O.G.</i> Impact of pulse dynamic loading direction and surface curvature on the stress-strain state of a three-layered spherical shell	171
<i>Вабіщевич М.О., Сторчак Д.А.</i> Розв'язання нелінійних контактних задач деформування вузлових з'єднань сталевих конструкцій	178
<i>Bilyk S.I., Bashynska O.Y., Bashynskiy O.V.</i> Determination of changes in thermal stress state of steel beams in LIRA-SAPR software	189
<i>Tonkacheiev H.M., Molodid O.S., Galinskyi O.M., Plokhuta R.O., Rudnieva I.M., Priadko I.M.</i> The technology of crack repair by polymer composition	203
<i>Яровий С.М., Савицький М.В., Слободянюк С.О.</i> Резерви несучої здатності металевих колон у складі однопрогнового каркасу з крановими навантаженнями	217
<i>Gameliak I.P., Kharchenko A.N., Dmytrychenko A.N., Tsybulskiy V.N., Hustieliev O.O.</i> Research of strength and condition of cement-concrete pavement on bridges by non-destructive methods	243
<i>Лук'янченко О.О., Костіна О.В., Палій О.М.</i> Періодичні коливання оболонки резервуару з реальними недосконаlostями форми від дії поверхневого тиску	255
<i>Loveikin V.S., Romasevich Yu.O., Shymko L.S., Loveikin Yu.V., Pochka K.I.</i> The dynamic analysis of the joint trolley movement and hoisting mechanism in the tower crane	267
<i>Tonkacheiev V.H., Bilyk S.I.</i> The ribbed-annular dome's upper tier model stability experimental studies	283
<i>Abrashkevych Yu.D., Machyshyn H.M., Marchenko O.A., Balaka M.M., Zhukova O.H.</i> Mechanical strength increasing of abrasive reinforced wheel	295

Кошевий О.О., Кошевий О.П., Григор'єва Л.О.

Чисельна реалізація багатокритеріальної параметричної оптимізації оболонки мінімальної поверхні на прямокутному контурі при термосиловому навантаженні 309

Daurov M.K., Bilyk A.S.

Investigation of changes in steel frames stress state in fire and influence on its vitality 325

Grigoryeva L.O., Ivanenko O.P., Korbakov O.F.

Generation of energy in console piezoelectric energy harvesters 337

Belmas I.V., Tantsura A.I., Bilous O.I., Shvachka A.V., Gupalo U.Yu.

Investigation of a static rope with a cable break 349

Охтенъ І.О., Лук'янченко О.О.

Аналіз втрати стійкості тонкостінного стержня відкритого профілю з урахуванням недосконалостей форми 360

Єгоров Є.А., Кучеренко О.Є.

Щодо оптимальної топології підпірної стінки 369

Науково-технічний збірник

ОПР МАТЕРІАЛІВ І ТЕОРІЯ СПОРУД

**STRENGTH OF MATERIALS AND THEORY OF
STRUCTURES**

Scientific-and-technical collected articles

Випуск 108

Головний редактор П.П.Лізунов

Підп. до друку 30.05.22. Формат 60x90 ¹/₁₆. Папір друк №1.

Друк офсетний. Умовн. друк. арк.

Тираж 100.

КНУБА

м. Київ, Повітрофлотський пр., 31. 03037
